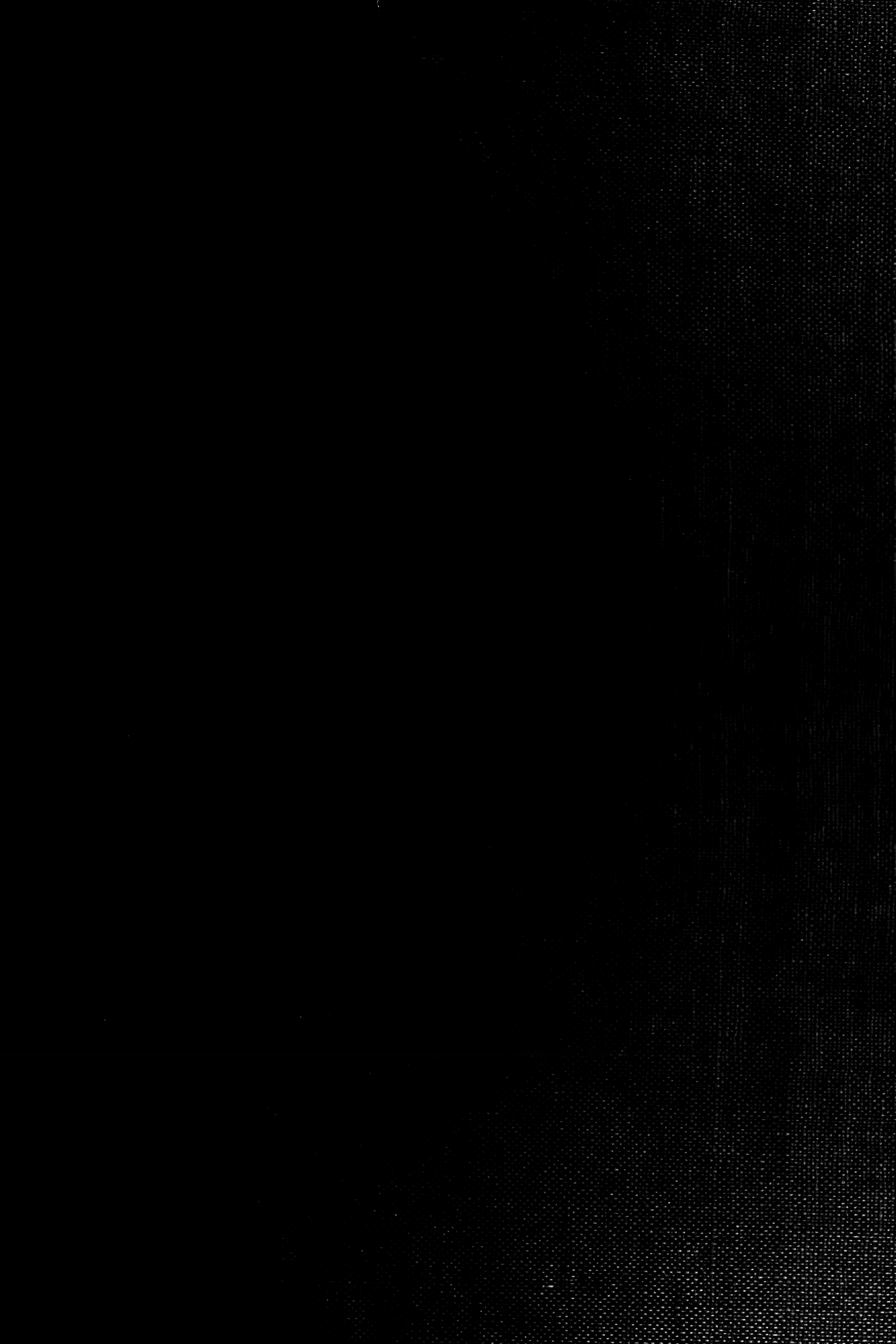


MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT DE FRANCE

TOME VII



PARIS

GAUTHIER-VILLARS

IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER

QUAI DES AUGUSTINS, 55

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT

DE FRANCE.

TOME VII.

DE L'IMPRIMERIE DE FIRMIN DIDOT,
IMPRIMEUR DU ROI ET DE L'INSTITUT, RUE JACOB, N° 24.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT

DE FRANCE.

TOME VII.



PARIS,

CHEZ FIRMIN DIDOT, PÈRE ET FILS, LIBRAIRES,

RUE JACOB, N° 24.

1827.

TABLE

DES MÉMOIRES CONTENUS DANS CE VOLUME,

Qui est le septième *de la collection des Mémoires de l'Académie des Sciences, depuis l'ordonnance de* 21 *mars* 1816.

Pages

HISTOIRE DE L'ACADÉMIE.

Analyse des travaux de l'Académie royale des sciences, pendant l'année 1824.

PARTIE MATHÉMATIQUE,

Analyse des travaux de l'Académie royale des sciences, pendant l'année 1824.

PARTIE PHYSIQUE,

ERRATA du Mémoire sur les observations météorologiques.

Page 11, ligne	5 du tableau : au lieu de Bussingault, *lisez :* Boussingault.
ibid.,	18 *idem :* au lieu de Besses, *lisez :* Bessel.
30,	23 : au lieu d'où dépendent les valeurs de ces inconnues, *lisez :* dont dépendent les valeurs de ces deux inconnues.
33,	5 : au lieu de observée, *lisez :* observées.
ibid.,	6 : au lieu de observé, *lisez :* observées.
37,	4 : au lieu de cos. $\left(\frac{21-l'}{2}\right)$, *lisez :* cos. $\left(\frac{21-i'}{2}\right)$.
41,	15 : au lieu de 182, *lisez :* 184.
ibid.,	16 : au lieu de 183, *lisez :* 181.
ibid.,	20 : au lieu de de sud-est, *lisez :* du sud-est.
ibid.,	21 : au lieu de 30, *lisez :* 34.
ibid.,	29 : au lieu de 1,13, *lisez :* 1,17.
ibid.,	*id.* : au lieu de $\frac{13}{100}$, *lisez :* $\frac{17}{100}$.

HISTOIRE

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES DE L'INSTITUT DE FRANCE.

ANALYSE

Des Travaux de l'Académie royale des Sciences, pendant l'année 1824.

PARTIE MATHÉMATIQUE,

PAR M. LE BARON FOURIER, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

RAPPORT

LU DANS LA SÉANCE PUBLIQUE DE L'INSTITUT,

LE 24 AVRIL 1825.

MESSIEURS,

Pour satisfaire aux vues de l'Académie des Sciences, je dois vous exposer en son nom l'état actuel des théories mathématiques et de la physique générale, en rappelant les progrès les plus récents et les appli-

16

cations les plus importantes. Il est difficile de présenter avec clarté, dans un tableau peu étendu, un aussi grand nombre de questions dont plusieurs sont abstraites et très-composées. Les analyses imprimées suppléeront à quelques détails qu'il était impossible de ne pas omettre.

Les ouvrages mathématiques français se répandent de plus en plus dans les Académies et les Universités étrangères; traduits dans la plupart des langues, ils forment la base de l'enseignement public de ces sciences. En Angleterre, en Russie, en Italie, en Allemagne, on étudie la géométrie synthétique et analytique, la science de l'équilibre et du mouvement, l'analyse infinitésimale, dans les traités que les géomètres français ont publiés. Dans tous les pays où les sciences ont pénétré, la *Mécanique céleste* a été commentée ou traduite; et ceux qui aspirent à devenir géomètres, peuvent juger des résultats de leurs efforts par les progrès qu'ils ont faits dans l'étude de cet ouvrage.

L'institution de l'École Polytechnique de France a imprimé à l'enseignement des connaissances exactes un mouvement qui ne s'est point encore ralenti, et qui se propage dans toute l'Europe. Quelques années ont suffi pour réaliser les vues des fondateurs. Quatre mille disciples ont porté dans les services civils et mi-

litaires, dans les Académies et les plus hautes fonctions publiques, dans toutes les professions et tous les arts, les lumières que donne une instruction solide et variée qui atteint presque aux limites actuelles des sciences. On a imité dans divers états ce grand établissement, et ceux qui se rapportent à nos services publics. Nous recevons chaque année des mémoires de haute géométrie des ingénieurs ou des Académiciens que l'école française a donnés à la Russie, à la Suède, à l'Italie.

Un des résultats les plus heureux de cette instruction et l'un des plus dignes de l'attention publique, est celui qu'a obtenu M. Dupin en ouvrant cette année un cours élémentaire que suivent de nombreux auditeurs, et qui a pour objet d'éclairer par la géométrie et la mécanique l'exercice de plusieurs professions.

L'étude de l'électricité et du magnétisme a fait de nouveaux progrès, soit en France, soit dans les autres Académies de l'Europe. Nous avons cité dans les analyses précédentes la découverte mémorable de M. Œrsted, et celle de M. Ampère, qui a reconnu l'action mutuelle de deux conducteurs voltaïques, et l'action que le globe terrestre exerce sur un conducteur. Ces faits généraux ont servi à fonder une théorie des forces qui résident dans les courants voltaïques.

M. Ampère, inventeur de cette théorie, qu'il présente à l'attention des géomètres, M. Savary et M. le professeur de Montferrand, ont publié des traités spéciaux et des mémoires où sont exposés tous les principes et les résultats de cette nouvelle branche de la physique.

Rien n'est plus propre à éclairer les recherches de ce genre, que l'appareil dont on doit l'invention à M. Schweiger. Cet instrument a pour objet de multiplier et de réunir les actions du courant électrique, en sorte qu'elles deviennent sensibles et mesurables par leur répétition, quoiqu'elles puissent être d'une faible intensité.

M. Becquerel a présenté à l'Académie une suite d'expériences ingénieuses et variées, dans lesquelles il emploie ce multiplicateur voltaïque de M. Schweiger. Ses expériences font reconnaître l'action de l'électricité en mouvement dans une multitude de phénomènes où il était difficile de la distinguer; elles confirment les vues et les expériences de plusieurs grands physiciens, et surtout celles de l'illustre Volta; elles montrent clairement que dans les changements quelconques de température, dans le contact des matières diverses, dans les effets capillaires, dans tous les effets chimiques, la force électro-motrice est présente; et qu'il n'y a, pour ainsi dire, aucune ac-

tion moléculaire à laquelle l'électricité ne concoure, soit qu'elle la produise, soit qu'elle la modifie. Tous ces résultats se manifestent par les mouvements de l'aiguille aimantée, ce qui met dans tout son jour l'importance de la première découverte.

Si l'on forme un circuit de deux métaux différents dont les parties soient alternativement disposées, et si l'on assujétit les points de jonction à des températures inégales, on observe aussitôt des actions magnétiques très-sensibles. M. Seebeck, et MM. Œrsted et Fourier, ont étudié ce genre de phénomènes. On a multiplié l'effet produit, et l'on a fait varier toutes les conditions de l'expérience. Ces effets thermo-électriques ont avec l'état du globe terrestre, et les variations périodiques des températures, des rapports nécessaires que l'on peut seulement entrevoir aujourd'hui.

Les physiciens dont les découvertes ont le plus contribué à la perfection des sciences, se sont toujours proposé de déduire de leurs théories de nouveaux avantages pour la société civile. On en trouve des exemples multipliés dans les ouvrages de Franklin, de MM. Gay-Lussac et Davy. Cette pensée dirige et domine toutes les recherches, comme on peut le remarquer dans la suite de ce rapport.

La théorie du magnétisme, qui intéresse à la fois

la navigation et les sciences physiques, a été dans ces dernières années l'objet de recherches importantes. Les instruments ont été perfectionnés. M. Haüy avait fait remarquer que l'on peut rendre manifestes des effets magnétiques très-faibles, en diminuant l'action terrestre par l'emploi d'un aimant accessoire. M. Biot avait indiqué, dans ses ouvrages, un moyen de donner beaucoup plus d'étendue à l'effet de la variation diurne, en l'observant sur un système formé de plusieurs aiguilles soumises à l'action de la terre, et à leurs réactions mutuelles. M. Barlow de Wolwich, connu depuis long-temps par des expériences dont l'objet est très-utile, a réalisé ces procédés, et M. Biot a donné depuis l'expression analytique de tous les effets de ce genre. On a multiplié les observations dans l'Océan méridional, et surtout dans les régions polaires où ces phénomènes ont un caractère si remarquable.

Le fer que contiennent les différentes parties du navire agit sur l'aiguille de la boussole, et peut la détourner sensiblement de la direction qu'elle prendrait en vertu de la seule cause principale, le magnétisme terrestre. Cette déviation est elle-même variable; elle change avec la direction du vaisseau, et devient très-grande dans les climats voisins du pôle. M. Barlow a proposé un moyen pratique de com-

penser l'action totale des canons, des boulets, des ancres, etc., par celle d'une masse de fer doux qui serait convenablement placée. Ce procédé est loin d'être entièrement exact, et il ne pourrait l'être que dans des cas très-particuliers, comme M. Poisson vient de le démontrer; toutefois il réduit considérablement l'erreur à laquelle on était exposé.

M. Arago, en observant avec beaucoup de soin les actions magnétiques, a découvert récemment un fait capital, entièrement nouveau, et d'autant plus remarquable que cet ordre de phénomènes est depuis long-temps l'objet des expériences les plus variées et les plus attentives. Si une aiguille aimantée est mobile dans un plan horizontal, et qu'on la détourne de la direction qu'elle a prise en vertu du magnétisme terrestre, on sait qu'elle accomplit un grand nombre d'oscillations, et revient par degrés à la situation de l'équilibre. Or ce mouvement est sujet à une force retardatrice très-intense que l'on n'avait pas aperçue jusqu'ici, et qui réside dans les corps environnants. En effet, si l'aiguille est suspendue par un fil très-délié, au-dessus d'un disque de cuivre ou de toute autre substance, ce disque quoique séparé de l'aiguille par un diaphragme solide, comme un plan de verre, exerce sur le mouvement une action très-sensible. La durée de chaque oscillation n'est point

changée d'une quantité appréciable; mais le nombre de celles qui ramènent l'aiguille d'une position donnée à une autre est beaucoup diminué. Réciproquement si l'on imprime au disque un mouvement de rotation, et que l'aiguille soit d'abord placée dans la situation de l'équilibre, elle participe bientôt au mouvement imprimé; et visiblement entraînée par l'action du disque, elle tourne sur le centre de suspension. L'auteur de cette belle expérience a observé plusieurs autres détails du phénomène, et a déja montré les avantages pratiques qu'elle procurera dans les recherches utiles à la navigation.

Il n'appartient pas à notre sujet de considérer les rapports de la chimie avec les sciences de calcul; l'observation et l'étude développeront un jour la théorie chimique des atomes. Elle se fonde sur les nombres déterminés et toujours simples qui règlent les proportions des éléments dans les combinaisons principales. Ces vues encore nouvelles, mais confirmées jusqu'ici par les analyses les plus exactes, dirigeront les recherches qui auraient pour objet de déterminer les lois des actions moléculaires.

C'est à cette région intermédiaire, qui unit la chimie à la physique générale, que l'on peut rapporter une découverte récente de sir Humphry Davy. L'eau de la mer exerce une action corrosive sur les enve-

loppes de cuivre qui doublent les vaisseaux. L'illustre président de la Société royale de Londres a déduit de la théorie un moyen très-simple de prévenir cet effet; il suffit de mettre en contact avec une feuille de cuivre d'une grande superficie un très-petit fragment de zinc ou de fer. Ce contact change l'état électrique du cuivre, et par cela même fait cesser l'action mutuelle de cette substance et de l'eau de la mer. Des expériences réitérées, et les observations faites dans un voyage de long cours, ont confirmé jusqu'ici cette heureuse application. Dans ces expériences, la surface du cuivre n'a point été altérée; elle a conservé le poli métallique. Voilà un nouvel exemple de l'utilité immédiate des théories. Ce succès était digne du grand physicien qui, par des recherches multipliées sur la nature de la flamme, a découvert un moyen de prévenir les explosions funestes dans l'intérieur des mines.

Nous avons indiqué dans nos rapports précédents des expériences très-remarquables de M. le baron Cagniard de Latour, sur les effets que l'on obtient en soumettant diverses substances à une forte compression et à de grands changements de température. Sir Humphry Davy et M. Faraday ont produit, par l'action de ces mêmes causes, de nouveaux résultats qui ont attiré l'attention de tous les physiciens. On a converti

à l'état liquide le gaz acide carbonique et un grand nombre de substances aériformes.

On a cherché dans ces expériences un résultat important, celui qui consisterait à procurer à la mécanique industrielle des forces élastiques très-puissantes, et déterminées par des changements médiocres de température. Nous regardons cette vue comme une des plus utiles de la physique moderne.

M. de Bussy a observé des faits intéressants du même genre, sur la conversion des gaz en liquides, opérée par un refroidissement considérable.

On a lieu de croire aujourd'hui que les gaz appelés permanents, et peut-être l'air, seraient réduits à l'état liquide par le refroidissement et la compression. L'examen des faits de ce genre fournit des données nouvelles dans la question mathématique de l'équilibre moléculaire des matières aériformes.

Nous avons indiqué précédemment l'origine des vues théoriques sur la polarisation de la lumière; on a continué ces importantes recherches. M. Arago, dont les découvertes ont beaucoup étendu cette théorie, et avaient déja perfectionné l'optique, a fait servir l'étude des phénomènes de polarisation à l'examen de plusieurs questions de physique sur la nature de la lumière solaire, la scintillation des astres, la formation des anneaux lumineux désignés sous le nom

de halos, la comparaison des rayons de lumière émanés de différentes sources.

La théorie mathématique de la polarisation de la lumière doit à M. Fresnel des progrès mémorables connus de tous les physiciens. Il a traité de nouveau l'une des questions les plus composées de cette théorie, celle qui a pour objet de déterminer les lois de l'interférence des rayons polarisés, quelles que soient les directions des plans de polarisation. Il a déduit ces lois d'une notion physique qui est la conséquence nécessaire des faits observés, et qui l'avait déja conduit à plusieurs découvertes. En même temps il a donné plus d'étendue aux applications qui ont pour objet la construction des phares.

Cet art consiste à offrir aux regards du navigateur des feux ou permanents, ou d'apparences variables, qui puissent être reconnus ou distingués à de très-grandes distances. M. Fresnel s'est occupé cette année de construire des phares à feux fixes, dont la lumière se distribue uniformément; et il a résolu cette question par des procédés analogues à ceux qu'il avait appliqués aux feux tournants.

A l'appareil dioptrique, qui ramène vers l'horizon les traits de lumière du foyer, il a joint des reflecteurs qui reçoivent les rayons trop inclinés pour qu'ils puissent être réfractés.

On a établi, à Dunkerque, un de ces nouveaux phares à feu fixe, qui a de petites dimensions, mais dont l'effet est considérable. L'interposition des lentilles rend environ dix fois plus grand l'éclat de la lumière du foyer. Le rayon intérieur de ce phare est seulement d'un quart de mètre; s'il était de trois pieds, la lumière centrale étant supposée équivaloir à vingt-deux lampes d'Argant, l'effet produit pourrait égaler celui de quatre cents lampes. On sait que l'on doit à MM. Arago et Fresnel la disposition des flammes concentriques placées au foyer de ces phares. On a le dessein d'employer dans ces appareils le gaz inflammable de l'huile, et d'augmenter l'intensité de l'effet en multipliant les flammes au centre de l'appareil.

M. le professeur Pouillet, qui contribue à l'avancement des sciences physiques autant par ses propres recherches que par les succès de l'enseignement, a entrepris une suite d'observations très-précises qui lui ont servi à déterminer par l'expérience et par le calcul les effets de la chaleur solaire, question importante liée à l'étude des plus grands phénomènes de la nature.

On s'est occupé récemment de perfectionner l'hygromètre; et l'on a construit des microscopes catoptriques ou dioptriques, dont l'usage rendra beau-

coup plus faciles et plus exactes des observations d'un grand intérêt.

L'Académie a couronné les recherches de M. Desprès sur l'origine de la chaleur animale. Le même physicien a publié les résultats d'expériences exactes et utiles sur la densité des différentes vapeurs et leur chaleur ou latente ou sensible.

J'ai annoncé dans les rapports précédents que le tome V de la *Mécanique céleste* présente l'histoire philosophique des progrès que l'astronomie doit aux recherches des géomètres. L'illustre auteur publie successivement les dernières parties de cet ouvrage. Ainsi, l'un des plus beaux monuments des sciences modernes ne tardera point à être entièrement achevé. Les livres qui ont paru ont pour objet la question de la figure de la terre et de son mouvement diurne, les attractions des corps sphériques, les oscillations des fluides à la surface des planètes, la précession des équinoxes, et la libration de la lune, enfin l'analyse des mouvements des planètes et des comètes.

On voit toutes ces théories prendre naissance dans le livre immortel de Newton. Elles se développent, se rectifient, se perfectionnent dans les ouvrages de d'Alembert, de Clairaut, de Lagrange, de Laplace, d'Euler et Legendre, et de plusieurs autres grands géomètres

qui ont succédé à Newton. Et tous ces travaux qui semblent toucher aux limites de l'esprit humain, sont des conséquences d'un seul principe : tant est féconde la méditation d'une loi de la nature.

Il importe surtout de remarquer que l'on ignorerait entièrement les relations nécessaires qui unissent ces grands phénomènes, si l'analyse mathématique n'eût été fondée. Il n'appartient qu'à cette science de pouvoir saisir et d'exprimer des rapports aussi composés entre les effets et les causes. Les découvertes analytiques de Viete, de Descartes, de Fermat, de Leibnitz, des Bernouilli et d'Euler, ont concouru à la perfection des théories astronomiques.

Ces applications de l'analyse s'étendent à tous les phénomènes naturels; et l'histoire annuelle des sciences en multiplie les exemples. M. Poisson, qui avait déja soumis au calcul les effets statiques de l'électricité, a étendu cette savante analyse aux forces magnétiques. Il ramène l'explication physique des effets de ce genre à un petit nombre de propositions fondamentales déduites des phénomènes, et les conséquences mathématiques sont conformes aux observations.

La théorie électro-dynamique de M. Ampère appartient à la fois aux méthodes expérimentales et aux applications de calcul.

M. Cauchy a publié des recherches d'un grand intérêt sur la question du mouvement des ondes; et en même temps il a ajouté à cette science du calcul, si nécessaire pour l'étude de la nature, des propositions très-remarquables dont nous ferons connaître l'objet dans les analyses imprimées.

La question des températures terrestres est trop composée pour que je puisse en présenter ici les résultats avec clarté, et montrer ses rapports avec le système du monde. D'ailleurs il ne m'appartient pas de marquer la place que peut occuper dans l'histoire des sciences une théorie qui est l'objet de mes propres ouvrages.

M. Navier n'a point cessé de cultiver les plus hautes théories mathématiques. Il en a déduit la solution d'une question fort importante dans les usages civils, celle de la flexion des plans élastiques.

Nous passons à l'exposition des recherches récentes qui intéressent l'astronomie et les connaissances météorologiques.

Sans rappeler la série annuelle des travaux qui s'accomplissent à l'Observatoire de France, j'indiquerai seulement les nouveaux progrès des observations et des méthodes. On a donné plus de précision et d'étendue aux recherches magnétiques et météo-

rologiques; on a ajouté à la mesure de tous les changements que subissent la déclinaison et l'inclinaison de l'aiguille aimantée, celle des variations de l'intensité de la force magnétique. On observe les changements continuels de température pendant la durée des jours et des saisons, au moyen de thermomètres placés dans l'intérieur de la terre à des profondeurs inégales; recherches dont la théorie analytique de la chaleur fait connaître toute l'importance, et qui n'offraient jusqu'ici que des résultats isolés et imparfaits.

L'Académie des Sciences a couronné, et elle publie dans la collection de ses Mémoires, un travail précieux dont on est redevable à M. Damoiseau. Cet ouvrage a pour objet la formation des tables lunaires, déduite de la seule théorie et d'un petit nombre d'éléments fondamentaux; il est le fruit d'une étude persévérante et approfondie de la Mécanique céleste.

M. Plana, dont les savantes productions rappellent et honorent l'école mathématique française, et l'habile astronome M. Carlini, ont partagé avec M. Damoiseau le prix décerné par l'Académie des Sciences, et dont cette grande question était le sujet. Le résultat général de ces recherches montre que le seul principe de la gravitation universelle donne les tables du mouvement de la lune, avec une précision au

moins égale à celle que l'on forme par le concours de la théorie et d'un très-grand nombre d'observations. L'histoire philosophique des sciences remarquera ce témoignage frappant de la perfection et de la puissance de l'analyse mathématique.

Notre observatoire a reçu des ateliers français les plus précieux de ses instruments. On doit au talent supérieur de M. Fortin le grand cercle mural qui ne peut être comparé qu'à celui de Greenwich; il est divisé par un procédé nouveau que l'on ne tardera point à imiter.

M. Gambey s'est placé au premier rang des artistes de l'Europe; sa boussole de déclinaison a un degré d'exactitude que jusqu'ici l'on n'avait pu atteindre; son équatorial est le fruit de l'art le plus ingénieux. Dans cet instrument, la lunette suit elle-même le mouvement uniforme des astres autour des pôles terrestres. L'appareil d'horlogerie qui lui imprime, sans aucune secousse, ce mouvement d'une précision continue, est une invention originale dont on peut faire les plus utiles applications.

MM. Lerebours et Cauchoix ont renouvelé d'heureuses tentatives pour perfectionner les instruments d'optique, et pour dépasser toutes les limites auxquelles cet art paraissait assujéti.

Plusieurs astronomes ont calculé les éléments paraboliques des comètes qui ont paru dans ces dernières années ; elles diffèrent de toutes celles qui ont été observées jusqu'ici avec une exactitude suffisante. L'un de ces astres présentait un phénomène remarquable. On a vu pendant quelques jours cette comète accompagnée de deux appendices lumineux, l'un dirigé vers le soleil, l'autre dans la situation presque entièrement opposée.

M. le baron Damoiseau, que nous avons déja cité, a entrepris d'importantes recherches sur les deux seules comètes dont nous connaissons exactement le cours périodique. La première rappelle les noms illustres d'Halley et de Clairaut; il en annonce le retour au périhélie, pour l'année 1835, le 16 novembre. Ce grand travail a été couronné par l'Académie de Turin.

La seconde est l'astre singulier dont M. Enke a calculé le cours elliptique. Cette comète, qui appartient présentement à notre système planétaire, achève sa révolution en 1200 et quelques jours. On a peu d'espoir de l'observer à son retour prochain, à raison de sa proximité du soleil; mais suivant l'éphéméride calculée par l'auteur, elle passera de nouveau au périhélie le 10 janvier 1829; alors elle sera visible dans toute l'Europe.

Notre gouvernement a continué de protéger et d'encourager tous les travaux astronomiques ; l'observatoire de Paris doit l'un de ses grands instruments les plus parfaits, le cercle mural, à la munificence d'un Prince auguste, vainqueur et modérateur, également cher aux camps et aux cités.

Les recherches de la géographie astronomique s'étendent aujourd'hui à toutes les régions de la terre. Il n'y a point de contrée si lointaine qui n'ait reçu les instruments de l'Europe. Les ouvrages de M. Alexandre de Humboldt ont offert des modèles dans tous les genres de connaissances, et ont imprimé une heureuse direction à l'étude physique et politique du globe.

On a déterminé la hauteur exacte et jusqu'ici entièrement ignorée des grandes montagnes de l'ancien Imaüs au centre de l'Asie, les plus élevées du globe, et dont la hauteur surpasse d'un cinquième celle du Chimborazo.

On a mesuré dans l'Indostan un arc du méridien terrestre. On étudie le ciel austral dans l'observatoire du Cap de Bonne-Espérance, et dans celui de Paramatta, à la Nouvelle-Hollande. Les astronomes que le zèle des sciences a conduits dans cette autre Europe, ont déja fixé la position de plus de dix mille étoiles australes. Sir Thomas Brisbane, gouverneur

de la Nouvelle-Galles méridionale, correspondant de l'Institut de France, dirige et encourage ces travaux.

Parmi les ouvrages qui ont été récemment présentés à l'Académie des Sciences, un des plus dignes de l'attention des hommes d'état, est celui qui a pour objet la description physique et administrative de plusieurs provinces du Piémont. L'auteur, M. le comte de Chabrol, qui a laissé dans cette contrée les souvenirs d'une administration sage et tutélaire, avait fait une étude approfondie de toutes les parties du territoire. Ses vues sur les communications commerciales de la France et du Piémont, sur un établissement maritime à la Spezzia, et surtout son projet d'un canal de navigation entre l'Adriatique et la Méditerranée à travers les Apennins, donnent à son ouvrage un caractère très-remarquable. Sa Majesté, le Roi de Sardaigne, en a désiré la publication, et a voulu honorer d'un témoignage royal l'auteur déja récompensé par l'affection des peuples.

M. le commodore russe de Krusenstern a réuni et discuté, dans un grand ouvrage d'hydrographie, tous les éléments connus de la description de l'Océan appelé *Pacifique ;* la première partie qui se rapporte à l'Océan austral vient d'être présentée, par le célèbre

auteur, à notre Académie des Sciences, dont il est correspondant.

Nous venons d'être informés que M. Wedel, officier de la marine anglaise, a pénétré dans la région polaire de l'Océan méridional, au-delà du terme où s'étaient arrêtés les navigateurs précédents. Il s'est avancé jusqu'à 15° trois quarts du pôle, au sud des îles du Nouveau-Schetland; et ce qui est remarquable, il y a trouvé une mer ouverte et entièrement libre de glace.

Je ne rappellerai point les expéditions récentes qui ont pour objet d'explorer les mers boréales voisines du pôle; elles ont procuré de nombreuses observations sur le magnétisme terrestre, sur les faits météorologiques, sur la longueur du pendule. Ces entreprises extraordinaires, qui attestent les progrès de la navigation et de tous les arts, ont attiré l'attention du monde entier; les sciences en perpétueront le souvenir.

La question de la parallaxe des étoiles fixes, qui est celle de leur distance à la terre, est agitée entre deux savants astronomes, MM. Pond et Brinkley. Depuis l'origine de la philosophie, l'étendue de l'univers a été jugée d'autant plus grande, que les observations ont été faites avec plus de soin. La discussion même dont nous parlons est une preuve irrécusable

de cette immensité des régions célestes, dont le soleil et les planètes qui l'environnent n'occupent pour ainsi dire qu'un seul point.

Parmi les recherches qui intéressent le plus la philosophie naturelle, on doit remarquer celles qui ont pour objet l'observation des étoiles multiples, celle des mouvements propres des astres, et la description physique des cieux. Cet ordre de questions appartient aux études cosmologiques. M. South, qui consacre aux sciences ses talents et sa fortune, son ami M. John Herschell, digne d'un aussi grand nom, et M. Struve, astronome distingué de Dorpat, ont déja recueilli une multitude d'observations précieuses, propres à développer cette branche si curieuse, et encore nouvelle, de l'astronomie physique. L'observatoire de France a eu principalement en vue ce genre de recherches, en ordonnant la construction de l'équatorial dont nous avons parlé.

Je regrette de ne pouvoir citer ici les savantes productions de M. Bessel, et celles de plusieurs astronomes et géomètres illustres, dont les ouvrages perfectionnent ou éclairent le domaine des sciences. La nature même et la diversité de ces travaux m'obligent d'en omettre l'énumération.

On a continué l'étude des théories mécaniques.

La nouvelle édition du Traité de statique de M. Poinsot a été rapidement distribuée; les sciences s'applaudiront bientôt de recevoir du même auteur une exposition aussi ingénieuse et aussi claire des théorèmes dynamiques.

Ces principes dont on a fait des applications nouvelles dirigent toutes les recherches, servent à apprécier les résultats et à les exposer avec exactitude et clarté. On trouve des modèles de cette méthode, dans les mémoires que M. Girard a publiés, soit pour décrire de grands ouvrages publics exécutés en France et dans les divers états de l'Europe, soit pour déterminer par des considérations dynamiques les conditions les plus favorables dans la construction des canaux, ou pour démontrer, par des comparaisons frappantes, l'influence des communications sur les progrès de l'industrie.

Si l'on considère les applications multipliées de la mécanique rationnelle à l'industrie, aux canaux, à la navigation, aux communications de tous les genres, on voit qu'il serait impossible de les rappeler. Je puis à peine citer quelques constructions extraordinaires, qui exigent le concours de plusieurs sciences, et qui porteront à la postérité un témoignage éclatant de la puissance des arts.

La France avait offert, il y a deux siècles, les pre-

miers et les plus beaux modèles des ouvrages publics, et son exemple a été utile à toutes les nations. Tout concourt aujourd'hui à lui rappeler ces grands souvenirs. Des projets très-importants ont été présentés, jugés et exécutés, par un corps de savants ingénieurs connus et admirés de l'Europe entière.

L'esprit d'association, principe fécond de prospérité intérieure, s'établit enfin parmi nous; il se développe et s'anime. Uni à l'action administrative, il fonde un système de canaux qui s'étend à tout le territoire de la France, pour y répandre les richesses de l'agriculture et du commerce. Chaque jour ce rincipe suggère de nouvelles entreprises. Il a rapidement accompli dans la capitale des projets de canaux depuis long-temps conçus, et qui donnent à son commerce une voie nouvelle et facile.

Il offre l'heureux et utile emploi des chemins de fer, qui favorise et multiplie les transports, augmente la vitesse, en épargnant la dépense et la force.

Il établit des ponts ingénieusement suspendus, constructions savantes et hardies, principalement destinées à franchir de très-grands espaces, au-dessus des eaux, ou dans les vallées profondes, et dont les États américains et l'Angleterre ont retiré les premiers avantages.

Bordeaux a vu s'élever en peu d'années un des

plus grands ponts de l'Europe. On continue les immenses travaux de Cherbourg, et de nouveaux ouvrages ont agrandi le port de Marseille.

Dans le nord de l'Écosse, une entreprise prodigieuse est achevée; des frégates vont suivre une route nouvelle, entre des lacs, à travers des rochers immenses, et la force de la vapeur suppléera à l'usage des voiles.

La Suède établit entre ses mers des communications désirées depuis plusieurs siècles.

Dans un pays dont la seule existence est un triomphe de l'art, le nouveau canal d'Amsterdam au Helder est ouvert aux grands bâtiments du commerce.

La Russie prépare une entreprise capitale, qui ferait communiquer la Baltique, la Caspienne et la mer Noire, par l'intermédiaire de ses grands fleuves.

Les États-Unis ouvrent des canaux entre des rivières qui descendent sur l'une et l'autre pente des monts Alléghaniens. Ce projet de communications intérieures, l'un des plus vastes et des plus utiles que l'on ait conçus, unira vers leurs sources les eaux qui se rendent dans le golfe du Mexique, à celles que reçoit l'Atlantique septentrional.

Le Gange porte des bateaux à vapeur, et l'Inde a reçu du génie européen le canal d'irrigation de Delhi sur une longueur qui surpasse 180 milles.

Un Français dont l'Amérique et l'Angleterre ont attiré et récompensé les talents, M. Brunel, invente des procédés extraordinaires et singulièrement ingénieux, pour établir une communication souterraine de l'une à l'autre rive de la Tamise.

L'Italie garde la mémoire des travaux des ingénieurs français, et des grands desseins qu'ils ont conçus. S. S. Léon XII écrit, dès son avénement, à M. de Prony. Il veut que l'illustre auteur du projet de dessèchement des Marais-Pontins reçoive un témoignage durable et solennel de la reconnaissance des peuples.

Les avantages presque incroyables que l'emploi des machines à feu procure aux arts civils, ont attiré de plus en plus l'attention publique, chez les nations civilisées. Partout les arts conspirent pour perfectionner cette conquête de la plus grande force de la nature. Elle remplace, dans les procédés si divers de l'industrie, l'action pénible des hommes, le travail des animaux, la puissance bornée et incertaine des eaux courantes, les mouvements si variables de l'air. Cette force immense du feu, toujours présente et toujours nouvelle, épuise incessamment les eaux dans les mines profondes; divise, comprime, broie; donne en quelques instants à des matières informes des figures régulières et variées; imprime et mesure

à chaque espèce de machine le mouvement qui lui convient. Elle perfore les canons, fabrique des fils déliés, des tissus, des cordages, des poulies; elle ouvre au commerce des routes inespérées, et du plus long cours sur les fleuves des États-Unis; elle fait communiquer tous les rivages de l'Angleterre, et rend tous ses ports voisins, transporte les produits des arts au-delà des mers lointaines, ou dans l'intérieur du territoire, sur des canaux, ou sur des voies de fer.

Une difficulté principale naît de l'emploi nécessaire d'une grande masse de combustible. Les arts luttent aujourd'hui contre cet obstacle. On a porté à un degré extrême l'action compressive et la force élastique de la vapeur. On connaît des observations où cette pression était équivalente à celle de 1400 atmosphères. On a tenté dans des expériences, qui ne sont encore qu'ingénieuses, de suppléer à la vapeur par la combustion des gaz.

On projette d'importantes communications entre des mers que séparent deux isthmes célèbres. Le génie des arts s'efforce de produire un moyen assuré d'appliquer la force élastique des différentes vapeurs à la haute navigation. De telles découvertes pourraient changer presque subitement les relations politiques, militaires et commerciales des principaux états; et cette époque ne serait pas moins mémo-

rable, que celle qu'ont illustrée les entreprises immortelles de Gama, de Colomb, de Magellan.

Au rang des inventions encore récentes, qui intéressent éminemment la société civile, l'histoire des arts a déja placé celle qui procure et distribue la lumière des gaz inflammables aux établissements publics, aux ateliers, aux habitations, aux cités. Sans rappeler l'origine et les progrès de cette industrie, je me borne à indiquer les nouveaux procédés.

On a comparé sous divers rapports les quantités de lumière que fournissent la houille et les huiles. On a trouvé des moyens ingénieux de multiplier et de varier l'usage de ces sources d'une clarté vive et pure, et d'en régler le cours.

L'administration publique a voulu examiner ou prévenir les appréhensions et les plaintes graves auxquelles donnerait lieu la proximité des grandes usines mues par la vapeur, ou celle des vases immenses où le gaz inflammable est contenu; l'Académie, consultée sur la partie scientifique de ces questions, a chargé ses commissaires de recueillir et de discuter tous les faits observés en France, ou consignés dans les enquêtes du Parlement anglais. Le gouvernement, à qui ses rapports et délibérations ont été transmis, a prescrit des dispositions sages et conservatrices, pour concilier avec le droit de propriété,

qui est le fondement de tout ordre public, le droit d'industrie qui est aussi une propriété, et qu'il est si important aux nations de garantir et d'encourager.

L'application de ces instructions officielles nécessitait de nouvelles recherches sur la force élastique de la vapeur à des températures très-élevées. Une commission de l'Académie entreprend ces expériences, et le ministère de l'intérieur s'est empressé de subvenir aux dépenses qu'elles exigent. Il suffit d'annoncer que M. Dulong s'occupe spécialement de ces importantes et difficiles observations, pour qu'on soit assuré qu'elles procureront de nouvelles lumières aux arts et aux théories physiques.

On a fait de nouveaux progrès dans la description géodésique de la France. Cette belle et grande opération sera toujours placée, par un gouvernement éclairé, au premier rang des entreprises publiques; elle est exécutée par le corps royal des ingénieurs géographes, qui joint à l'usage des meilleures méthodes d'observation et de calcul, celui d'instruments d'une grande perfection.

Cette description a pour objet de rapporter les mesures partielles à un plan général tracé avec la précision des méthodes astronomiques, et de fixer la position et la hauteur de tous les lieux remarquables;

elle sert de fondement à la topographie des cours d'eau; elle éclaire l'Administration intérieure de l'état, et intéresse les sciences, par ses rapports avec l'étude mathématique de la figure de la terre. On vient de terminer les mesures du parallèle moyen, qui s'étendent depuis Cordouan jusqu'à Padoue; en sorte que les opérations géodésiques de la France sont liées à celles de l'Italie. Le gouvernement d'Autriche se propose de les prolonger jusqu'à Fiume, et même jusqu'à Orsowa. Les résultats de ces mesures récentes, combinées avec celles des arcs de méridien en Europe, dans les régions équatoriales, et dans l'Inde, confirment la connaissance que la mécanique et l'astronomie nous avaient donnée de la forme du sphéroïde terrestre. Ces grands travaux viennent d'être prolongés de la Méditerranée à l'Océan, et ils pourront servir à comparer le niveau des deux mers.

L'Angleterre, l'Allemagne, les Pays-Bas, l'Italie, ont acquis, par des méthodes semblables, la description géométrique de leur territoire. Les points principaux de cet immense réseau de figures géométriques, qui couvre une partie de la terre habitée par tant de nations puissantes, ont été désignés par des marques durables qu'il sera toujours possible de reconnaître. On s'est efforcé de rendre ineffaçables ces traces savantes léguées aux générations à venir.

Ainsi la terre pourra conserver, dans le cours des siècles, des empreintes de l'intelligence humaine, selon l'ancienne expression du philosophe jeté par la tempête sur une île inconnue.

La comparaison des mesures géodésiques faites dans plusieurs contrées de l'Italie, avec les observations astronomiques, a conduit à une conséquence très-remarquable sur la figure de la terre. On ne peut point douter aujourd'hui qu'il n'existe dans cette partie de la surface du globe, des causes constantes et très-sensibles de déviation des lignes verticales. Cet effet résulte des irrégularités de la figure, ou de la disposition intérieure et de la nature des matières terrestres.

L'origine des travaux hydrographiques de la marine française remonte, comme la fondation de notre Académie des Sciences, et tant d'autres établissements mémorables, à l'administration de Colbert. On a beaucoup augmenté, dans les deux dernières années, cet ensemble de connaissances précieuses, dont la publication intéresse tous les peuples. Deux officiers-généraux, membres de l'Académie des Sciences, qui ont eux-mêmes perfectionné les connaissances nautiques, concourent à la direction de cette immense et glorieuse entreprise, confiée au corps

royal des ingénieurs hydrographes, sous l'inspection immédiate de M. Beautems-Beaupré. Personne n'ignore ce que la géographie doit aux travaux de M. Buache. Les observations hydrographiques ont acquis aussi plus d'étendue, et l'on a donné plus de précision aux instruments. On est redevable à M. Beautems-Beaupré de l'application et des progrès de ces méthodes. La première partie de l'ouvrage qu'il vient de publier se rapporte aux côtes de la Bretagne, et M. de Hell a exploré, avec le même soin, le littoral de la Corse. Les cartes formées d'après ces principes déterminent tous les détails de la configuration des côtes, et rattachent ces mesures aux opérations géodésiques fondamentales; elles énumèrent et placent les écueils, montrent la hauteur variable des eaux, les résultats des sondes, et même la nature du sol jusqu'à de certaines profondeurs.

A l'aspect de ce beau travail, on sent qu'il a été inspiré par des pensées humaines et généreuses, et par un vif désir de guider ou de secourir le navigateur incertain.

Le gouvernement français, en publiant le voyage de M. le capitaine Louis de Freycinet, fait jouir les arts nautiques, l'histoire naturelle, la géographie, la physique, des fruits précieux de cette savante expédition.

L'impression des mémoires de M. Marestier, sur la construction et l'usage des bateaux à vapeur, a procuré la connaissance exacte et approfondie d'une industrie puissante qui s'est développée sur les grands fleuves des États américains; qui, devenue pour l'Angleterre une source de richesses, s'étend de plus en plus dans le nord de l'Europe, et est déja connue dans l'Asie et la Nouvelle-Hollande.

La marine française ne cesse d'entreprendre de nouveaux voyages de découvertes dans les régions du globe dont la connaissance est utile à toutes les nations. Nous apprenons l'heureux retour de M. Duperrey, commandant de l'expédition la plus récente, et de qui la géographie maritime et la physique ont déja reçu d'importantes observations. Un officier de la marine royale, M. de Beaufort, sorti de notre colonie du Sénégal, se consacre à des recherches nouvelles et périlleuses dans l'intérieur de l'Afrique.

Dans le même temps que les capitaines Parry et Franklin, le baron de Wrangel, commandant de l'expédition russe, et les compagnons de leurs dangers et de leur gloire, affrontaient les glaces polaires avec une persévérance héroïque, que le zèle pour les intérêts de leur patrie et pour les progrès des sciences peut seul inspirer, l'Afrique appelait aussi les regards des nations. Elle s'ouvre enfin au génie

infatigable et ambitieux des Européens. Leurs voyageurs, que n'arrêtent ni les mœurs barbares des indigènes, ni le caractère funeste du climat, ont tenté de pénétrer par la côte du golfe de Guinée, ou par la Nubie supérieure, ou en traversant le désert du Soudan. Des voyageurs anglais se sont avancés avec une rapidité inouïe du Fezzan vers la capitale du royaume de Bournou. Ils ont trouvé des villes nombreuses et presque florissantes, un concours prodigieux d'habitants, et tous les témoignages d'un grand commerce et d'une industrie singulière. Ils ont observé, sur une étendue de plus de soixante-dix lieues, le rivage d'un lac intérieur, qui reçoit, dans des directions opposées, les eaux de plusieurs grandes rivières. Ce lac de l'Afrique centrale, déja connu par les relations des indigènes, s'offrait pour la première fois aux regards des Européens. Nous savons que l'on a poursuivi ces recherches avec une ardeur incroyable. Les nouvelles les plus récentes sont du mois de juin dernier; celles que l'on doit recevoir seront peut-être datées de cette ville de Tombouctou, si célèbre et si inconnue; ou elles résoudront d'anciennes incertitudes sur le cours du Niger.

L'honneur de ces découvertes appartiendra aussi aux voyageurs précédents que la mort a frappés sur tant de points de cette terre inhospitalière. A peine

informés de la perte de Belzoni et de Bowditch, nous avons appris que le docteur Walter-Oudney est mort saisi de froid dans ces régions de la zone torride, à douze ou treize degrés de l'équateur. L'histoire des sciences vient d'inscrire son nom sur la liste fatale et si nombreuse de ceux qui ont succombé dans ces terribles entreprises, victimes célèbres, et dirai-je infortunées, qu'animait un courage extraordinaire, et surtout le désir de se consacrer à la gloire de leur patrie. Il n'appartient qu'aux sentiments généreux d'inspirer de grandes et nobles résolutions, et d'égaler la récompense aux travaux.

Il s'est formé dans la capitale de la France une association littéraire, qui dirige, publie, récompense les recherches géographiques. Des savants et des écrivains illustres de toutes les nations, de grands magistrats, des amis et des protecteurs des arts, partagent les travaux et les vœux de la société de géographie. Le gouvernement les encourage par le don de collections précieuses; il favorise ses correspondances, qui indiquent aux voyageurs du monde entier les objets qu'il importe le plus d'observer.

Je me suis proposé, messieurs, de rappeler les progrès des arts qui reçoivent leurs principes des théories mathématiques et physiques. Ce tableau au-

rait dû vous être présenté d'une manière plus digne de votre attention; j'aurais désiré surtout de faire mieux connaître la direction actuelle des études scientifiques, et de montrer qu'elles ont acquis dans le cours des deux derniers siècles un caractère frappant d'utilité et de grandeur.

La méthode analytique qui commence avec les questions de Diophante, et les essais ingénieux de Léonard de Pise, de Ferrei, de Cardan, de Bombelli, se forme et se développe dans les écrits de François Viete, de Descartes et de Wallis; elle produit l'analyse appelée infinitésimale; et bientôt elle éclaire la mécanique rationnelle, la physique, l'astronomie, exprime les lois de la gravitation, de la lumière, de la chaleur, et interprète les grands phénomènes de l'univers.

Les sciences mécaniques et physiques rapidement perfectionnées procurent à la société civile des avantages qu'il eût été impossible de prévoir, il y a un siècle; et chaque découverte est une source féconde de puissance et de richesse. Le temps des grandes applications des sciences est arrivé; leurs progrès occupent et intéressent les gouvernements et les peuples.

Les notions morales et les sciences ont été données à l'homme, pour qu'il y eût en lui une trace

divine de l'origine de son être. Et sans doute leur premier attribut est d'élever l'ame, d'éclairer l'esprit, de lui ouvrir le spectacle de l'univers; mais à ce bienfait se joint l'utilité immédiate et sensible des arts. L'homme accomplit sa destinée; il donne aux efforts de son génie un but raisonnable et vrai; il suit ses plus nobles penchants, s'il consacre ses sciences à l'utilité publique et à l'étude de la nature.

Cette exposition des progrès les plus récents des sciences fondées sur les théories mathématiques a pour but principal d'inspirer au lecteur le désir d'étudier ces principaux résultats dans les ouvrages originaux. Notre rapport présente le résumé général de cette étude. Nous faisons connaître maintenant d'une manière plus spéciale les recherches qui ont été l'objet des travaux de l'Académie; et lorsque les mêmes questions ont été traitées dans des recueils périodiques, ou des ouvrages déja publiés, nous indiquons les sources que le lecteur peut consulter.

GÉOMÉTRIE.

Les analyses précédentes ont fait connaître l'objet des livres XI, XII et XIII de la *Mécanique céleste*. L'illustre auteur, M. le marquis de Laplace, a publié les livres XIV et XV.

Le premier traite des mouvements des corps célestes

autour de leur centre de gravité; et le second, du mouvement des planètes et des comètes. L'un et l'autre comprennent des notices historiques où sont exposés les travaux des géomètres ou des astronomes qui ont le plus contribué à ces grandes découvertes. Ces livres présentent ensuite des recherches récentes de l'auteur sur divers points de la mécanique céleste.

La première question du quatorzième livre est celle de la précession des équinoxes. L'étude attentive et la comparaison des observations chinoises qui remontent au XIIe siècle avant l'ère chrétienne, nous montrent que les astronomes de ce pays ont connu le mouvement rétrograde des solstices par rapport aux étoiles. Cette conséquence sera jugée évidente, si l'on apporte dans l'examen de la question les connaissances fondamentales qu'elle exige. Les Grecs ne paraissent point avoir reçu des anciens peuples la connaissance de la précession des équinoxes; ils l'ont acquise comme un résultat nécessaire de leurs propres observations; elle fut perfectionnée par les Arabes. Copernic, après avoir expliqué si heureusement les mouvements visibles des astres, reconnut que la précession des équinoxes est due au mouvement de l'axe terrestre autour des pôles de l'écliptique. Il restait à découvrir la cause physique de ce dernier phénomène. Cette question difficile fut résolue par Newton. Il avait conclu, du mouvement de rotation de la terre autour de son axe, que la figure de cette planète devait différer sensiblement de celle de la sphère, et il parvint à démontrer que la force attractive du soleil agissant sur un globe non sphérique mais aplati vers ses pôles, doit imprimer à l'axe polaire le mouvement qui détermine la précession des équinoxes, et qu'il

en est de même de l'action attractive de la lune. Il employa un art admirable dans cette recherche entièrement nouvelle, et suppléa par des considérations très-ingénieuses à la solution directe d'une question qui était alors placée au-delà des limites de la science mathématique. Il avait déja découvert la cause mécanique du mouvement des nœuds de l'orbite lunaire, et il reconnut qu'il devait se produire un effet semblable sur chacune des parties du globe terrestre dont se forme le renflement graduel depuis l'équateur jusqu'aux pôles. Il rechercha suivant quelle loi le mouvement imprimé à l'anneau extérieur doit être communiqué à toute la masse terrestre, et démontra ainsi la précession des points équinoxiaux, et la nutation de l'axe terrestre due à l'action du soleil. Cette première solution est à la vérité très-imparfaite; mais elle satisfait à l'objet principal, en ce qu'elle montre clairement, et sans aucun doute, la cause dynamique du phénomène. Les observations et les longues recherches de Bradley conduisirent ce grand astronome à l'importante découverte de la nutation de l'axe terrestre et des rapports de ce mouvement périodique avec celui des nœuds de l'orbite lunaire. Dans le même temps la question dynamique de la précession et de la nutation fut traitée directement, et résolue par d'Alembert, qui considéra les rapports du phénomène avec la figure elliptique et la densité des différentes couches et avec le mouvement de rotation de la terre. M. de Laplace rappelle les conséquences principales de cette solution, et les incertitudes auxquelles elle demeurait sujette. Il indique ensuite les travaux et les découvertes d'Euler, qui traita le même sujet après la publication de l'ouvrage de d'Alembert. Les recherches de ces deux grands géomètres

laissaient à discuter plusieurs points importants et difficiles qui n'avaient pas été soumis au calcul, tels que l'effet des mouvements des eaux et de l'atmosphère, l'influence de l'aplatissement terrestre sur les changements de l'obliquité de l'écliptique causés par l'action des planètes et sur la durée de l'année tropique, la nutation de l'orbite lunaire correspondante à la nutation de l'équateur terrestre. Ces questions ont été résolues par l'auteur de la *Mécanique céleste*. Ayant examiné avec le plus grand soin les causes que l'on aurait pu juger propres à altérer le mouvement de rotation de la terre, ou à déplacer l'axe de rotation sur la surface, il a démontré qu'aucun effet appréciable de ce genre ne résulte des inégalités séculaires des mouvements de la terre et de la lune. Quant à la diminution progressive que pourrait subir la température du globe, elle n'a produit, depuis l'origine des temps historiques, aucune accélération sensible dans le mouvement diurne.

La notice historique, dont on vient d'indiquer l'objet, est suivie de divers articles destinés à des recherches nouvelles. Dans le premier on présente, sous une forme remarquable, les formules générales du mouvement de l'équateur terrestre. Le second traite de la nutation de l'orbe lunaire correspondante à la nutation de l'équateur terrestre; le troisième, des inégalités de la précession et de la nutation de l'équateur terrestre dépendantes de la quatrième puissance des paraxalles du soleil et de la lune.

La seconde notice du quatorzième livre concerne les travaux des astronomes et des géomètres sur la libration de la lune. On y rappelle les observations fondamentales et les recherches théoriques propres à cette question.

Newton a connu le premier la cause physique qui tend continuellement à ramener vers la terre le grand axe du sphéroïde lunaire; mais il y a loin de cette première vue à une théorie complète, telle que nous la possédons aujourd'hui. Les observations capitales de Dominique Cassini ont fait connaître les lois du phénomène de la libration de la lune; elles sont confirmées par toutes les recherches ultérieures. L'explication dynamique de ces lois, commencée par Newton et d'Alembert, est principalement due à Lagrange, qui a traité plusieurs fois cette question. L'auteur de la *Mécanique céleste* a complété la théorie en démontrant que les grandes inégalités de mouvement de la lune ne peuvent point troubler les lois données par l'observation, et que l'action de la terre sur le sphéroïde lunaire fait participer à ces mêmes inégalités le mouvement de rotation du sphéroïde. C'est pour cette raison que l'hémisphère opposé à celui que nous observons présentement demeure invisible.

Avant que les sciences physiques et dynamiques fussent fondées, on regardait cette conséquence comme un effet naturel et nécessaire du mouvement d'un corps autour d'un centre: on a reconnu depuis que l'explication de ce fait devait être l'objet d'une recherche attentive; et la question a été pleinement résolue par l'analyse mathématique.

La troisième notice du quatrième livre rappelle les découvertes relatives aux anneaux de Saturne. Huygens, Jacques Cassini et Herschell ont observé la forme et les mouvements de ces corps; Maupertuis avait déterminé la figure de l'anneau, en combinant la force centrifuge excitée par la rotation de l'anneau dans son plan avec deux forces qui tendent, l'une

au centre de la planète, l'autre au centre de la section génératrice de l'anneau. Mais la solution mathématique de la question exigeait que l'on considérât toutes les actions élémentaires qui sollicitent chaque molécule de l'anneau. Cette solution a été donnée par M. de Laplace, qui en a conclu que la durée de la rotation de l'anneau est environ 5/12es de jour; résultat qui fut presque aussitôt confirmé par l'observation d'Herschell. Cette solution conduit à des conséquences très-remarquables sur la stabilité du système formé de la planète et de ses deux satellites annulaires. Les irrégularités de la forme des anneaux, et l'aplatissement considérable de la planète, déterminé par un mouvement rapide de rotation, conservent l'équilibre de ce système et lui donnent une stabilité qu'il n'aurait point sans ces conditions.

La planète tourne sur son centre dans un temps moindre que la durée de la rotation de l'anneau, mais qui en diffère très-peu; et c'est en effet ce qui doit avoir lieu, si les anneaux se sont formés aux limites de l'atmosphère des planètes par la condensation progressive des atmosphères. L'ensemble du système solaire ne présente rien qui ne s'accorde avec cette hypothèse physique sur l'origine des corps planétaires. Il n'en serait pas de même si la durée de la rotation d'un de ces corps autour de la masse dont on suppose qu'il faisait partie était moindre que la durée de la rotation de cette masse centrale; car, selon un des principes généraux de la mécanique, la concentration progressive ne peut produire que l'effet opposé.

Le livre XV traite du mouvement des planètes et des comètes. Il contient une notice assez étendue qui rappelle les travaux des géomètres sur cette question.

Après que Copernic eut expliqué les mouvements apparents des astres, Képler découvrit le mouvement elliptique et les lois qui ont rendu immortel le nom de cet astronome. Les recherches de quelques géomètres, et surtout la théorie des forces centrifuges due à Huygens, avaient conduit à quelques notions précises sur l'action centrale du soleil. Mais la théorie générale des mouvements célestes ne fut fondée que par les travaux de Newton. M. de Laplace indique rapidement les principaux résultats de cette admirable découverte, et montre les limites où s'était arrêté le premier inventeur. De là il passe aux recherches analytiques d'Euler sur les perturbations des mouvements planétaires, et présente à l'attention du lecteur ce qu'elles contiennent de plus remarquable; il rappelle les ouvrages de Clairaut, de d'Alembert, sur le problème des trois corps et sur diverses questions du système du monde; il cite les travaux si mémorables de Lagrange, et il expose ensuite l'objet et les résultats de ses propres recherches. Aucun géomètre n'ignore les importantes découvertes qui en ont été le fruit. Les conséquences principales sont celles qui se rapportent à la stabilité du système des planètes que Lagrange a confirmées par une analyse très-belle et très-générale, les théorèmes sur le mouvement des satellites de Jupiter, et l'explication des grandes inégalités des mouvements de Saturne et de Jupiter.

Dans cette même notice, l'auteur fait mention d'un problème dont la plupart des grands géomètres se sont occupés, celui de la détermination des orbites des comètes par les observations; il indique la méthode dont il s'est servi pour résoudre cette question, et dont on a fait des applications

multipliées; enfin il rappelle les travaux des géomètres sur les perturbations du mouvement des comètes. Les articles suivants du même livre contiennent des recherches nouvelles, 1° sur les variations des éléments du mouvement elliptique; 2° sur le développement des puissances de la distance mutuelle des planètes: l'auteur réduit ce calcul à l'application d'une méthode analytique très-générale et très-remarquable qu'il a donnée dans la théorie des probabilités; 3° sur la grande inégalité de Jupiter et de Saturne; 4° sur la détermination des orbites des comètes.

Nous avons indiqué dans le rapport général l'objet des recherches de M. Poisson sur la théorie du magnétisme, question importante qui intéresse à la fois la physique générale et les usages nautiques. Le premier mémoire a été lu le 16 février, et le second le 27 décembre 1824. L'un et l'autre sont imprimés dans la collection des mémoires de l'Académie.

M. Cauchy a présenté, le 9 août et le 27 décembre 1824, trois mémoires d'analyse. Il y résout plusieurs questions qui intéressent les progrès et les applications du calcul intégral.

Dans le premier mémoire, l'auteur déduit des formules qu'il avait données précédemment sur les intégrales définies, les séries de Taylor et de Lagrange, et d'autres séries du même genre, sans omettre les expressions des restes qui rendent les développements complets.

Les mêmes principes servent à former la somme des fonctions semblables des racines d'une équation algébrique. Au moyen des coefficients de cette équation, l'auteur établit ensuite, 1° les formules qui expriment la somme des fonctions dont il s'agit; 2° celles qui déterminent leur produit. Il montre

comment on peut faire usage de ces formules pour composer immédiatement, et sans le secours de la théorie des fonctions symétriques, l'équation finale qui résulte de l'élimination des inconnues dans des équations algébriques.

Pour faire connaître l'objet des recherches analytiques présentées par M. Cauchy dans le mois de décembre, nous emprunterons les expressions de l'auteur. Ces deux nouveaux mémoires concernent l'intégration des équations linéaires et la détermination des fonctions arbitraires qu'elle comporte. On y établit plusieurs propriétés remarquables de la formule de M. Fourier, et l'on propose une méthode pour déterminer dans un grand nombre de cas les fonctions arbitraires, en supposant les fonctions initiales connues seulement entre certaines limites. L'auteur applique cette méthode à la solution de plusieurs problèmes de physique mathématique. Parmi ces questions il cite celle qui a pour objet la propagation des ondes dans un canal d'une longueur finie, ou dans un bassin rectangulaire, quelle que soit d'ailleurs la profondeur du liquide. Il résulte de ces formules que les ondulations produites dans un bassin rectangulaire sont les mêmes que si le bassin étant prolongé indéfiniment dans tous les sens, la surface initiale du liquide primitivement comprise entre les bords était continuellement répétée à partir de ces bords; la disposition de la figure doit être telle que deux rectangles contigus ayant des côtés égaux à ceux du bassin soient toujours recouverts par deux surfaces symétriques et symétriquement placées de part et d'autre du plan vertical élevé par le côté commun à ces deux rectangles. Si l'on conçoit, continue l'auteur, que la surface du bassin soit comprise entre quatre miroirs plans et verticaux, ces surfaces que

l'on vient de construire ne seront autre chose que les images de la surface primitive du liquide répétées une infinité de fois par les quatre glaces. Cette conclusion subsiste lors même qu'un ou plusieurs des miroirs s'éloignent à l'infini, c'est-à-dire lorsque le bassin se prolonge indéfiniment dans un ou plusieurs sens. Si trois miroirs s'éloignent à l'infini, il n'y aura plus qu'une seule image, et en même temps on obtiendra le mouvement des ondes à la surface d'un liquide borné par un plan vertical. Si, dans ce dernier cas, l'ordonnée de la surface initiale du liquide est sensiblement nulle, excepté dans la partie de la surface voisine d'un certain point, cette même surface prolongée n'aura d'ordonnée sensible que dans une partie voisine d'un second point, qui coïncidera précisément avec l'image du premier, comme si la surface du liquide était indéfiniment prolongée au-delà des plans, et que les deux points dont il s'agit fussent deux centres d'ondulations. On en conclut immédiatement que les circonférences des cercles figurés par les différentes ondes incidentes et réfléchies se coupent sur le plan donné, de manière que le rayon de l'onde incidente et le rayon de l'onde réfléchie font toujours le même angle avec la normale au plan.

M. Cauchy a présenté, dans la séance du 23 février 1824, un mémoire d'analyse indéterminée, dont on trouve un extrait détaillé dans le Bulletin des sciences de la société Philomathique (août 1824, page 117).

M. Fourier a lu, en 1824, dans plusieurs séances de l'Académie, le résumé de ses recherches sur les applications de la théorie analytique de la chaleur à la question des températures terrestres.

Nous avons indiqué, dans les analyses précédentes, l'origine et l'objet du calcul des conditions d'inégalité, dont M. Fourier a fait des applications très-variées à la mécanique, à l'analyse générale, à la géométrie et à la théorie des probabilités. Une des questions les plus remarquables dont le mémoire cité contient la solution, est celle qui se rapporte au calcul des erreurs des observations. Nous ne pouvons ici faire connaître que très-succinctement les principes de cette solution.

On considère des fonctions linéaires de plusieurs inconnues x, y, z; les coefficients numériques qui entrent dans les fonctions sont des quantités données. Si le nombre des fonctions n'était pas plus grand que celui des inconnues, on pourrait trouver pour x, y, z, un système de valeurs numériques tel que la substitution simultanée de ces valeurs dans les fonctions donnerait pour chacune un résultat nul. Mais on ne peut pas en général satisfaire à cette condition, lorsque le nombre des fonctions surpasse celui des inconnues. Supposons maintenant que l'on attribue à x, y, z, des valeurs numériques, α, β, γ, etc., et qu'en les substituant dans une fonction, on calcule la valeur positive ou négative du résultat de la substitution, on considère comme une erreur ou écart le résultat positif ou négatif qui diffère de zéro; et, faisant abstraction du signe, on prend pour mesure de l'erreur le nombre d'unités positives ou négatives que le résultat exprime.

Cela posé, on demande quelles valeurs numériques X, Y, Z, etc., il faut attribuer à x, y, z, etc., pour que le plus grand écart, provenant de la substitution dans les diverses

fonctions proposées, soit moindre que le plus grand écart que l'on trouverait, en substituant dans les fonctions tout autre système de valeurs différent de celui-ci X, Y, Z.

On pourrait ainsi chercher un système X′ Y′ Z′, etc., de valeurs simultanées de x, y, z, etc., tel que la somme des erreurs, prise abstraction faite du signe, fût moindre que la somme des erreurs provenant de la substitution de tout système différent de X′ Y′ Z′, etc.

L'une et l'autre question se résolvent par l'analyse des inégalités, quel que soit le nombre des inconnues. Il suffit d'exprimer les conditions propres à la question, et d'appliquer aux inégalités écrites les règles générales de ce calcul. On supplée ainsi par un procédé algorithmique à des raisonnements très-composés qu'il faudrait changer selon la nature de la question, et qu'il serait, pour ainsi dire, impossible de former si le nombre des inconnues surpassait trois.

Pour faciliter les applications, lorsque le nombre des valeurs est assez grand, il convient de réduire les opérations au moindre nombre possible. On y parvient en considérant les propriétés des *fonctions extrêmes*. Nous appelons ainsi celles qui peuvent être ou plus grandes ou plus petites que toutes les autres. La construction suivante représente clairement la méthode qui doit être suivie pour arriver sans calcul inutile aux valeurs de x, y, z, etc. qui donnent au plus grand écart sa moindre valeur. Quoique cette construction soit propre au cas de deux variables, elle suffit pour faire bien connaître le procédé général.

x et y sont, dans le plan horizontal, les coordonnées d'un point quelconque. L'ordonnée verticale z mesure la valeur

de la fonction; chaque inégalité est représentée par un plan dont la situation est donnée. Dans la question dont il s'agit, le nombre de ces plans est double du nombre des fonctions, parce qu'il faut attribuer à chaque valeur le signe + et le signe —. On ne considère que les parties des plans qui sont placées au-dessus du plan horizontal des x et y, et ces parties supérieures des plans donnés sont indéfiniment prolongées. Il faut principalement remarquer que le système de tous ces plans forme un vase qui leur sert de *limite* ou d'*enveloppe*. La figure de ce vase extrême est celle d'un polyèdre, dont la convexité est tournée vers le plan horizontal. Le point inférieur du vase ou polyèdre a pour ordonnées les valeurs X, Y, Z, qui sont l'objet de la question, c'est-à-dire que Z est la moindre valeur possible du plus grand écart, et que X et Y sont les valeurs de x et y propres à donner ce minimum, abstraction faite du signe.

Pour atteindre promptement le point inférieur du vase, on élève en un point quelconque du plan horizontal, par exemple à l'origine des x et y, une ordonnée verticale jusqu'à la rencontre du plan le plus élevé, c'est-à-dire que parmi tous les points d'intersection que l'on trouve sur cette verticale, on choisit le plus distant du plan des x et y. Soit m_1 ce point d'intersection placé sur le plan extrême. On descend sur ce même plan depuis le point m_1 jusqu'à un point m_2 d'une arête du polyèdre, et en suivant cette arête, on descend depuis le point m_2 jusqu'au sommet m_3 commun à trois plans extrêmes. A partir du point m_3 on continue de descendre suivant une seconde arête jusqu'à un nouveau sommet m_4, et l'on continue l'application du même procédé, en suivant toujours celle des deux arêtes qui conduit à un sommet

moins élevé. On arrive ainsi très-prochainement au point le plus bas du polyèdre. Or cette construction représente exactement la série des opérations numériques que la règle analytique prescrit; elle rend très-sensible la marche de la méthode qui consiste à passer successivement d'une fonction extrême à une autre, en diminuant de plus en plus la valeur du plus grand écart. Le calcul des inégalités fait connaître que le même procédé convient à un nombre quelconque d'inconnues, parce que les fonctions extrêmes ont dans tous les cas des propriétés analogues à celles des faces du polyèdre qui sert de limite aux plans inclinés. En général les propriétés des faces, des arêtes, des sommets et des limites de tous les ordres, subsistent dans l'analyse générale, quel que soit le nombre des inconnues. Les bornes de ces extraits ne nous permettent point une exposition détaillée, qui pourrait seule donner une connaissance complète de la méthode, et de l'ordre qu'il faut établir dans les opérations numériques, lorsque le nombre des fonctions est très-grand; mais la construction précédente suffit pour montrer le caractère de la solution.

Nous indiquerons maintenant l'objet d'une recherche plus générale commune à toutes les questions de l'analyse des inégalités. $x, y, z, \ldots u, t$ désignant les inconnues, il s'agit de trouver pour ces quantités des valeurs qui satisfassent à un nombre quelconque de conditions linéaires dont chacune est exprimée par le signe $>$ ou $<$, et qui contiennent x, $y, z, \ldots u, t$. On procédera comme il suit pour éliminer successivement x, y, z, etc. Chacune des inégalités donne évidemment pour x une condition de la forme

$$x > A + By + Cz + \text{etc.},$$

ou de la forme $x < \alpha + \beta y + \gamma z + \text{etc.}$

On compare chacune des conditions de la première forme à chacune des conditions de la seconde, et l'on écrit pour exprimer cette comparaison

$$\alpha + \beta y + \gamma z + \text{etc.} > A + By + Cz + \text{etc.}$$

Par ce moyen on forme de nouvelles inégalités où x n'entre plus. Il arrive presque toujours qu'un assez grand nombre de ces nouvelles inégalités subsistent évidemment, et qu'il est inutile de les écrire. Ces réductions se présentent d'elles-mêmes, et elles simplifient beaucoup le calcul.

Lorsqu'on a remplacé les inégalités qui contenaient $x, y, z \ldots u, t,$ par celles qui contiennent seulement $y, z \ldots u, t,$ on élimine y suivant le même procédé, et continuant l'application de cette règle, on obtient des conditions finales où il n'entre qu'une seule inconnue t. On en déduit pour cette dernière inconnue des limites numériques, dont les unes sont de la forme $t > a,$ et les autres de la forme $t < b$. On n'a plus à considérer que la plus petite B des limites $b,$ et la plus grande A des limites a. S'il arrive que A soit un nombre plus grand que B, on en conclut avec certitude que la question proposée n'a aucune solution possible, et c'est à ce caractère que l'on reconnaît si les conditions proposées en $v, y, z \ldots u, t,$ peuvent toutes subsister à la fois. Lorsque la limite B n'est pas moindre que la limite A, la question proposée ne renferme point de conditions incompatibles, et généralement parlant, elle admet une infinité de solutions.

On attribuera donc à t, une valeur quelconque comprise entre A et B; et substituant cette valeur de t, dans les conditions qui ne contiennent que u et t, on trouvera des limites numériques pour u. Or il arrivera nécessairement que la plus petite des limites supérieures de u surpassera la plus grande des limites inférieures de u. On prendra donc pour u une valeur quelconque comprise entre ces limites. Substituant pour u et t leurs valeurs numériques dans les conditions qui contiennent u et t, et une autre inconnue seulement, on déterminera de la même manière la limite de cette nouvelle inconnue; l'application de la même règle fera connaître les valeurs de toutes les indéterminées : car il est impossible, comme nous l'avons dit, que l'on ne trouve pas pour chaque inconnue une valeur comprise entre ses deux limites. Cette contradiction ne pourrait avoir lieu que pour la dernière inconnue t; et cela arrive lorsque les conditions proposées renferment quelque impossibilité que le calcul a développée.

La règle précédente se présente en quelque sorte d'elle-même; mais il est nécessaire d'en donner une démonstration complète. Celle qui est rapportée dans le mémoire consiste à prouver qu'après l'élimination d'une inconnue, 1° les conditions exprimées en $y, z \ldots u\ t$, doivent toutes subsister, si la question admet une solution possible; 2° que réciproquement si ces conditions subsistent, on peut satisfaire à toutes celles qui ont été proposées; ainsi, la question ne perd point de son étendue, lorsqu'on élimine une des inconnues. Cette question demeure exactement la même jusqu'à la fin du calcul. Il n'y a aucune solution de la question proposée qui ne puisse être trouvée par l'application de la règle.

Il ne nous reste plus qu'à considérer le système de toutes ces solutions réunies, et à montrer distinctement en quoi consiste cet assemblage. Nous choisissons pour exemple le cas où les conditions linéaires proposées, en nombre quelconque, renferment trois inconnues x, y, z. Car les mêmes conséquences s'appliquent à un nombre quelconque d'indéterminées.

Si l'on résout, par la méthode de l'auteur, des inégalités qui contiennent x, y, z et des coefficients numériques donnés, on peut former séparément chaque solution, c'est-à-dire chaque système, de trois valeurs α, β, γ, qui, substituées à x, y, z, satisfont à toutes les conditions exprimées. Ces valeurs simultanées α, β, γ, sont les trois coordonnées d'un certain point. Toute solution possible est ainsi marquée par un point dont les coordonnées sont les valeurs de x, y, z. Or on reconnaît que l'assemblage de ces points forme, dans tous les cas, un volume terminé par un polyèdre; et tout système d'inégalités entre trois inconnues x, y, z, quelle que soit la question d'analyse, de mécanique ou de physique à laquelle ses conditions se rapportent, conduit à une solution générale représentée par un certain polyèdre que l'on peut construire. Chaque point du volume que ce polyèdre termine marque une solution particulière de la question. Si elle n'admet qu'une seule solution, ce qui est le propre des questions déterminées, le volume se réduit à un seul point.

Si les inégalités renferment seulement deux variables x et y, le volume se réduit à l'aire d'une figure plane terminée par un polygone. Lorsque la solution proposée n'admet aucune solution possible, les plans ou les droites qui détermi-

naient le polyèdre ou le polygone, se trouvent dans des situations respectives telles, que la figure n'existe point.

Les questions que cette analyse résout ont des étendues inégales. Les unes sont assujéties à des conditions plus restreintes, qui limitent beaucoup le lieu des solutions; les autres ont de telles conditions, que le système de toutes les solutions possibles occupe un plus grand intervalle. L'étendue propre à chaque solution est toujours une quantité que l'on peut exprimer en nombre; la mesure de cette étendue est celle du volume que termine le polyèdre correspondant à la solution générale. Quelque diverses que soient les questions proposées, elles peuvent toujours être comparées entre elles sous le rapport de leur étendue; c'est principalement cette considération qui constitue le calcul des inégalités; c'est par là que cette analyse se lie à la théorie des probabilités.

Lorsque le nombre des inconnues ne surpasse pas trois, la valeur du volume ou de l'aire qui répond à la solution, donne la mesure de l'étendue de la question. Si l'on considère plus de trois inconnues, l'étendue de la question cesse d'être représentée par une construction géométrique, et toutefois, on la détermine encore par des intégrales définies qu'il est très-facile d'effectuer, et dont les limites sont indiquées par le calcul analytique. Les fonctions extrêmes remplacent, comme nous l'avons dit, les faces, les arêtes, les sommets, et reproduisent indéfiniment dans l'analyse générale, toutes les propriétés des figures et de leurs termes des différents ordres.

Si les conditions sont exprimées par des inégalités non linéaires, la question ne change point de nature, et peut encore être traitée par les mêmes principes; mais l'objet principal du mémoire est d'établir les éléments de cette branche

de l'analyse indéterminée. On voit qu'elle comprend une classe très-étendue de questions susceptibles des applications les plus variées, et qui sont résolues par un calcul uniforme analogue à la méthode algébrique.

PHYSIQUE.

M. Ampère a lu, dans la séance du 12 avril, un mémoire sur une expérience qui avait pour objet de vérifier une conséquence à laquelle il avait été conduit par diverses considérations sur la nature des courants voltaïques. M. Becquerel, qui est parvenu à donner à plusieurs de ses instruments un haut degré de sensibilité, a fait cette expérience conjointement avec M. Ampère. Il en résulte que si l'on fait communiquer par un conducteur liquide tel que l'eau acidulée, deux plaques, l'une de zinc et l'autre de cuivre, soudées ensemble par une petite portion de leur surface, la tension électrique de ces plaques n'éprouve aucune diminution sensible. M. Ampère en conclut que, dans une pile dont les deux extrémités communiquent par un conducteur métallique, il y a entre l'état électrique où se trouvent toutes les plaques de zinc de cette pile, et celui où se trouvent toutes les plaques de cuivre, la même différence qu'entre les états électriques du zinc et du cuivre d'un couple isolé. Le même auteur explique ce résultat par la faible conductibilité de l'eau acidulée, relativement à celle des métaux.

Dans le cours de l'année 1824, M. Ampère a présenté deux ouvrages relatifs aux faits électro-magnétiques dont la découverte a attiré l'attention de tous les physiciens. Le premier est intitulé : *Précis de la théorie des phénomènes électro-dyna-*

miques. Les diverses recherches de l'auteur ont eu pour objet : 1° d'exposer les faits généraux récemment observés ; 2° de rappeler l'explication qu'il a donnée de divers effets des actions électriques ; 3° de démontrer l'expression mathématique de l'action mutuelle de deux portions infiniment petites de courants électriques suivant la droite qui les joint, formule qu'il a déduite de l'expérience ; 4° de ramener à un seul principe les trois sortes d'actions que l'on observe, la première entre deux fils conducteurs, la seconde entre un fil conducteur et un aimant ; la troisième entre deux aimants.

C'est à de nouveaux développements de ces deux dernières parties du travail de M. Ampère, qu'il a destiné l'ouvrage dont il est ici question. Il déduit de sa formule un grand nombre de conséquences relatives à l'action mutuelle des fils conducteurs. Quant à celles qui concernent l'action réciproque des conducteurs des aimants ou de deux aimants, plusieurs résultats importants de ce genre avaient déja été déduits du calcul par M. Savary.

Le second ouvrage de M. Ampère est une description de l'appareil qu'il a imaginé pour répéter avec facilité toutes les expériences relatives à l'action exercée par un conducteur voltaïque sur un autre conducteur ou sur un aimant ; l'auteur fait connaître très-distinctement les moyens employés pour rendre mobiles les diverses espèces de conducteurs, sans interrompre leurs communications avec les deux extrémités de la pile, et pour changer à volonté le sens du courant électrique.

M. Fresnel a présenté à l'Académie, dans la séance du 3 mai, un phare à feu fixe de son invention, exécuté par

MM. Soleil. Cet appareil, composé de lentilles dites cylindriques, laisse diverger dans le sens horizontal les rayons sortis du foyer lumineux, de manière à les distribuer sur tous les points de l'horizon; mais il empêche leur divergence verticale, et les ramène à des directions horizontales.

On emploie sur les côtes, pour guider les navigateurs, deux sortes de feux, les feux fixes et les feux tournants. Les premiers envoient la lumière à la fois vers tous les points de l'horizon; les seconds, en raison du mouvement de rotation de l'appareil, permettent de réunir les rayons lumineux en faisceaux plus brillants, qui se trouvent alors séparés par des angles privés de lumière. Ces cônes lumineux et ces angles obscurs faisant le tour de l'horizon pendant la révolution de l'appareil, vont rencontrer l'œil de l'observateur en quelque point qu'il soit situé. Il résulte de ces alternatives une succession d'éclipses et d'éclats qui donnent à ces sortes de phares un caractère particulier facile à distinguer.

L'objet des appareils est toujours de ramener vers l'horizon tous les rayons qui émanent du centre lumineux: mais les uns les concentrent dans certains angles, ce qui produit les éclats; tandis que les autres doivent laisser les rayons diverger vers tous les points de l'horizon, de manière à éclairer ces points simultanément avec une intensité à peu près égale. Ainsi les feux tournants ont, quant à l'intensité de la lumière, un grand avantage sur les feux fixes; mais cette supériorité est compensée en partie, parce que ces derniers causent dans l'œil du navigateur une sensation prolongée, et aussi parce qu'on ne les perd jamais de vue. D'ailleurs il est nécessaire d'employer alternativement, sur les divers points des côtes,

les feux fixes et les feux à éclipses, pour qu'ils puissent être distingués.

Nous avons déja fait connaître le haut degré de perfection que M. Fresnel a donné au système des phares à feux tournants, en substituant de grands verres ardents aux reflecteurs paraboliques qu'on avait employés jusqu'alors : la supériorité des nouveaux appareils tient particulièrement à ce que la lumière est beaucoup moins affaiblie par sa réfraction au travers du verre, que par sa réflexion sur des miroirs métalliques, et même sur des glaces étamées. M. Fresnel a appliqué les mêmes principes avec un égal succès à la construction des phares à feux fixes; et il a présenté à l'Institut un petit appareil de ce genre qui est maintenant établi à Dunkerque.

La lumière est toujours placée au centre de l'appareil : elle est entourée de lentilles cylindriques verticales qui ramènent vers l'horizon tous les rayons reçus par la surface; mais les morceaux de verre dont elles se composent ne sont courbes et prismatiques que dans les sens verticaux, et ne changent ainsi la direction des rayons que dans ce sens seulement, en leur laissant leur divergence horizontale. Par ce moyen, plus de la moitié de la lumière qui émane de la lampe est dirigée sur la surface de la mer.

M. Fresnel a voulu employer aussi les rayons qui passent au-dessus et au-dessous de cette enceinte verticale de lentilles cylindriques, et pour cela il a placé convenablement d'autres lentilles, en sorte que la lumière centrale est enveloppée, et que les lentilles reçoivent la presque totalité de ses rayons. Mais dans cette partie supplémentaire de l'appareil, il a été obligé d'employer de petites glaces étamées, pour renvoyer vers l'horizon des rayons que la seule réfraction n'aurait pu

briser suffisamment, à cause de leur forte inclinaison. Ainsi la partie principale de ce petit phare à feu fixe est simplement dioptrique, et la partie supplémentaire est à la fois dioptrique et catoptrique. M. Fresnel se propose de supprimer dorénavant dans celle-ci les lentilles additionnelles, en employant des glaces légèrement courbes.

L'appareil établi à Dunkerque n'a que 0^{m},50 de diamètre intérieur, et n'est illuminé que par un bec de lampe portant deux mèches concentriques, ce qui équivaut à quatre lampes et demie de Carcel. Dans les directions les mieux éclairées, la lumière est égale à celle de quarante-huit lampes de Carcel; dans les angles occupés par les huit montants de cuivre qui soutiennent les lentilles, elle équivaut encore à vingt-trois lampes de Carcel. En somme, la lumière centrale est presque décuplée par l'effet de l'appareil. Avec un appareil de six pieds de diamètre, illuminé par une lampe à quatre mèches, équivalente à dix-huit lampes de Carcel ou vingt-deux becs simples d'Argant M. Fresnel espère obtenir une augmentation beaucoup plus forte de la lumière centrale, et porter sur tous les points de l'horizon une lumière égale à celle que donneraient quatre cents becs d'Argant. On augmentera encore cet effet en employant le gaz de l'huile, qui permettra de multiplier davantage le nombre des flammes concentriques.

Nous avons fait connaître dans le rapport général l'objet des nouvelles recherches théoriques de M. Fresnel. Elles ont été exposées avec assez d'étendue dans un article du Bulletin des sciences, intitulé *Considérations théoriques sur la polarisation de la lumière.* (Société philomathique, octobre 1824.)

MÉCANIQUE.

M. Girard a donné lecture à l'Académie de la première partie d'un Mémoire intitulé : *Considérations sur les avantages respectifs des divers moyens de transports.* L'auteur envisage les voitures et les bateaux comme des machines simples. Il fait voir que l'avantage qu'on trouve à s'en servir dans des circonstances données, n'est autre chose que le rapport qui existe entre l'effet utile, et la cause à laquelle il est dû. Or l'effet utile est le produit de la masse transportée par la distance qu'on lui fait parcourir; et la cause de cet effet est le produit de la force motrice, ou de son prix en argent, par la durée de son action. Le rapport entre l'effet produit et sa cause étant variable à l'infini, on conçoit toute l'importance d'une recherche qui a pour objet de déterminer entre une infinité de rapports variables, celui qui est exprimé par le plus grand nombre, ou en d'autres termes, celui qui mesure l'avantage spécifique d'un moyen donné. Suivant que les objets que l'on se propose de déplacer ont plus ou moins de valeur, il convient de les transporter plus ou moins rapidement. Des voyageurs, pour lesquels le temps est souvent très-précieux, ne peuvent être indifférents sur l'accélération de moyens de transport. Cette considération s'étend à des populations entières, et c'est pour cela que le savant auteur du mémoire regarde la facilité de communiquer rapidement d'un lieu à un autre, dans un pays civilisé, comme une mesure de l'activité et de la richesse industrielle des habitants.

L'amélioration de nos moyens de transport en France a fait depuis cinquante ans des progrès frappants. Telle dis-

tance qui n'était autrefois parcourue qu'en trois jours, par des voitures publiques privilégiées, est maintenant parcourue en douze ou treize heures, pour le même prix, par des voitures publiques sans privilége, ce qui procure en voyage une véritable économie de plus de 80 pour 100. Une telle économie dont le public profite, sans s'en rendre compte, ne pouvait manquer d'étendre la circulation des voitures : aussi trouve-t-on que le nombre des voyageurs qui chaque jour partent aujourd'hui de Paris, ou qui y arrivent, est d'environ trois mille, tandis qu'en 1766, ce nombre de voyageurs n'était que de deux cent soixante-dix.

Les moyens de transport par eau n'ont pas été également perfectionnés; cela tient à la difficulté de naviguer sur nos rivières, qui sont presque toutes dépourvues de chemins de halage. Cela tient aussi à d'anciens préjugés sur l'énorme capacité des bateaux qu'on emploie. Les bateaux en usage sur la Seine, entre Paris et Rouen par exemple, sont du port de 3 à 400 tonneaux, tandis que la contenance moyenne de 24 mille bâtiments de commerce de l'Angleterre qui vont d'une extrémité du monde à l'autre, est de 100 tonneaux seulement. Doit-on être étonné, d'après cela, que des denrées coloniales expédiées de Rouen à Paris par d'aussi énormes barques, aient été quelquefois plus long-temps sur la Seine entre ces deux villes, qu'elles n'avaient été sur l'Océan entre l'Amérique et l'Europe. Nous citerons ici les expressions de l'auteur, qui réfute à ce sujet les préventions communes. « On objectera que l'usage de faire naviguer sur la Seine des bateaux de 350 tonneaux remonte aux premiers siècles de la monarchie, et qu'on tenterait inutilement de rompre cette habitude. On opposait de semblables assertions, il y a cin-

quante ans, à l'établissement des *diligences* qui remplacèrent les anciennes messageries. Le temps et la raison ont fait justice de toutes les objections qui s'élevèrent contre cette heureuse innovation. La circulation des voitures publiques est devenue plus active, à mesure qu'on les a rendues moins pesantes; il s'est fait plus de voyages, parce qu'ils ont entraîné moins de perte de temps, et par cela même la concurrence des moyens offerts pour les effectuer les a rendus moins dispendieux. »

Le bon sens nous porte à préférer les moyens de transport les plus prompts quand nous sommes les maîtres du choix. La réflexion nous en fait apercevoir les avantages; la science nous apprend à les évaluer avec précision. Économiser le temps est en effet le but de toute industrie utile; et celle qui a pour objet de perfectionner les moyens de transport sera toujours placée au rang des plus importantes. Le Mémoire dont on vient de présenter quelques résultats a excité toute l'attention de l'Académie, soit par l'intérêt propre du sujet, soit par la clarté et l'exactitude de la discussion.

M. Girard a présenté à l'Académie un Mémoire spécial sur le canal de Soissons.

Lorsqu'il fut ordonné, il y a quelques années, que le canal de l'Ourcq serait rendu navigable, on décida en même temps qu'il serait prolongé jusqu'à la rivière d'Aisne à Soissons, et de là jusqu'à la rivière d'Oise à Chauny. Le canal de Soissons, réunissant le bassin de la Marne et celui de l'Aisne, et le bassin de l'Aisne à celui de la rivière d'Oise, aura nécessairement entre ces extrémités deux points de partage des eaux. L'auteur, après une description succincte de la ligne

qu'il suivra, indique les pentes de ses deux branches entre leurs points culminants et les rivières où elles se terminent.

Cette ligne de navigation abrégera de moitié la distance que les bateaux sont actuellement obligés de parcourir sur l'Aisne, l'Oise et la Seine; et comme les canaux navigables sont parcourus avec la même facilité, soit qu'on les remonte, soit qu'on les descende, ceux qui fréquentent le canal de Soissons se trouveront affranchis de tous les obstacles que présente, suivant les saisons, la navigation fluviale.

M. Girard discute les motifs d'après lesquels il propose de fixer les dimensions de la section transversale de ce canal; ce qui lui fournit l'occasion de parler avec quelque détail de plusieurs canaux d'Angleterre et des États-Unis d'Amérique.

Le canal de Soissons, comparé à la plupart de ceux qui ont été exécutés en France jusqu'à présent, sera un canal de petite navigation; mais cette dénomination est-elle rigoureusement applicable à un canal qui pourra être fréquenté par des bateaux de 70 ou 80 tonneaux, c'est-à-dire pour des bateaux dont quatre seulement, supposés chargés de farine, suffiraient chaque jour pour l'approvisionnement de la ville de Paris?

L'auteur a appliqué au projet du canal de Soissons la théorie des écluses qu'il a développée dans plusieurs Mémoires dont nous avons rendu compte précédemment, et qui sont publiés dans la collection de l'Académie.

Après avoir évalué la dépense des travaux à faire, il donne l'évaluation des produits annuels du canal de Soissons. Comme il n'aura environ que 12 lieues de développement, et que les canaux de l'Ourcq, des Ardennes et de Saint-Quentin dont il doit opérer la jonction, sont terminés ou entrepris, l'au-

teur du Mémoire considère l'exécution du canal de Soissons comme n'offrant que des chances de succès à la compagnie qui s'en chargera moyennant la concession perpétuelle qui lui en serait faite. Il s'agit d'établir la communication la plus directe qu'il sera possible d'ouvrir entre Paris et Amsterdam, par le canal des Ardennes et la Meuse, et entre Paris et Anvers par le canal de Saint-Quentin et l'Escaut. C'est, pour nous servir des expressions mêmes de l'auteur, en confiant à l'intérêt particulier le soin de faire prospérer des entreprises qui présentent un si haut degré d'utilité générale, qu'on peut espérer de voir bientôt se propager en France l'esprit d'association auquel l'Angleterre a dû, depuis un petit nombre d'années, l'étonnant accroissement de son commerce intérieur et de sa prospérité.

M. le baron Dupin a lu, dans la séance du 8 novembre 1824, un Mémoire qui a pour objet de montrer que l'emploi des machines ne peut avoir qu'une influence favorable sur la condition des personnes adonnées aux professions mécaniques. L'auteur rappelle, au commencement de ce Mémoire, les progrès récents et immenses de l'industrie européenne, et cite principalement les avantages que procure l'emploi de la force élastique de la vapeur d'eau. Son Mémoire nous fournit les résultats suivants. On estime que la force mise en action par les machines à vapeur dans la Grande-Bretagne surpasse celle de trois cent mille chevaux ou deux millions d'hommes qui travailleraient jour et nuit. Cette évaluation ne fait connaître qu'une partie des résultats que l'on a obtenus en perfectionnant l'emploi de la vapeur, parce que les machines à vapeur

se combinent avec plusieurs autres qui remplacent la main-d'œuvre des animaux et même de l'homme.

On peut citer pour exemple la filature mécanique des cotons; avec les métiers les plus parfaits, une seule personne suffit pour surveiller cent et même cent vingt fils. On a calculé que l'ensemble des machines employées aux manufactures dans la Grande-Bretagne, exigerait l'occupation manuelle de cent millions de personnes pour exécuter les mêmes produits d'industrie. On peut juger, par ces résultats, de l'immense production opérée dans les ateliers et dans les manufactures de ce pays.

On s'en formera une idée plus précise en observant que le total des exportations annuelles de la Grande-Bretagne surpasse la valeur d'un milliard de francs. Il faut ajouter que la quantité des produits qu'on exporte de ce pays, n'est qu'une faible partie de ceux qui sont créés par l'industrie anglaise pour suffire aux consommations de l'intérieur.

L'établissement subit et la multiplication des machines ont produit une révolution complète dans une foule de professions. Un très-grand nombre d'artisans se sont vus forcés d'abandonner leur premier travail, et de se créer des occupations nouvelles. Ils ont souffert durant ce passage; ils ont porté de vives plaintes, et passant d'une juste réclamation à des voies de fait coupables, ils ont brisé des métiers, incendié des manufactures, et par-là même accru leurs propres maux; car ils ont attaqué la fortune de ceux qui pouvaient employer un grand nombre d'ouvriers. Ces malheurs et ces excès ont donné lieu de mettre en question l'utilité des procédés mécaniques, et de soutenir que l'emploi des machines réduit à l'indigence une classe nombreuse d'habitants. M. Du-

pin avait déja combattu cette opinion par des considérations générales; il lui oppose aujourd'hui des faits positifs très-propres à rendre manifeste l'influence des progrès de l'industrie. Il les puise dans un rapport sur la taxe des pauvres, rédigé par un comité spécial de la chambre des communes, qui en a ordonné l'impression le 16 juillet 1823. On voit par ce rapport, que dans le cours d'une guerre très-active, et aujourd'hui, lorsque l'Angleterre jouit d'une paix profonde, les comtés agricoles sont ceux où la taxe des pauvres est la plus forte, et qu'elle est beaucoup moindre dans les comtés adonnés à l'industrie manufacturière. Il résulte de l'état officiel publié par ordre du parlement britannique dans le cours de sa dernière session :

1° Que, durant la guerre, la valeur moyenne de la taxe était de 23 schellings par tête, dans neuf comtés agricoles du sud de la Grande-Bretagne, savoir, ceux de Sussex, Berks, Essex, Oxford, Wiltz, Buckingham, Northampton, Norfolk et Suffolk :

2° Que, dans les neuf comtés suivants, où l'industrie est florissante, Cornwall, Nottingham, Derby, West district d'Yorck, Middlesex, Durham, Monmouth, Strafford, Lancaster, la valeur moyenne de la taxe est de 9 schellings $\frac{2}{9}$.

Les comtés où l'industrie a fait le plus de progrès sont en effet celui de Cornwall, qui possède des mines de cuivre et d'étain, exploitées par des machines d'une puissance extraordinaire; celui de Nottingham, environné par ces établissements de métiers à bas qui avaient d'abord excité des soulèvements et des crimes; celui de Derby, où fut établi le premier moulin à tordre et dévider la soie, et qui exporte aisément les produits de ses manufactures par des canaux nombreux et bien dirigés;

Le district occidental du comté d'York, le seul où l'industrie manufacturière ait pris un grand essor;

Le comté de Middlesex, presque entièrement occupé par la ville de Londres et ses dépendances, et qui ne payait en 1811 que 10 schellings par tête pour la taxe des pauvres, tandis que le comté contigu d'Essex, qui est tout agricole, en payait 24;

Les deux comtés de Durham et de Monmouth, célèbres par leurs mines de fer et de charbon, ainsi que par leurs machines à vapeur et par leurs routes en fer;

Enfin le comté de Strafford, où sont établies en nombre immense ces belles poteries qui suffisent aux besoins de l'Angleterre et d'une grande partie de l'Amérique, qui possède en même temps beaucoup de mines exploitées par des machines; et celui de Lancaster, où sont situées les villes manufacturières et commerçantes de Manchester, de Preston, de Lancastre et de Liverpool, et qui fabrique des tissus de coton pour l'univers entier; la taxe des pauvres y était de 7 schellings en 1811, à l'époque du blocus continental.

Si l'on établit les mêmes comparaisons durant la paix en 1821, on trouve 16 schellings $\frac{8}{9}$ pour la valeur moyenne de la taxe annuelle dans les comtés agricoles choisis pour exemple, et 7 $\frac{2}{3}$ dans les comtés où s'exerce avec le plus d'activité l'industrie manufacturière.

Les rapprochements que l'on vient d'indiquer offrent un grand intérêt; ils sont un des éléments d'une des questions les plus graves et les plus complexes que présente l'état de la nation britannique, celle du nombre excessif de ses pauvres. Le savant auteur du Mémoire le termine par les réflexions suivantes: « Les sciences ne nous sont pas chères

seulement parce qu'elles offrent à notre intelligence un grand et noble sujet d'étude; elles sont chères au philantrope, parce qu'elles fournissent des moyens abondants et sûrs de guider, de seconder l'homme dans ses travaux, d'alléger ses fatigues et d'ajouter à son bien-être. Parmi toutes les sciences qui répandent leurs bienfaits sur la société, la mécanique a droit d'être placée au premier rang; les forces qu'elle ajoute à celles des êtres animés, loin de devenir une source de désœuvrement et de misère pour les individus de la classe laborieuse, viennent au contraire secourir cette classe, lui donner une aisance nouvelle, et l'affranchir de ces pénibles efforts qui, n'empruntant rien de l'intelligence, appartiennent essentiellement au travail des machines. »

RAPPORTS DIVERS ET OUVRAGES PRÉSENTÉS.

M. Guillaume Libri a présenté à l'Académie plusieurs Mémoires d'analyse, dans lesquels il traite les questions les plus difficiles par des considérations entièrement nouvelles. MM. Cauchy, rapporteur, et Ampère, ont rendu compte, le 9 août 1824, d'un de ces Mémoires qui contient un grand nombre de résultats remarquables. L'auteur parvient à plusieurs théorèmes sur les formes des nombres, et il démontre, par exemple, que tout nombre entier est la somme de quatre cubes rationnels positifs. Il traite de la théorie des congruences, et il établit d'une manière très-simple une formule d'Euler relative aux diviseurs des nombres, et plusieurs formules du même genre. Il prouve que les relations qui existent entre les coefficients des équations algébriques et leurs racines s'étendent aux congruences dont toutes les racines

sont réelles. Il déduit de ce principe le théorème de Wilson et plusieurs autres relatifs aux nombres premiers. Parmi les résultats nouveaux que contient le Mémoire de M. Libri, les commissaires ont distingué, sous le point de vue analytique, celui qui exprime le nombre des solutions d'une équation indéterminée, et la somme des racines de cette équation, en fonctions de ses coefficients. Le rapporteur conclut que l'on peut en effet exprimer facilement le nombre des solutions d'une équation indéterminée, ou la somme des racines, par une intégrale multiple dans laquelle la première intégration se rapporte à des différences infiniment petites, et que l'on peut ensuite, au moyen du théorème de M. Fourier, remplacer les intégrales aux différences finies par d'autres intégrales de même nature que la première. Les recherches qui sont l'objet de ce rapport, prouvent que l'auteur a une connaissance approfondie de l'analyse infinitésimale, et qu'il est exercé à en faire d'ingénieuses applications. L'Académie a arrêté, sur la proposition de sa commission, que l'ouvrage de M. Libri, dont on vient d'indiquer l'objet, serait imprimé dans le Recueil des Mémoires des savants étrangers.

M. Roche, capitaine d'artillerie, ancien élève de l'École Polytechnique, a traité dans un Mémoire plusieurs questions de géométrie analytique. Il considère sous des rapports plus étendus qu'on ne l'avait fait jusqu'ici, les points singuliers des courbes, et spécialement ceux qui ne pourraient pas être déterminés par l'application ordinaire de l'analyse différentielle. Sur la proposition des commissaires, MM. Lacroix, Ampère et Cauchy, l'Académie approuve ces recherches de M. Roche comme utiles à l'enseignement mathématique.

M. Simonoff, professeur à l'université de Casan, a lu dans une de nos séances un Mémoire de calcul intégral qui a obtenu de l'Académie un jugement favorable. Une commission, composée de M. Cauchy, rapporteur, et M. Ampère, a examiné ce travail et en a indiqué plusieurs résultats, qui à la vérité étaient déja connus, mais qui sont remarquables par la manière dont ils sont présentés. L'auteur est très-exercé dans les méthodes du calcul infinitésimal.

L'Académie a été consultée plusieurs fois par l'administration publique, sur les moyens les plus propres à prévenir l'explosion des machines à feu. Un premier rapport a indiqué les épreuves auxquelles les appareils doivent être soumis, et les précautions qu'il est nécessaire d'exiger. Une ordonnance royale a rendu ces dispositions obligatoires, et il a été jugé convenable d'appeler de nouveau l'attention de l'Académie sur les moyens d'assurer et d'accélérer l'exécution.

Indépendamment des garanties proposées dans le premier rapport, les instructions officielles ont prescrit l'emploi de rondelles métalliques formées d'un alliage qui fond à une température supérieure de quelques degrés seulement à celle que comporte la machine dans son emploi ordinaire. L'application de ce moyen subsidiaire de sûreté nécessitait de nouvelles recherches. L'Académie a nommé pour cet objet une commission spéciale. Pour indiquer l'objet et les résultats principaux du travail de cette commission, nous emprunterons presque textuellement les expressions du savant rapporteur M. Dulong.

Si l'on se fût borné à l'emploi des soupapes de sûreté, l'exécution de l'ordonnance n'eût présenté aucune difficulté; mais pour faire usage des rondelles fusibles, il fallait avant

tout connaître les températures correspondantes aux divers degrés d'élasticité que la vapeur doit prendre pendant le service de chaque machine. Les ingénieurs chargés par le gouvernement d'appliquer les mesures prescrites par l'ordonnance, se sont trouvés arrêtés par le défaut de documents précis à cet égard.

La connaissance de la relation des températures et des forces élastiques correspondantes de la vapeur d'eau, est un des éléments les plus importants de la théorie de la chaleur. Plusieurs physiciens se sont occupés de cette recherche, dans l'espoir de découvrir la loi qui établit entre ces deux efforts une dépendance réciproque. Malgré toutes les tentatives faites jusqu'à présent, on ne possède encore que des formules qui ne permettent pas de calculer la tension de la vapeur au-delà des limites des observations directes. Il n'existe même pas assez d'accord entre les résultats obtenus par les observateurs les plus habiles, pour que l'on puisse regarder les formules qui en sont déduites comme suffisamment exactes dans la partie de l'échelle qu'elles embrassent.

La commission désirant ne laisser aucune incertitude sur un objet d'une aussi haute importance, avait formé le dessein d'entreprendre une nouvelle série d'expériences. Elle se proposait de donner assez de précision à ses méthodes d'observations, pour que les résultats eussent pu être considérés comme définitifs. Mais l'ordonnance précitée devant recevoir dès à présent son exécution; le retard que nécessiterait une recherche expérimentale de la nature de celle-ci pouvant devenir préjudiciable au commerce des machines à feu, en quelque sorte suspendu depuis la publication de l'ordonnance : l'Académie a pensé qu'il était convenable de fournir

provisoirement à l'administration les nombres affectés d'une erreur assez faible pour qu'il n'en résulte aucun inconvénient dans la pratique.

La commission a donc soumis à un examen réfléchi les recherches des divers physiciens qui se sont occupés de cette matière. En combinant les résultats qui ont paru mériter le plus de confiance, on a construit une formule d'interpolation qui a servi à calculer la correspondance des températures et des forces élastiques de la vapeur. Ce moyen a, comme l'on sait, l'avantage de faire disparaître ou d'atténuer beaucoup les écarts des observations particulières. On ne pense pas qu'il y ait plus de deux ou trois degrés d'erreur sur les températures, même dans le terme le plus élevé; et avec le système des mesures de sûreté adopté dans l'ordonnance, aucun inconvénient ne peut avoir lieu. Le tableau ci-joint ne s'étend que jusqu'à huit atmosphères. Il serait absolument impossible d'aller au-delà sans faire de nouvelles observations.

La recherche des proportions des alliages fusibles aux températures convenables pour tous les degrés de pression compris dans le tableau ci-dessus, n'aurait pas présenté d'aussi grandes difficultés ni exigé un laps de temps très-considérable. Mais la commission a pensé que la connaissance de ces proportions ne serait pas d'une grande utilité pour l'administration. Ces alliages seront formés de trois métaux au moins; et quand on aura déterminé les proportions nécessaires pour obtenir tel degré de fusibilité, si les matériaux employés dans un autre temps, dans un autre endroit, ne sont pas toujours au même degré de pureté, il pourra en résulter des erreurs d'une grande conséquence. La commission croit que le seul moyen praticable pour l'ad-

ministration, serait de confier la fabrication des plaques fusibles à une manufacture dirigée par un homme versé tout à la fois dans la connaissance de la chimie et de la physique, et qui présenterait par ces connaissances mêmes une garantie de l'exactitude des opérations.

Il reste encore à déterminer leur diamètre et leur épaisseur. Il est indispensable que l'ouverture de la chaudière bouchée par la rondelle fusible soit assez grande pour offrir une issue facile à la vapeur; mais il faut aussi que la plaque fusible puisse supporter sans se rompre la pression intérieure. L'épaisseur des rondelles devra donc augmenter avec la tension de la vapeur. Malheureusement aucune théorie ne donne la mesure exacte de toutes ces conditions, et rien ne peut dispenser ici de recourir aux expériences directes.

En résumé, la commission propose d'adresser au gouvernement le tableau provisoire ci-annexé, pour servir de base à la fixation des degrés de fusibilité que devront posséder les rondelles métalliques, selon la pression pour laquelle chaque machine aura été construite.

Elle ajoute qu'un moyen de prévenir le plus grand nombre des accidents que peut occasionner l'emploi de la vapeur, comme force motrice, serait d'obliger les constructeurs de machines à feu d'adapter aux chaudières des machines destinées à travailler sous de basses pressions, une soupape de sûreté, grillée, une rondelle métallique fusible à 20° au-dessus de la température correspondante à la pression sous laquelle la machine doit travailler.

Enfin la commission rappelle le vœu déja contenu dans le premier rapport sur le même sujet; savoir, que les dimensions du mur d'enceinte dont les machines à haute pression doivent

être entourées, ainsi que leur distance des habitations voisines, soient réduites, lorsque la force de ces machines n'excédera pas celle de six chevaux.

Nous insérons dans ces extraits la table suivante qui est, à la vérité, considérée comme provisoire, mais qui a été formée après une discussion attentive des meilleures observations.

TABLE des forces élastiques de la vapeur d'eau à diverses températures.

ÉLASTICITÉ de la vapeur en prenant la pression de l'atmosphère pour unité.	HAUTEUR de la colonne de mercure qui mesure l'élasticité de la vapeur.	TEMPÉRATURE correspondante sur le thermomètre centigrade.	PRESSION exercée par la vapeur sur un centimètre carré de la soupape.
1	0,76.........	100	1,033.
1 $\frac{1}{2}$	1,14.........	112,2	1,549.
2	1,52.........	122	2,066.
2 $\frac{1}{2}$	1,90	129	2,582.
3	2,28.........	135	3,099.
3 $\frac{1}{2}$	2,66.........	140,7	3,615.
4	3,04.........	145,2	4,132.
4 $\frac{1}{2}$	3,42.........	150	4,648.
5	3,80.........	154	5,165.
5 $\frac{1}{2}$	4,18	158	5,681.
6	4,56.........	161,5	6,198.
6 $\frac{1}{2}$	4,94.........	164,7	6,714.
7	5,32.........	168	7,231.
7 $\frac{1}{2}$	5,70.........	170,7	7,747.
8	6,08.........	173	8,264.

Nous avons la satisfaction d'annoncer que le gouvernement s'est empressé de subvenir aux dépenses que pourraient exiger les nouvelles recherches sur la mesure des forces élastiques correspondantes aux diverses températures. La commission s'occupe présentement de ces importantes et difficiles observations. Nos analyses subséquentes en feront connaître les résultats.

Une commission composée de MM. Girard rapporteur, de Prony, Molard et Fresnel, a été nommée pour rendre compte de diverses expériences de M. Séguin d'Annonay, sur la résistance du fil de fer.

M. Séguin a exécuté le premier en France un pont suspendu au moyen de cordes de fil de fer; ce pont destiné au passage des gens de pied, a 9 mètres d'ouverture, $0^{m},66$ de largeur; l'extrême modicité de la dépense qu'il a occasionnée, rendrait presque incroyable le compte qui en a été donné, si l'on n'avait point sous les yeux les preuves de ce résultat.

L'idée de substituer des câbles de fil de fer aux chaînes formées de barres de même métal, dont on se sert en Angleterre pour la suspension des ponts semblables, devant être mise à exécution sur le Rhône entre les villes de Tain et de Tournon, M. Séguin, auteur de ce nouveau projet, s'est assuré par des expériences de l'avantage que les câbles de fil de fer peuvent avoir sur le fer en barre, à raison d'un plus haut degré de ténacité. Il résulte des expériences de M. Séguin que la résistance *absolue* du fil de fer est trois fois plus considérable que la résistance *absolue* du fer en barre; cela provient de ce que le fil en passant à la filière, est rendu plus compacte.

M. Séguin a recueilli aussi des observations sur l'allongement des fils de fer, par l'action des poids dont on les charge successivement. L'Académie a invité l'auteur à continuer ces utiles expériences, et à les multiplier pendant la construction du pont qu'il a entrepris sur le Rhône.

M. Burdin, professeur de mécanique à l'école des mineurs de Saint-Étienne, a proposé sous le nom de Turbine, l'emploi d'une nouvelle roue hydraulique. M. Girard, rapporteur au nom d'une commission dont MM. de Prony et Dupin faisaient partie, a fait connaître le résultat de l'examen de cette machine.

En appliquant le principe de la conservation des forces vives, à la recherche du rapport qui existe entre l'effet utile et l'effort d'une roue hydraulique, on a reconnu, depuis longtemps, que cet effet était le plus grand possible, lorsque l'eau motrice commençait à agir sur les ailes ou palettes de cette roue sans les choquer, et que la vitesse dont cette eau était animée en glissant sur ces palettes, se trouvait entièrement anéantie au même moment où elle cessait d'exercer son action.

M. Burdin s'est proposé de construire les Turbines de manière que les deux conditions qui viennent d'être énoncées, soient remplies dans quelque position que l'axe de rotation de la roue se trouve placé par rapport à la direction du courant qui doit lui imprimer le mouvement.

On conçoit l'importance de cette recherche; c'est en effet une application de la Théorie à un objet d'utilité pratique. M. Burdin a donné un fort bon exemple à ceux qui, comme lui, réunissant le zèle à l'instruction, se trouvent à portée

d'éclairer des lumières de la science quelques procédés des arts mécaniques. Son travail lui a mérité l'approbation de l'Académie; il est à désirer qu'il confirme, par de nouvelles expériences, les avantages de l'application à laquelle il s'est livré.

M. Vicat, ingénieur des ponts-et-chaussées, dont les diverses autres recherches ont attiré l'attention de l'Académie, a présenté un mémoire concernant les mortiers résineux. Voici l'extrait du rapport qui a été fait à ce sujet par M. Girard.

L'usage des mortiers résineux dans les constructions de maçonnerie remonte à la plus haute antiquité; M. Vicat, déja connu par un très-bon travail sur la chaux et les mortiers hydrauliques, a pensé avec raison que des expériences sur les mortiers résineux serviraient utilement à compléter ce travail.

On trouve et l'on exploite sur quelques points de la France, des bitumes naturels propres à servir de ciment; mais leur prix est trop élevé à raison de la cherté des transports, pour que l'usage puisse s'en étendre dans tous les lieux où ils trouveraient un emploi utile.

M. Vicat propose de remplacer les mortiers bitumineux par les mortiers bitumineux factices; il a présenté à l'Académie vingt-trois échantillons de ceux qu'il a soumis à l'expérience.

Ces ciments bitumineux factices sont composés de goudron végétal mêlé à certaines proportions avec des matières pulvérulentes, telles que les tuiles et briques pilées, les cendres de bois ou de charbon de terre, la poussière des routes, etc.

Suivant la nature et les proportions de ces mélanges, la

résistance *relative* des mortiers bitumineux qu'ils forment, varie entre des limites qui peuvent être représentées par les nombres 500 et 400.

Les mortiers les plus résistants, par exemple, sont ceux qui contiennent seize parties en poids de goudron, et trente-six parties de briques ou de tuiles réduites en poussière; tandis que celui qui présente la moindre résistance, est composé de seize parties de goudron et vingt-deux parties de cendre de bois.

On trouve dans le mémoire de M. Vicat la méthode et la concision que l'on a déja remarquées dans ses ouvrages. L'Académie, adoptant l'avis de sa commission, a jugé le travail de M. Vicat digne d'encouragement, comme très-propre à donner, dans certaines circonstances, plus de solidité aux constructions hydrauliques.

Sur la proposition de ses commissaires, MM. Fresnel rapporteur, et Molard, l'Académie a approuvé un procédé proposé par M. Thilorier, et qui a pour objet de donner la forme parabolique ou elliptique à des miroirs métalliques. Une plaque d'acier présentant un tranchant parabolique, est maintenue dans une situation fixe, et disposée de manière que son axe coïncide parfaitement avec l'axe de rotation du tour qui porte le miroir, et le fait tourner autour de ce couteau. La commission a reconnu qu'au moyen de ce procédé, et de quelques précautions indiquées dans le rapport, on obtiendrait des reflecteurs paraboliques ou elliptiques beaucoup plus exacts que ceux qui ont été faits jusqu'à présent.

M. le baron Damoiseau, dont nous avons cité les travaux

dans le rapport général, a présenté un Mémoire sur les perturbations du mouvement de la comète de 1819, dont la période est d'environ 1200 jours. MM. de Laplace, Legendre et Poisson ont été nommés commissaires pour l'examen de ce travail qui a été approuvé par l'Académie, et qui doit être inséré dans le Recueil des savants étrangers. M. Poisson, rapporteur de la commission, en exposant l'objet et les résultats de ce Mémoire, a rappelé un grand travail du même auteur couronné par l'Académie de Turin. Le rapport de M. Poisson a été publié dans son entier; il fait partie d'un des volumes de la Connaissance des temps.

M. Beautemps-Beaupré a offert, le 26 avril 1824, sept cartes et plans de la seconde partie du Pilote français, ouvrage exécuté sous ses ordres par les ingénieurs hydrographes de la marine. On a déja fait connaître dans ces analyses l'objet et l'importance de ces travaux. Ils seront souvent rappelés dans l'Histoire annuelle de l'Académie. M. Arago a inséré dans un des volumes de la Connaissance des temps, une exposition détaillée des résultats les plus récents; le mérite de ce bel ouvrage ne pouvait être mieux apprécié.

Il a été fait mention plusieurs fois dans ces analyses des travaux mémorables de M. de Prony, sur le desséchement des Marais-Pontins. Plusieurs membres de cette Académie ont fait connaître, par de savants extraits, l'ouvrage qui a pour objet *la description hydrographique et historique* de ce territoire célèbre. La notice que M. Girard vient de publier, contient une exposition méthodique très-lumineuse du sujet de cet ouvrage, et des principes physiques et mathématiques qui ont dirigé l'auteur.

M. Jomard, membre de l'Institut (Académie des Inscriptions et Belles-Lettres), a présenté à l'Académie des Sciences, dans ses séances des 8 et 22 mars et 18 octobre 1824, divers Mémoires ou Notices concernant la géographie de l'intérieur de l'Afrique. L'auteur, continuant ce sujet de recherches, a communiqué ses observations concernant les découvertes qui ont été faites récemment dans l'Afrique centrale. Il a discuté avec beaucoup de soin la question qui s'était élevée depuis long-temps sur la communication du Nil des Noirs, ou Niger, avec le Nil d'Égypte. M. Jomard pense que cette communication n'existe point, et parmi les motifs sur lesquels il fonde son opinion, il comprend d'abord les documents exacts que l'on a pu recueillir sur l'état du Nil inférieur. Nous citons les expressions de l'auteur pour indiquer l'ordre qu'il suit dans cet examen, et les conséquences qu'il en déduit.

Pendant l'expédition française du commencement du siècle, on a déterminé la hauteur de plusieurs points du Nil ; on a mesuré sa pente et sa vitesse. Le baromètre a été observé en divers endroits de son cours. On l'a observé aussi en plusieurs points de l'Afrique centrale et de l'Afrique occidentale. En combinant les résultats de ces observations avec ceux que présente le régime des autres grands fleuves, on peut arriver à une conclusion probable sur l'élévation des parties supérieures du Nil. En s'arrêtant à Debod, qui est à 250 lieues environ de l'embouchure du Nil, on a pour pente moyenne, par lieue de 25 au degré, 2 pieds $\frac{13}{100}$. Cette partie du Nil est le quart inférieur de son cours. L'auteur pense qu'elle est la moins rapide, et que l'on ne craint pas de se tromper en la prenant pour base du calcul.

De Debod au confluent du Nil blanc et du Nil bleu, on compte 325 lieues ; ce confluent serait donc élevé de 1193 pieds au-dessus de la mer.

Maintenant, si on cherche à supputer la pente de l'Abyad, entre le confluent et la source, on manque d'éléments ; on connaît à peine les 60 dernières lieues de son cours ; on sait seulement par M. Rey, qui a remonté jusque là, que la pente à l'embouchure est très-faible, et même que dans le temps qui précède la crue, l'écoulement des eaux est très-peu sensible. Mais on ne serait pas fondé à attribuer, par ce motif, à la première partie du cours du Nil, une pente moindre que dans la partie inférieure ; ce qui serait contraire au régime de tous les fleuves connus. D'un autre côté, on ne connaît pas encore le lieu où le Nil blanc prend sa source, et l'on ne peut assigner sa distance exacte au confluent ; toutefois cette distance, d'après les meilleures autorités, est d'environ 350 lieues ; ce serait donc au moins 700 pieds à ajouter à la hauteur absolue du confluent. Ainsi le Nil blanc, au point où il se joint au Nil bleu, ne doit pas avoir moins de 1180 pieds de hauteur absolue au-dessus de la Méditerranée, et il est probable que sa source, si elle est en effet aux montagnes de la Lune, sous le 22e degré de longitude orientale, a au moins 1880 pieds de hauteur, et peut-être beaucoup plus. Et cette conséquence est d'autant plus admissible que, selon le récit des anciens, mieux informés que nous sur l'intérieur de l'Afrique, ces montagnes sont couronnées de neige.

Si l'on compare ce résultat avec l'observation faite aux environs du lac Tsâd, on voit que le docteur Oudney a remarqué que le baromètre s'y soutenait constamment à la

hauteur de 29 pouces anglais ou 736 millimètres 05. On peut en conclure une élévation au-dessus de la mer de 980 pieds anglais.

Il est donc évident que les eaux du Nil au confluent des deux branches ne sont pas un écoulement du lac Tsâd.

Ces remarques ne permettent pas de supposer une rivière passant, soit au nord, soit au midi du lac Tsâd, et se jetant dans l'Abyad à un lieu quelconque. Et s'il restait quelque doute sur ce point, il sera toujours démontré que les eaux du lac Tsâd, et par conséquent celles du Yaou (ou du Niger) ne tombent pas dans le Nil d'Égypte. Quand même on attribuerait au Tsâd une hauteur de douze cents pieds, il faudrait encore supposer que les eaux qui en sortiraient pour aller dans le Nil, n'auraient aucune pente, et que le fleuve conserverait son niveau, dans un espace de plus de trois cent cinquante lieues, qui est la distance en ligne directe entre le lac et le confluent de l'Abyad.

Ainsi, ni le lac Tsâd, ni l'Yaou, ni le Quolla ou la rivière qui coule à l'est de Tombouctou, ne se jettent dans le Nil.

On peut demander si le lac Tsâd a une issue, et, dans ce cas, ce que deviendraient ses eaux, si elles ne s'écoulaient pas dans le Nil. On lie cette question à une autre qui consiste à savoir si les eaux du lac sont douces ou salées. Mais il n'est pas exact de dire qu'un lac sans écoulement a des eaux toujours salées, et que les eaux d'un lac ayant issue sont toujours douces; car on peut citer des exemples du contraire. L'eau d'un même lac, d'une même rivière est plus ou moins salée, selon la saison, selon l'affluence des pluies. Un lac sans écoulement peut avoir des eaux douces à une lieue ou plus de l'embouchure des rivières qui s'y déchargent

selon la force des courants; et un lac qui a une issue, peut, au temps des basses eaux, avoir ses eaux salées dans les parties éloignées de l'embouchure des rivières.

La première conséquence de cette discussion est, qu'on n'est pas fondé à croire que le lac central ait un écoulement, et que cet écoulement ait lieu vers le Nil. La seconde, c'est que le lac doit être en effet plus bas que les régions environnantes à l'est et à l'ouest, au nord et au midi. Il y a donc lieu de penser: 1° que le nœud principal des montagnes doit être vers le 20° degré de longitude; qu'à gauche et à droite de ce méridien les eaux s'écoulent vers le bassin du Nil et vers celui du Soudan; 2° qu'un autre nœud semblable, mais moins élevé, existe dans la partie occidentale de l'Afrique, d'où le Sénégal, la Gambie, le Rio-Grande et leurs affluents sortent pour tomber dans l'Atlantique, tandis que le Dialli-bâ et les rivières qui s'y unissent, le Schary et d'autres, se jettent dans le lac Tsâd, où l'évaporation compense l'affluence des eaux.

L'auteur examine ensuite la question relative au degré de froid auquel les derniers voyageurs paraissent avoir été exposés à douze journées de Kouka, dans l'O. N. O., le 26 octobre 1823; car nonobstant l'incertitude des relations, on ne peut douter qu'il n'y ait eu un abaissement considérable de la température.

Il gèle réellement en Afrique, sous le 30e degré de latitude, à une hauteur extrêmement petite au-dessus de la mer. La plaine de Belbeys, à l'orient de la basse Égypte, est élevée de trente pieds seulement, et le thermomètre y est descendu à zéro en 1800. Il gèle dans les déserts de Syouah qui sont bien plus éloignés de la mer, et dont le parallèle est plus

méridional. M. Cailliaud y a vu de la glace. Le capitaine Lyon a observé aussi le même froid dans le Fezzan sous le 27e degré. Enfin M. William Burchell, voyageant au sud de l'équateur, a vu le thermomètre à zéro le 12 octobre 1811, à trois heures du matin, à Klaarwater, par la latitude de 28° 50′ 56″, et en pays de plaine; le vent était de l'est, et l'horizon très-pur.

Une troisième circonstance est la coutume universelle des Arabes guerriers et pasteurs, des Bédouins de toutes les tribus africaines qui campent dans les plaines du désert, de se vêtir très-chaudement; ils sont toujours couverts d'un manteau de laine, nécessaire pour leur rendre supportable le froid très-vif des nuits d'hiver. Ce froid est d'autant plus sensible, qu'il succède, à douze heures seulement d'intervalle, à une chaleur considérable. J'ai éprouvé moi-même, dit l'auteur, cette variation extrême de la température sous le 27e degré, dans le désert voisin de l'Égypte, et j'ai plus souffert que des plus grands froids de l'Europe méridionale.

A la vérité, les faits précédents ne donnent aucune connaissance de la température moyenne des régions de l'Afrique qui sont l'objet de la question; mais ils indiquent que l'on n'est pas en droit de conclure, de la présence de la glace en Afrique à cette latitude, pendant un jour d'hiver, que l'élévation du lieu soit aussi grande qu'on l'avait d'abord supposé. Au reste, ajoute l'auteur, ce que nous avions présumé il y a six mois, d'après le seul rapprochement des faits connus, se trouve confirmé par les derniers rapports. Le lieu du territoire de Beder où est mort l'infortuné voyageur Oudney, n'est point une montagne; c'est une plaine parsemée de collines basses, comme les déserts de Libye; et, en

y arrivant de Kouka, ville des bords de l'Yaou non loin du lac Tsad, les voyageurs (du moins la relation ne l'indique point) n'avaient franchi aucune montagne. Il ne paraît donc pas exister, à l'occident et à cette distance du royaume de Bornou, de montagnes élevées comparables à celles de l'Atlas, ni même de hauteurs dignes d'être mentionnées; et par conséquent, il ne peut en sortir de rivières dont le niveau soit assez élevé pour qu'elles s'écoulent dans le Nil.

Nous avons extrait textuellement les remarques précédentes du Mémoire de M. Jomard. Le savant auteur réunit tous les genres de connaissances que de telles discussions peuvent exiger, et aucun sujet n'est plus propre à attirer l'attention publique.

Les sciences physiques et la géographie astronomique doivent à MM. Boussingault et Mariano de Rivero, qui résident à Santa-Fe de Bogota, d'importantes et nombreuses observations. L'étendue et la variété des recherches, les caractères du climat, la précision des instruments qui ont été apportés d'Europe, et surtout le zèle persévérant des observateurs, donnent un haut degré d'intérêt à ces travaux. Nos analyses subséquentes en feront connaître les principaux résultats.

Les communications scientifiques deviennent chaque année plus rapides et plus fécondes. Indépendamment des ouvrages périodiques déja cités dans ces analyses, et qui constatent les progrès continuels de la physique, ceux de la géographie, des sciences mathématiques et des autres branches de la philosophie, il s'est formé, sous la direction

de M. le baron de Ferrussac, une entreprise littéraire d'un très-grand intérêt, qui embrasse et intéresse tout le domaine des sciences, en procurant à ceux qui les cultivent les indications les plus utiles.

M. le baron de Monthion, dont le nom ne sera jamais séparé de ceux des plus célèbres bienfaiteurs des sciences, avait fondé, plusieurs années avant sa mort, un prix de statistique française que l'Académie a décerné chaque année. Cette distinction accordée pour la première fois à un ouvrage très-remarquable de M. Moreau de Jonnès, a contribué à appeler l'attention générale sur d'autres productions utiles aux sciences et à l'administration publique. L'Académie décerne cette année le prix de statistique à un ouvrage de M. Hippolyte Creuzé de Lesser, qui a pour objet la description du département de l'Hérault. Une commission composée de MM. de Laplace, Fourier, Coquebert de Montbret, Ramond et Lacroix, a été nommée pour l'examen des pièces du concours. Le rapporteur, M. le baron Coquebert de Montbret, a exprimé l'avis de la commission, en présentant des réflexions générales et des principes qu'il importe de reproduire. Après avoir fait observer que l'auteur de la statistique du département de l'Hérault s'empresse de reconnaître les secours qu'il a reçus d'un très-grand nombre de personnes pour l'exécution de son travail, il ajoute les remarques suivantes : On doit louer, sans doute, l'auteur d'une statistique, toutes les fois qu'il indique ainsi ses collaborateurs ; mais ne le fît-il pas, il n'en serait pas moins évident que, pour un ouvrage de ce genre, il a fallu le concours de plusieurs sortes de connaissances qu'une seule personne ne peut réunir. En effet, ce rédac-

teur fût-il tout à la fois physicien, naturaliste, médecin, antiquaire, agriculteur, technologiste, commerçant, ingénieur, ce qui n'est guère à supposer, aurait-il la connaissance des faits (des faits, qui sont le seul fondement et l'essence de toute statistique), s'ils ne lui sont fournis par tous ceux que leur goût ou leurs attributions ont mis à portée de les observer et de les recueillir? Quiconque aurait la prétention de se passer de tous secours en pareille matière, connaîtrait bien peu l'étendue de sa tâche, et remplirait bien mal ses obligations. Toutefois, parmi les collaborateurs de M. Hippolyte de Lesser, il en est un qui, à raison de la part distinguée qu'il a prise à ce travail, a semblé mériter une mention spéciale. C'est M. Marcel de Serres, si avantageusement connu dans cette Académie comme naturaliste, et qui a obtenu des succès dans tous les genres où il s'est exercé. Ce savant a composé en entier pour la statistique du département de l'Hérault, l'article relatif au *règne animal*, comprenant à lui seul quatre-vingt-dix pages, dont les vingt-sept premières sont des considérations générales d'un grand intérêt qu'on aimera à voir reproduites dans un autre lieu, parce qu'on ne les chercherait peut-être pas dans la description spéciale d'un département. L'ouvrage doit encore à M. Marcel de Serres la description des volcans éteints du département de l'Hérault, tirée du Bulletin de la Société des sciences de Montpellier, et une note sur les terrains d'eau douce découverts récemment dans les environs de Cette, à très-peu de distance et au-dessous du niveau de la Méditerranée.

Le rapport fait connaître l'ordre que l'on a suivi dans la composition, les parties qui ont été rédigées avec le plus

de soins et de succès, et quelques articles où l'on pourrait désirer des recherches plus étendues. La communication de ce rapport pourra donc servir à perfectionner l'ouvrage avant qu'il soit livré à l'impression. L'auteur a mis en tableau tout ce qui a rapport aux communes du département, considérées relativement à l'étendue et à la division des cultures, ainsi qu'à la population. Il a fait tenir ainsi en vingt-sept pages, ce qui présenté sous une autre forme eût exigé quatre fois plus d'espace. La commission a remarqué les articles consacrés à l'administration soit ecclésiastique, soit judiciaire, soit militaire, à l'instruction publique, aux routes et aux ports, et à toutes les branches de l'organisation financière, et enfin aux hôpitaux et aux prisons. Cette partie essentielle de la statistique est traitée avec tous les détails nécessaires et sans prolixité. Les commissaires pensent qu'elle doit intéresser non-seulement les habitants du département de l'Hérault, mais toutes les personnes dont l'attention se porte sur les objets d'administration. L'article des mines et des carrières est de M. Brochin, ingénieur en chef. On y parle aussi des salines, des fabriques de produits chimiques, et de quelques usines ayant pour objet des substances minérales. On peut consulter avec fruit ce qui est relatif aux branches d'industrie qui s'exercent sur des matières végétales ou animales. La pêche y est décrite, et son produit est évalué. Tout ce qui se rapporte à la fabrication des draps, a paru traité avec beaucoup de soin.

Un autre genre de mérite qui s'applique à tout l'ouvrage, c'est que M. de Lesser suit en général le plan tracé dans les instructions du gouvernement, sans se laisser entraîner par la futile ambition d'en substituer un de son invention ; par ce

moyen, son travail peut être plus aisément comparé à ce qui a été publié touchant d'autres départements.

La commission a fait mention, dans son rapport, d'une entreprise littéraire qui mérite l'approbation de l'Académie, celle que l'on a faite à Lyon, au mois de novembre dernier, d'un ouvrage périodique, mensuel, intitulé: *Archives historiques et statistiques du département du Rhône.* On voit, d'après l'excellent plan tracé dans le premier cahier, que les rédacteurs distingueront soigneusement leur ouvrage de ceux où l'on réunit des matières absolument étrangères à l'histoire et à la statistique.

Il convient aussi de citer avec éloge les soins que prend la Société de Châlons pour parvenir à une description complète et détaillée du département de la *Marne.* Cette société décerne chaque année des médailles d'encouragement à l'auteur de la meilleure statistique d'un canton de ce département. D'après son programme, les concurrents sont invités, non-seulement à décrire la position topographique du canton, le sol, les monuments, la population, les ressources en tout genre, mais encore indiquer les branches d'industrie agricole, manufacturière et commerciale. L'exemple que donne la Société de Châlons-sur-Marne mérite d'être proposé, comme offrant une des plus utiles directions que des associations de ce genre puissent donner à leur zèle.

On a montré, dans les analyses précédentes, l'influence favorable due à la publication de grands ouvrages de statistique émanés de l'administration, et qui offrent des modèles en ce genre d'étude. Sans rappeler les remarques faites à ce sujet, nous ajouterons que la commission, avant de terminer son rapport, a jugé convenable d'indiquer plu-

sieurs autres productions d'un grand intérêt, mais qu'elle n'a pas dû comprendre dans le concours. M. Villermé, docteur en médecine, a formé une entreprise importante et d'une extrême utilité, en essayant de comparer la mortalité dans la classe aisée et dans la classe indigente. Mais plus est grand l'intérêt qu'un tel sujet est fait pour inspirer, plus il importe que le choix des preuves soit fait avec une grande sévérité, qu'elles soient toujours puisées dans des documents certains, d'accord entre eux, que les faits soient constatés par une longue suite d'observations incontestables. C'est à quoi l'auteur parviendra sans contredit en suivant avec persévérance la route qu'il s'est tracée. Au surplus, nous le répétons, le jugement à porter de cet ouvrage ne rentre que très-indirectement dans les attributions de la commission.

Nous citons, en terminant cet extrait, la partie du rapport qui concerne un ouvrage digne de fixer l'attention des savants et des hommes d'état.

M. Moreau de Jonnès, correspondant de l'Académie, vient d'achever un grand ouvrage d'économie politique d'une haute importance, où il passe en revue, dans les deux premières parties, d'une manière comparative, la situation du commerce dans les principaux pays de l'Europe et dans les États-Unis de l'Amérique. Dans une troisième partie, il traite des moyens d'accroître et de consolider la prospérité du commerce français dans les deux hémisphères. Cet énoncé suffira pour faire voir que la commission n'a pas dû comprendre ce travail dans le concours. Mais en même temps chacun des commissaires individuellement a rendu une pleine justice aux savantes recherches de l'auteur, et au soin avec lequel il a réuni

une multitude de faits épars dans beaucoup d'ouvrages français et étrangers, qu'il a coordonnés habilement et dont il a su faire un ensemble fécond en résultats précieux. Les commissaires ont donc pensé que cet ouvrage méritait de grands éloges, et ont exprimé le désir que l'auteur en fît jouir le public par la voie de l'impression.

Au nombre des ouvrages remarquables qui ont été présentés dans le cours de cette année à l'Académie, nous devons citer la seconde édition du Voyage de découvertes aux Terres Australes de Baudin, rédigé par Péron, continué et augmenté par M. Louis de Freycinet, capitaine de vaisseau, membre de l'Académie. La première édition avait été rédigée en partie avant que les cartes eussent été définitivement construites; il en était résulté quelques incertitudes, et même de graves erreurs. M. de Freycinet, ayant fait lui-même le voyage comme capitaine de l'un des navires, a apporté dans l'examen et l'exécution des faits une critique très-éclairée, qui donne à l'ouvrage tous les avantages d'une relation originale. C'est un nouveau et important service dont les sciences lui sont redevables. L'addition de détails intéressants laissés par Péron sur les mœurs et les usages des habitants de l'île de Timor et sur les productions du sol, un recueil de faits géographiques nombreux, une plus grande correction, tels sont les caractères principaux de ce nouvel ouvrage en quatre volumes in-8°, avec atlas. Cette collection, déja si remarquable par l'exactitude des dessins et la netteté des gravures, est enrichie d'observations capitales et de plusieurs planches inédites.

ÉLOGE HISTORIQUE

DE

M. BREGUET,

LU DANS LA SÉANCE PUBLIQUE DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, LE 5 JUIN 1826,

PAR M. LE BARON FOURIER, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

MESSIEURS,

UN grand artiste, un homme de bien, d'un caractère modeste et vrai en tout, M. Louis Breguet, a occupé dans cette Académie une des places réservées aux talents supérieurs qui, par des découvertes du premier ordre, perfectionnent les applications des sciences. Jamais cette distinction ne fut plus justement accordée ; toute sa carrière est une longue suite d'inventions ingénieuses et utiles. Il a porté à un degré extraordinaire l'art le plus difficile peut-être, et sans doute l'un des plus importants que l'industrie humaine ait produits, celui de mesurer le temps avec précision.

Il a enrichi d'une multitude de procédés nouveaux le com-

merce de l'horlogerie, la navigation, l'astronomie et la physique.

Un des professeurs les plus distingués de l'Université de Paris, auteur ingénieux de plusieurs ouvrages de mathématique, l'abbé Marie, remarqua dans Louis Breguet tous les indices d'une intelligence facile et très-singulière; il lui persuada aisément de se livrer avec ardeur à l'étude de la géométrie. Cet enfant qui devait un jour illustrer les arts, subissait alors les rigueurs de la fortune. Sa famille autrefois opulente, mais qui professait la religion réformée, avait été forcée de quitter la France, et avait perdu une grande partie de ses biens. Les malheurs domestiques achevèrent l'ouvrage des dissensions civiles. Son père était mort à l'étranger; sa mère, mariée en secondes noces, destina son fils à la profession qu'il a exercée depuis avec un succès éclatant.

La France et les arts doivent beaucoup à l'homme généreux qui protégea sa jeunesse, et le dirigea dans l'étude des sciences, à celui dont il reçut les premiers conseils, les premières leçons, les premières marques d'intérêt.

Il est honorable d'attirer par l'éclat de ses talents un auditoire nombreux, de propager de hautes connaissances et des découvertes utiles aux nations; mais distinguer dans la foule un enfant sans appui, reconnaître en lui le premier trait du génie, prévoir ce que la patrie et les sciences pourront lui devoir un jour, l'accueillir, l'encourager, l'instruire, c'est, dans l'ordre des bienfaits, un de ceux qui doivent occuper le premier rang. Il n'y a point de bonne action qui convienne mieux à un homme de lettres.

Les premières recherches de M. Breguet ont eu pour objet la partie de son art qui se rapporte aux usages civils; il per-

fectionna ensuite celle qui intéresse les sciences. Je ne rappellerai point l'origine de cet art, et les progrès admirables qu'il a faits depuis le seizième siècle, époque où le génie des nations européennes s'est exercé sur toute la nature.

On est parvenu à mesurer avec une précision incroyable les parties presque insensibles du temps; et il fallait assurément que le génie des arts prît un grand essor, pour passer de la clepsydre de Ctésibius, ou de l'horloge d'un calife, à un chronomètre de Breguet.

La question de la mesure du temps, que les modernes ont si bien résolue, consiste à imprimer un mouvement de rotation parfaitement uniforme, qui se renouvelle et se conserve sans aucune altération. Le mobile est soumis à deux actions contraires: l'une, qui est la force motrice, tend sans cesse à accélérer le mouvement; l'autre s'oppose à l'accélération, et détruit à chaque instant avec une exactitude rigoureuse, tout l'effet excédant de la nouvelle impulsion, en sorte que la vitesse demeure toujours égale à elle-même. Cette collision perpétuelle est le principe dynamique commun à tous les instruments de la mesure du temps.

Mais que de difficultés à vaincre pour atteindre à ce but! il faut, en quelque sorte, soustraire l'instrument à l'action des causes extérieures, qui conspirent toutes à troubler l'uniformité du mouvement. Le frottement des diverses parties de l'appareil en altère continuellement les formes, et peut changer les vitesses. Les variations de la température rendent les dimensions et les forces élastiques variables. Si l'usage commun de l'instrument l'expose à des agitations irrégulières, ou à de grands changements de situation, il en résulte d'autres causes d'inégalité; enfin, la résistance de l'air n'est

point constante ; elle varie avec la densité de ce fluide. L'art a opposé les unes aux autres toutes ces causes de perturbation ; elles se détruisent réciproquement. L'effet moyen des changements de situation devient insensible : les variations de température se compensent ; les agitations extérieures et fortuites n'altèrent point le mouvement ; on s'en est même servi pour l'entretenir et le renouveler ; ce qui avait été un obstacle est devenu une cause utile.

On a donné le nom de montres perpétuelles à celles qui sont toujours remontées par le seul effet de la marche des personnes qui les portent : cette invention est déja assez ancienne : mais elle était demeurée trop imparfaite, pour que l'on en pût conserver l'usage. M. Breguet a donné à ces montres toute la précision et la stabilité nécessaires. Il suffit, pour qu'elles marchent pendant trois jours, de les agiter quelques minutes. Il y en a qui ont conservé un mouvement régulier, sans avoir été ouvertes, pendant plus de dix années.

On pourrait encore établir les montres, en sorte qu'elles fussent remontées par le seul effet des changements naturels qui surviennent dans la température ou dans le poids de l'atmosphère, ou par l'effet d'un courant d'air. On a formé plusieurs instruments de ce genre ; mais ils n'intéressent pas la partie essentielle de l'art ; son véritable objet est de maintenir le mouvement uniforme, nonobstant toutes les causes extérieures qui tendent à le troubler.

Les pièces les plus importantes de l'appareil intérieur, et qui en forment, si l'on peut parler ainsi, l'organe principal, sont l'échappement et le balancier régulateur ; c'est là que réside la force modératrice, et la moindre inégalité de son

action causerait un trouble sensible. Or le balancier est sujet à prendre des situations très-différentes ; son poids n'agit pas toujours de la même manière. Une des inventions les plus ingénieuses de M. Breguet, est celle qui a pour but de prévenir ce genre d'inégalités : il a imaginé d'assujétir cet ensemble de pièces à un mouvement circulaire, qui, dans l'intervalle de chaque minute environ, renouvelle toutes les positions possibles. Les erreurs d'excentricité, les effets variables des frottements, toutes les inégalités qui dépendent de la situation, se compensent et disparaissent dans le résultat moyen.

C'est ainsi qu'en observant un très-grand nombre d'effets naturels du même ordre, on reconnaît que la multiplicité et la promiscuité des faits compensent toutes les variations fortuites.

Les arts ont leur principe et leurs modèles dans la nature, et cela est vrai surtout de la science qui a pour objet la division civile du temps. Les mouvements réguliers des corps célestes ont donné à l'esprit humain l'idée d'une durée uniforme. Selon l'expression du plus éloquent des philosophes, les astres sont les instruments du temps ; mais il n'appartient qu'à la science perfectionnée de reconnaître la constance de la nature dans ce spectacle de tant de phénomènes divers. Le cours apparent du soleil est assujetti à des inégalités très-sensibles. Ce n'est point le mouvement de cet astre, mais la révolution diurne du globe terrestre, qui peut régler les temps ; elle est le modèle immuable d'un mouvement uniforme. Ainsi l'horloge la plus parfaite, serait celle qui nous offrirait l'image précise de cette révolution ; mais ce modèle est inimitable, et nos arts ne pourront jamais atteindre à ce

but; car nous sommes assurés que, dans le cours de vingt siècles, la durée de la révolution diurne n'a pas varié de la centième partie d'une seconde.

M. Breguet a perfectionné successivement toutes les branches de son art. Les plus importantes sont celles qui lui doivent le plus de progrès; et, ce qui est remarquable, elles ont reçu de lui presque toujours une simplicité inattendue.

Il a supprimé la partie du rouage qui porte le nom de fusée, mécanisme fort ingénieux dont l'origine est inconnue. On ne pouvait pas conserver à cette pièce sa simplicité primitive. La chaîne qui l'entoure est formée de plusieurs milliers de parties, et ce n'est pas la seule cause des accidents multipliés et inévitables auxquels cet appareil très-compliqué donnait lieu. M. Breguet le remplace par des forces élastiques, modérées et constantes, qui exercent leur action d'une manière très-simple. Les frottements sont plus égaux, plus doux, et le nombre des pièces est beaucoup moindre. L'expérience a prononcé sur cet heureux changement, et la plupart des grands artistes l'ont imité. On peut dire, sans que cette remarque ait rien de contradictoire, qu'il fallait un talent ingénieux pour inventer ce mécanisme, et un talent parfait pour le supprimer.

Le procédé de *suspension élastique* n'est pas moins remarquable. Il a pour objet de prévenir la rupture des parties les plus délicates et les plus importantes de l'appareil, celles qui contiennent le balancier. Cette pièce est supportée par des pivots d'une extrême ténuité; et il semble que le moindre choc fortuit pourrait les rompre. Un art ingénieux s'oppose à cet accident. M. Breguet a inventé un mode de suspension, qui garantit complètement cette portion principale de l'ins-

trument contre l'effet d'une percussion subite. Si on laisse tomber la pièce, ou même si on la projette contre un obstacle, on trouve avec surprise les pivots intacts, quoique leur épaisseur soit celle d'un fil délié : il arrive que pendant la durée du choc, les pivots ne supportent rien ; ils sont suppléés par une masse plus forte qui commence à servir au moment du danger, et qui les rétablit aussitôt après dans leur lieu précédent.

On sait quels avantages les sciences nautiques, la géographie et l'astronomie retirent des instruments qui servent à la mesure exacte du temps. Cette application est trop généralement connue, pour qu'il soit nécessaire d'en rappeler les principes.

Les gouvernements les plus éclairés ont encouragé les recherches qui avaient pour objet de perfectionner les horloges marines.

En Angleterre, sur la proposition de Newton, le parlement a offert et a donné des récompenses aux inventeurs. Harrison a reçu environ cinq cent mille francs ; il avait consacré à ces recherches plus de quarante années.

En France, l'honneur, les prix académiques, le concours de quelques hommes d'état, ont excité deux grands artistes, contemporains et émules d'Harrison, Pierre Leroy et Ferdinand Berthoud. Ils n'avaient aucune connaissance des inventions anglaises, qui furent très-long-temps tenues secrètes ; l'un et l'autre parvinrent en même temps, et par des procédés très-différents, à résoudre la question proposée avec une précision bien supérieure à celle qu'on avait indiquée en Angleterre comme suffisante pour obtenir les récompenses promises.

Les suffrages publics, le zèle des particuliers, ont amené chez nous les progrès de cet art. On a vu l'un des membres de cette Académie, le marquis de Courtanvaux, armer une frégate à ses frais, pour éprouver, dans une longue navigation, les horloges marines de Pierre Leroy.

Les ouvrages des deux artistes français n'ont été approuvés et couronnés qu'après avoir été soumis aux épreuves les plus extraordinaires. On a reconnu qu'au milieu des agitations de la mer, des vicissitudes des températures, des commotions les plus violentes de l'air produites par trois décharges successives de toute l'artillerie du vaisseau, ces admirables instruments conservèrent une marche régulière dans des voyages de très-long cours.

Les vœux des deux gouvernements ont été accomplis. La géographie et la navigation ont reçu un accroissement considérable. On peut juger combien, après tant d'efforts et de découvertes, il était devenu difficile de donner aux horloges marines un plus haut degré de perfection. Ferdinand Berthoud, ses élèves, et principalement ceux qui ont hérité de ses talents et de son nom, ont fait dans cet art de nouveaux progrès. C'est aussi par ce genre de succès que M. Breguet s'est placé au premier rang des artistes de l'Europe.

Dans le grand nombre des expériences qui ont servi à diriger ses recherches, on remarquera celles qui ont fait connaître l'action réciproque de deux pendules attachées à un même support; chacun de ces instruments a son mouvement propre; et si on les plaçait dans des lieux séparés, ils auraient une marche presque semblable, parce qu'on les suppose réglés avec beaucoup de soin: toutefois on y remarquerait des différences continuelles, provenant de l'imper-

fection inévitable du travail. Mais si on vient à les attacher à deux points différents d'un support commun fixé dans un mur, toutes les variations disparaissent; les deux pendules prennent insensiblement la même marche; elles s'accordent bientôt avec une précision rigoureuse, et conservent toujours ce mouvement commun.

On avait observé depuis long-temps, en France et en Angleterre, cette communication de deux mouvements oscillatoires. M. Breguet a fait, à ce sujet, des expériences multipliées et précises; elles lui ont servi à former des pendules doubles, dont les deux parties s'accordent perpétuellement. Elles composent un instrument unique et moyen, dont la marche plus constante et mieux réglée résiste davantage aux ébranlements extérieurs et aux irrégularités fortuites. Il a construit, d'après le même principe, des chronomètres doubles, qui ont la même propriété.

L'action réciproque des deux parties de l'appareil suspendues à un même support, et d'ailleurs assez éloignées l'une de l'autre, n'est point l'effet de l'air environnant, comme on pourrait le croire, d'après quelques expériences acoustiques: le principe de cette influence réside dans la masse du support.

C'est par ce même principe que les vibrations des corps sonores se communiquent aux substances les plus dures; elles pénètrent les matières solides, et en agitent rapidement toutes les parties. Ainsi dans une enceinte où des sons mélodieux se font entendre, les masses les plus compactes deviennent sonores; elles retentissent dans toute leur profondeur; elles répètent les vibrations régulières et symétriques des particules de l'air.

Si l'œil pouvait discerner tous ces mouvements, il reconnaîtrait qu'ils se mêlent et se succèdent dans un ordre admirable; et nos sens ne seraient pas moins charmés du spectacle de ces accords, que des plus vives impressions de l'harmonie.

La connaissance du caractère moral des hommes qui ont illustré les arts appartient à l'histoire. On aime à suivre dans la vie commune ceux qui ont reçu de la nature le germe des grands talents. On voudrait reconnaître les rapports du génie et de l'étude avec les mœurs, c'est-à-dire avec les habitudes de l'ame; mais ces rapports sont si fugitifs et si divers, qu'on peut à peine en saisir quelques traits généraux. Quant à l'homme célèbre dont je rappelle les travaux, on peut dire avec vérité qu'il ne fut pas moins remarquable par les inclinations du cœur, que par la sagacité et le talent. Toutes les personnes qui l'ont connu savent qu'il était animé d'une disposition très-singulière à la bienveillance; il s'intéressait sans réserve aux succès des autres, et il était touché de toutes les infortunes. Il semblait que dans ses relations avec les personnes dignes de son attachement, il découvrît chaque jour de nouveaux motifs de les aimer, et en cela il se montrait aussi ingénieux que pour ses inventions mécaniques.

Les événements contemporains ne lui ont offert que trop d'occasions d'exercer cette bienveillance qui lui était si naturelle. On l'intéressait aussitôt qu'on était malheureux ou vaincu; et pour citer tous ceux à qui il a offert un asyle, il faudrait rappeler les dénominations des partis les plus opposés.

Dans le cours de tant d'actions généreuses, il lui fut im-

possible d'échapper lui-même aux dangers des dissensions civiles. Inquiet sur son sort, il se réfugia hors de France, et devint à son tour l'objet des sollicitudes et des bienfaits de l'amitié.

Lorsque les événements politiques, qui se succédèrent rapidement, eurent apaisé les discordes funestes, M. Breguet revint à Paris avec sa famille. Ses établissements avaient été abandonnés et détruits; le talent, l'ordre et la persévérance suppléèrent à tout. Il continua ses anciens travaux, et donna à ses entreprises plus de développement et des formes nouvelles. En Angleterre, en Russie, dans toute l'Allemagne, on rechercha avec empressement les productions sorties de ses ateliers; elles acquirent un prix extraordinaire. Une foule d'artistes s'honorèrent d'être compris parmi ses élèves; les suffrages unanimes le placèrent au rang des plus célèbres inventeurs.

On imita, on copia ses ouvrages, car il y a des plagiaires dans tous les états; on fit même un faux usage de son nom, ce qui lui donna lieu d'inventer un procédé fort remarquable pour graver sur l'émail en caractères extrêmement petits. Tout devenait pour lui l'occasion d'une découverte.

Sa réputation se forma, pour ainsi dire, à son insu; les produits de ses établissements l'ont seuls portée dans toute l'Europe. Il n'avait pris aucun soin de décrire et de publier ses inventions, mais il les communiquait facilement.

Les ouvrages de Montuclas et de Lalande, le traité de Ferdinand Berthoud, et principalement celui de M. Jurghensen, célèbre artiste danois, ont donné quelque connaissance de ses premières recherches; mais l'intérêt des arts exigeait que des inventions aussi nombreuses fussent réunies et complètement décrites dans un seul ouvrage.

M. Breguet et son fils se sont imposé cette tâche difficile. La mort du premier a interrompu leur travail; mais il était fort avancé. Ces manuscrits précieux subsistent; les amis des sciences en désirent vivement la publication; nous pouvons annoncer que leur attente ne tardera pas à être remplie.

Nous ajouterons, autant qu'il nous est permis d'en juger après une lecture attentive, que cet ouvrage mettra certainement le sceau à la réputation de M. Breguet. Les écrits déja publiés, la vue même des objets, ne peuvent donner une juste idée de ses efforts, de ses succès, et des ressources inattendues d'un talent aussi extraordinaire.

Ses productions n'étaient pas seulement remarquables par des combinaisons heureuses et nouvelles, elles le furent aussi par l'extrême perfection de la main d'œuvre; et l'on eut un exemple singulier de l'impression que causait la vue de ses ouvrages.

Un des plus excellents artistes de l'Angleterre, le célèbre Arnold, fut frappé d'étonnement dès qu'il eut examiné une montre de Breguet, que le duc d'Orléans lui avait remise. Il forma aussitôt le dessein de se rendre à Paris. Il appela sa famille, et, pour ainsi dire, sans détourner les yeux de l'objet de son admiration, il annonça qu'il partirait dans la nuit même. Reçu avec affection, il s'établit quelque temps auprès de M. Breguet, et l'art s'agrandit de leurs communications réciproques. C'est alors que M. Louis Breguet fils lui fut confié. Il passa plusieurs années à Londres, auprès de ce grand maître; c'est là qu'il apprit à devenir le coopérateur et le continuateur de son père, en joignant l'étude de la mécanique rationnelle et de la physique aux préceptes et aux exemples des deux premiers artistes de l'Europe. De retour

à Paris, il partagea tous les travaux et tous les succès de son père; et la vérité de l'histoire exige que, dès ce moment, on ne les sépare plus dans l'énumération des services rendus aux sciences.

Cette notice aurait une étendue excessive, si l'on y rappelait toutes leurs découvertes qui ont perfectionné la mesure du temps, la connaissance des phénomènes du son, et celle des variations de température.

Lorsque l'Institut de France reçut une organisation nouvelle, M. Breguet, qui avait déja été appelé au Bureau des longitudes, fut nommé membre de l'Académie royale des Sciences.

Il avait inventé. depuis long-temps, un échappement entièrement libre, à force constante, question fondamentale qui comprend ce que l'art a de plus important et de plus difficile, mais que nous ne pourrions exposer, sans multiplier les termes techniques.

Il perfectionna aussi l'emploi des rubis et des saphirs, qui contribue beaucoup, comme on le sait, à la précision et à la constance des mouvements. C'est lui qui a donné à l'horlogerie française les procédés qui servent à tailler les pierres dures pour cet usage.

Dans les montres qui répètent les heures, il est parvenu, par une heureuse disposition des pièces, à simplifier le mécanisme, et à le réduire à un moindre espace. C'est alors qu'il a substitué aux timbres volumineux et incommodes, des lames élastiques qui, frappées vers leur origine, rendent un son doux et prolongé. Les ouvertures deviennent inutiles; on entend d'autant mieux, que l'enveloppe est plus exactement fermée.

On peut donner aux lames vibrantes de telles dimensions, que l'effet produit soit comparable à celui des instruments les plus sonores. Le mélange et l'accord des harmoniques donne à ces vibrations un caractère particulier. On a fait des applications nombreuses de cette invention des *ressorts-timbres*, due à M. Breguet. Elle a fait naître en France, et en Allemagne, une nouvelle branche de commerce très-productive, qui se propage dans tous les pays, sous les formes les plus variées.

On avait tenté de mesurer les hautes températures, en observant avec précision les changements de volume d'un métal solide. Graham et Pierre Leroy étaient parvenus à conserver aux pendules une longueur invariable, par la compensation des dilatations inégales de deux métaux différents. Harrison est le premier, si je ne me trompe, qui ait proposé l'emploi d'une lame formée de deux autres très-inégalement dilatables, et attachées ensemble dans tous leurs points. On avait fait d'heureuses applications de ce procédé, pour mesurer les degrés de chaleur, et pour donner au balancier des oscillations isochrones, nonobstant les variations de la température.

Cette invention a reçu de M. Breguet une grande perfection ; elle lui a servi à former un thermomètre incomparablement plus prompt et plus sensible que ceux dont on avait encore fait usage. La lame mixte est composée de platine, d'or et d'argent. L'épaisseur totale est seulement un cinquantième, ou même un centième de ligne; elle est disposée en hélice; l'une des extrémités est fixe; l'autre, qui est libre et d'une mobilité peut-être excessive, porte l'indice des températures. Les variations subites et successives de la cha-

leur de l'air se manifestent aussi rapidement qu'elles seraient senties par un être animé. Des effets de ce genre, que d'autres thermomètres indiquent avec lenteur et à de faibles degrés, deviennent instantanés et beaucoup plus étendus.

D'autres recherches du même artiste ont servi à mesurer, avec une extrême précision, la durée des phénomènes.

Par exemple, il introduit dans une lunette astronomique, un chronomètre dont les aiguilles suivent le mouvement de l'astre dans le champ de la lunette. On peut compter les dixièmes, ou même les centièmes de seconde. Ce que cet instrument a de très-remarquable consiste dans la continuité parfaite du mouvement des indices.

Il a construit des montres, dont l'aiguille marque subitement et à volonté un point très-visible sur le cadran, sans que l'impulsion donnée cause la moindre interruption dans la marche de l'instrument. On peut mesurer ainsi, avec une exactitude rigoureuse, la durée des effets observés, ce qui est l'objet d'un grand nombre de recherches physiques. Nous devons ajouter qu'un artiste français, M. Rieusecq, a employé le premier un procédé de ce genre pour des usages civils. M. Breguet a changé le caractère de l'instrument, et lui a donné un nouveau degré de précision.

Nous citerons aussi l'instrument singulier formé d'une lentille qui oscille continuellement sans impulsion extérieure. On voit, au Conservatoire des arts et métiers, une pendule de ce genre, qui a été construite pour le duc d'Orléans. Le corps qui oscille, est suspendu par une longue tige à un seul point fixe, et d'ailleurs est entièrement isolé. La masse totale se balance, sans qu'aucune cause extérieure renouvelle l'impulsion. L'oscillation de la lentille est l'effet de l'appareil mobile

qu'elle renferme. Les variations de température sont compensées par les changements de forme de la tige de suspension.

Nous pourrions rappeler aussi ces pendules précieuses que possèdent le roi de France, le Dauphin, et les souverains des états où les arts sont le mieux appréciés; les ouvrages qui ornent le musée de M. de Sommariva; ceux qui ont été construits pour le duc de Cambridge, le duc de Bedford, et les plus riches particuliers de l'Europe; enfin d'autres objets destinés à marquer les derniers progrès et la supériorité de l'horlogerie française.

Les ouvrages de M. Breguet sont, à la vérité, d'un prix très-considérable; les posséder est devenu une marque d'opulence. Mais dans le même temps qu'il a enrichi des merveilles de l'art les appartements des rois, il s'est appliqué avec le même soin à découvrir les combinaisons les plus simples, les plus accommodées à l'usage public, d'une exécution très-correcte mais très-facile, en sorte qu'on pût les acquérir à un prix modéré. C'est dans cette vue qu'il inventa les répétitions au tact, et surtout les montres à une seule aiguille, simples, solides, exactes, et qui réunissent à une précision extraordinaires toutes les conditions d'une longue durée.

Le caractère propre de ses travaux, et ce qui le distingue éminemment, même parmi les plus habiles inventeurs, est d'avoir embrassé et perfectionné toutes les branches de son art.

Il apportait un soin extrême dans le choix des formes extérieures les plus commodes, les plus agréables à la vue, et qu'il était le plus facile d'orner. Il parvenait toujours à satisfaire avec un goût exquis, et par une disposition ingénieuse,

aux conditions qu'on avait désiré de réunir; car il avait reçu de la nature et d'une longue expérience, un talent si prodigieux pour transformer à son gré toutes les portions du mécanisme, qu'il résolvait sans effort les plus grandes difficultés.

Considérée comme industrie commerciale, l'horlogerie lui doit un de ses progrès les plus importants, celui qui consiste à faire concourir des ouvriers d'un talent inférieur, ou même des élèves, aux ouvrages les plus difficiles et les plus exacts, en réservant les derniers efforts de l'art, pour achever et coordonner toutes les parties. Cet établissement de la haute horlogerie en fabrique est un des plus grands services qu'il ait rendus.

Ainsi il a cultivé son art dans toute son étendue ; il lui a donné ou conservé tous les avantages qu'il comporte : car il a réuni l'exactitude, la solidité, le bon goût, les intérêts du commerce et les applications aux sciences.

Se placer au premier rang d'une profession difficile et nécessaire ; inventer et perfectionner, en cultivant un art long-temps médité par Huyghens, Leibnitz et Daniel Bernoulli ; guider les navigateurs, donner aux sciences des instruments nouveaux ; créer sa fortune en la fondant sur l'utilité publique ; jouir de l'amitié, ignorer l'ingratitude, échapper à l'envie, c'est une heureuse et honorable destinée. Puissent les arts réserver toujours d'aussi dignes récompenses à ceux qui les cultivent !

M. Breguet a conservé jusque dans l'âge le plus avancé, un caractère calme, facile et doux. Les changements de sa fortune n'ont point altéré la simplicité de ses mœurs : il était aussi modeste sur la fin de sa carrière, que lorsqu'il

était disciple de l'abbé Marie. Sa mort fut aussi paisible que sa vie. A la suite d'un entretien tranquille et gai, où, selon sa coutume, il se louait de toutes les personnes qu'il avait rencontrées dans la journée, il se reposa, s'endormit, et quelques instants après, saisi d'un mal subit, il expira, le 26 septembre 1823, sur la fin de sa soixante-seizième année.

Il laisse à sa famille et à l'amitié de tendres souvenirs; à ses successeurs, d'utiles leçons et de grands modèles; à cette Académie, un nom célèbre et une mémoire justement honorée.

Il a été remplacé dans la section de mécanique, par M. Navier, ingénieur en chef au corps royal des ponts-et-chaussées.

HISTOIRE

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES DE L'INSTITUT DE FRANCE.

ANALYSE

Des Travaux de l'Académie royale des Sciences, pendant l'année 1824.

PARTIE PHYSIQUE,

PAR M. LE BARON CUVIER, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

MÉTÉOROLOGIE.

A LA suite de la gelée qui fit périr tant d'oliviers dans l'hiver de 1821 à 1822, le ministère de l'intérieur, désirant connaître si le climat de la France ou de quelques-unes de ses parties avait subi des changements, et les causes auxquelles ils pouvaient être dus, demanda aux préfets des mémoires sur l'étendue des défrichements qui ont eu lieu dans les forêts depuis

1819, et sur l'influence que l'opinion de leurs départements attribue au déboisement des montagnes relativement à la température, à la diminution des eaux, à la force et à la fréquence des vents.

On a obtenu successivement des réponses de cinquante-six de ces magistrats, et comme on pouvait s'y attendre, les questions y sont traitées sous des points de vue fort divers, et les résultats n'en sont pas toujours bien concluants. Cependant il paraît certain, par des documents écrits, par le souvenir des vieillards, que dans des lieux où l'on cultivait autrefois l'olivier, la vigne, le châtaignier et d'autres végétaux sensibles à la gelée, cette culture ne s'est pas maintenue ou est même devenue impossible.

Des défrichements n'ont pas été aussi généraux qu'on s'est plu à le répandre. Dans trente-quatre départements qui possédaient ensemble 3,439,943 hectares de bois, il n'en a été arraché que 204,092; mais ce n'est pas d'après l'étendue seule, mais par la nature des bois supprimés que les effets de ces défrichements doivent être jugés: les forêts d'arbres résineux, les plus importantes comme abris, ont diminué plus généralement; les futaies de chênes, de hêtres, de nos montagnes du second ordre, ont presque toutes été transformées en taillis, et il faudrait des lois sévères et exécutées pendant un siècle, pour que les grands arbres, propres aux constructions civiles et navales, redevinssent aussi abondants qu'ils l'étaient en 1789.

Ce n'est, au reste, que dans quatorze départements que l'on a pensé que le déboisement des montagnes a causé le refroidissement de l'air ou du sol; l'opinion contraire a été exprimée dans trente-neuf. On a reconnu dans trente-deux

que les hivers sont moins froids et plus longs, et les étés plus courts et moins chauds qu'il y a soixante ans; dans vingt-un autres on ne regarde pas ce fait comme constant. Dans vingt-sept départements on est persuadé que les vents sont devenus plus violents, et dans vingt-six on soutient le contraire.

La dénudation des montagnes n'est mise en doute dans aucune des réponses; et il y a aussi beaucoup d'accord sur ses conséquences actuelles et futures. L'une des plus généralement reconnues est la diminution des sources, parce que l'eau des pluies, au lieu de s'infiltrer dans le sol avec lenteur, s'écoule rapidement, et entraîne les terres que les bois et les herbes ne retiennent plus; toutefois, sur ce point même, il s'en faut beaucoup que les rapports soient unanimes. Il n'y a que vingt-huit départements où l'on affirme la diminution des eaux permanentes, et que vingt-cinq où l'on ait reconnu que les inondations sont plus fréquentes qu'en 1789.

Nous ne parlerons pas des autres articles de météorologie, tels que la neige, la grêle, etc., sur lesquels les réponses ont été encore plus vagues et plus contradictoires. Les données fournies par ce premier travail ne peuvent être considérées que comme un essai, encore assez imparfait; et pour arriver à quelque chose de plus positif, il serait nécessaire de poser des questions plus précises, et de tracer avec plus de rigueur la méthode à suivre pour les résoudre.

Néanmoins, les mémoires fournis à l'Académie contiennent des renseignements précieux sur la statistique de plusieurs parties de la France, et sous ce rapport au moins leur utilité ne peut être méconnue.

M. Moreau de Jonnès, qui a soin d'entretenir l'Académie de tous les phénomènes remarquables qui se manifestent aux Antilles, lui a fait part de deux tremblements de terre, arrivés dans ces îles, et qui ont été assez forts pour exciter l'effroi parmi la population.

Le premier a eu lieu le 11 novembre, à cinq heures quarante-cinq minutes du matin.

Le deuxième s'est fait sentir à la Martinique, le 13 décembre suivant, à une heure du matin.

Chacun de ces tremblements a consisté en deux secousses; celles du premier ont été les plus fortes et les plus prolongées.

CHIMIE.

Il n'est personne un peu au fait des travaux des chimistes qui ne connaisse les grandes discussions auxquelles ils se sont livrés dans ces derniers temps, sur les causes et le mode précis des combinaisons, et particulièrement sur la question de savoir si elles se font en toutes proportions, et pour ainsi dire en toutes nuances, ou si elles n'ont lieu que dans certaines proportions fixes qui puissent s'exprimer par des nombres entiers et assez petits.

Cette dernière opinion semble prévaloir aujourd'hui; malgré la longue opposition que lui a montrée ce grand chimiste, feu M. Berthollet; cependant l'opinion contraire a encore des défenseurs, et M. Longchamp a essayé de l'appuyer par de nouveaux arguments.

Il les cherche dans l'analyse de l'acide phosphorique, et de ses sels, genres de substances qui offrent de grandes difficultés, puisque deux chimistes aussi célèbres que MM. Davy

et Berzélius, sont arrivés, à leur sujet, à des résultats très-différents.

Il a d'abord acidifié le phosphore par l'acide nitrique, et saturé l'acide phosphorique par la chaux caustique. L'augmentation de poids de cette dernière substance lui fait connaître la quantité d'acide phosphorique correspondante au phosphore employé, et par conséquent la quantité d'oxigène qui entre dans l'acide phosphorique ; mais ce procédé donne des résultats fort discordants. Les écarts sont moins considérables quand on emploie l'oxide de cuivre au lieu de la chaux.

Quant aux phosphates, l'auteur commence par déterminer la quantité d'acide que contient le phosphate d'ammoniaque cristallisé, en le calcinant avec un excès de carbonate de chaux; calculant ensuite les proportions des phosphates qui se forment quand on calcine avec celui d'ammoniaque les différents sels, à base de baryte, de soude ou de chaux, il en déduit la quantité d'acide phosphorique que prennent les divers alcalis, et il arrive pour chaque base à des proportions très-variables et peu d'accord avec la théorie des combinaisons fixes et à proportions simples. La même conclusion se déduit, selon lui, des opérations dans lesquelles on décompose les sels solubles de chaux et de baryte par le phosphate de soude cristallisé; mais les commissaires de l'Académie ont fait observer que dans ces sels liquéfiés par la chaleur, il manque la circonstance la plus essentielle pour produire des proportions fixes, la cristallisation; le terme où s'arrête la décomposition varierait probablement encore avec la température.

Nous avons parlé dans le temps des belles découvertes de l'iode et du cyanogène : deux substances dont l'une est jusqu'à présent indécomposable, et se distingue éminemment par la couleur violette de sa vapeur ; et dont l'autre, formée d'une combinaison de carbone et d'azote, donne, en s'unissant à l'hydrogène, le principe colorant du bleu de Prusse. Ces substances peuvent s'unir quand on les présente l'une à l'autre à l'état de gaz naissant, ce qui arrive quand on chauffe un mélange de deux parties de cyanure de mercure et d'une partie d'iode ; il se produit alors du prot-iodure de mercure et du cyanure d'iode. Cette dernière combinaison, qui est très-volatile, s'élève sous la forme d'une fumée épaisse, et se condense en aiguilles extrêmement légères. Elle a une odeur très-piquante, une saveur des plus caustiques, mais ne participe en rien des caractères des acides ni des alcalis. Elle se dissout dans l'eau et dans l'alcohol, mais n'éprouve aucune action du chlore, ni de l'acide sulfureux, quand ils sont à l'état sec. Au contraire, l'acide sulfureux liquide et les alcalis l'attaquent, et il en résulte divers composés.

M. Serullas, qui a, le premier, produit et étudié cette combinaison remarquable, n'a pu encore en déterminer les proportions que d'une manière approximative ; il y trouve 82, 8 sur 100 d'iode, et 17, 2 de cyanogène.

Les accusations d'empoisonnement, dont les tribunaux ont retenti l'année dernière, ont tourné les efforts de plusieurs chimistes vers la recherche des marques auxquelles on peut reconnaître dans les intestins la présence de quelques-uns des poisons nouvellement découverts. Si malheureusement les progrès des sciences fournissent quelquefois au

crime des instruments nouveaux, ils donnent, en général, aussi les moyens d'en prévenir les effets, ou du moins ceux d'en apprécier les causes et d'assurer la punition des criminels.

C'est avec l'intention de remplir cette espèce de devoir, imposé en quelque sorte aux chimistes par leurs propres découvertes, que M. Lassaigne a cherché à saisir dans une masse alimentaire les moindres traces de morphine, ou d'acide hydro-cyanique.

Pour la morphine, il traite les matières qui la contiennent par l'alcohol; après que l'alcohol a dissous ce qu'il peut dissoudre, il l'évapore et traite le résidu par l'eau pure; il laisse évaporer cette eau spontanément, et, si elle recèle de l'acétate de morphine, cette substance délétère se cristallise en prismes divergents, que l'on reconnaît à leur saveur amère, à leur décomposition par l'ammoniaque, au dégagement d'acide acétique qu'y produit l'acide sulfurique, enfin, à la couleur rouge orangée qu'y fait naître le contact de l'acide nitrique.

Quand c'est dans un corps solide que l'on soupçonne la présence du poison, il faut le faire bouillir dans l'eau, et opérer sur la décoction comme il vient d'être dit.

Si la matière était alcaline, il faudrait ajouter à l'eau et à l'alcohol une petite quantité d'acide acétique, pour rétablir l'acétate de morphine qui aurait pu être décomposée.

M. Lassaigne a retrouvé, par ce procédé, cette substance vénéneuse dans les vomissements, dans l'estomac, et dans les intestins d'animaux morts après en avoir pris seulement 12 et 18 grains. Les matières vomies en contiennent des quantités considérables, mais il ne paraît point qu'il en passe dans le sang, et on n'en a plus retrouvé de traces

dans celui des chiens et des chevaux, dans les veines desquels on en avait injecté, et qui avaient survécu à l'opération; en sorte que dans les cas où l'animal résiste à l'action du poison, la morphine se décompose ou est expulsée de quelque manière.

Pour mettre encore plus de précision dans ses procédés, et craignant que quelque matière animale, dont on n'aurait pu entièrement débarrasser la morphine, ne contribuât à la couleur orangée qu'y produit l'acide nitrique, il est parvenu à supprimer cette cause d'incertitude, en versant dans la solution aqueuse de l'extrait alcoholique de sous-acétate de plomb, qui précipite les matières animales, mais non l'acétate de morphine.

M. Dublanc, pharmacien, à Paris, a trouvé un procédé très-utile, pour reconnaître les plus faibles traces de morphine, quand c'est dans de l'eau pure que cet alcali ou quelqu'un de ses sels est en dissolution; mais qui n'a pas le même avantage lorsqu'elle est mêlée à des matières animales, comme elle l'est toujours dans les intestins. Ce moyen est fondé sur l'indissolubilité de la combinaison que la morphine forme avec le tannin. Une dissolution d'acétate de morphine, qui en contient seulement un quinze-millième, est sensiblement troublée par l'infusion alcoholique de noix de galle saturée à froid. L'auteur croyait pouvoir distinguer les tannates de morphine de ceux des matières animales, parce que les premiers seraient plus solubles dans l'alcohol; mais, à l'expérience, cette propriété ne s'est pas trouvée leur être aussi exclusivement propre qu'il le croyait; en sorte que son moyen pourrait conduire à des erreurs funestes pour des accusés innocents.

L'acide hydro-cyanique ou prussique, délétère à si petite dose, et que des scélérats savaient employer bien long-temps avant que les chimistes en eussent constaté la nature, était plus difficile à reconnaître que la morphine. Cependant M. Lassaigne est parvenu aussi à en saisir de bien faibles traces.

Cet acide a la propriété, lorsqu'on verse du persulfate de fer dans sa dissolution saturée de potasse, de produire une belle couleur bleue, qui, lorsque la proportion de l'acide hydro-cyanique est très-faible, ne se montre qu'après quelques heures; ce qui donnerait déja la possibilité de le découvrir dans un liquide où il n'y en aurait qu'un dix-millième; mais une autre de ses propriétés permet d'arriver encore à une précision double, et d'en saisir jusqu'à un vingt-millième. C'est celle que lui a découverte M. Vauquelin, de former avec le deutoxide de cuivre hydraté, un composé jaunâtre qui devient blanc par l'addition de l'eau chaude et qui est parfaitement insoluble dans ce liquide.

Pour appliquer cette propriété à la solution du problème, on alcalise légèrement par la potasse le liquide qu'on éprouve; on y verse quelques gouttes de sulfate de cuivre, et ensuite assez d'acide hydro-chlorique (muriatique), pour redissoudre l'excès d'oxide de cuivre précipité par l'alcali. Si le liquide contient de l'acide hydro-cyanique, il prend un aspect laiteux qui disparaît souvent au bout de quelques heures.

Ainsi les signes de poison que donne le sulfate de fer disparaissent avec le temps, et le temps développe ceux que fournit le sulfate de cuivre; en conséquence, il sera toujours avantageux d'employer comparativement les deux méthodes.

M. Lassaigne, par leur moyen, a retrouvé l'acide dans les

intestins d'animaux qui en étaient morts depuis dix-huit et même quarante-huit heures; mais les autres organes, le cerveau, la moelle épinière, le cœur, malgré l'odeur qu'ils répandaient, n'en offraient aucune trace.

On sait, en effet, que les corps empoisonnés par l'acide hydro-cyanique, surtout leur cerveau et leur moelle épinière, répandent une odeur d'amandes amères, et que cette odeur peut mettre sur la voie de ce genre d'empoisonnement. Mais ce premier indice ne suffit point, car M. Itard a observé que dans certaines maladies inflammatoires, il se développe une odeur semblable.

Il s'agira d'examiner si, dans ces circonstances, c'est de l'acide hydro-cyanique qui se produit par l'effet même de la maladie; alors les moyens d'en reconnaître la présence, loin de servir la justice, ne pourraient que l'égarer en lui signalant le crime, lorsque la nature seule aurait agi.

Quand on traite par l'acide nitrique ou par l'alcohol les substances organiques où il entre de l'azote, ou même quand on les laisse dans la terre humide ou sous l'eau, on en obtient une matière grasse, et c'est une question assez importante de savoir si cette matière y préexistait, ou si elle est produite par les opérations auxquelles on les soumet.

M. Chevreul, que son grand travail sur les matières grasses, en général, conduisait naturellement à désirer une solution de cette question, a fait de nombreuses expériences dans l'espoir de se la procurer. En soumettant des parties égales de tendons d'un animal à l'action de l'alcohol, à celle de l'acide nitrique, ou à celle de l'acide hydro-chlorique, il en a obtenu des quantités égales d'une graisse semblable à celle de

l'animal auquel les tendons avaient appartenu ; en les exposant sous l'eau pendant un an, on en retire de l'adipocire formée d'acide margarique et oléique, en quantité correspondante à la proportion de graisse que fournissent l'alcohol et les acides; enfin, en les dissolvant par la potasse, la liqueur dépose des submargarates de potasse, comme si l'on y avait dissous de la graisse.

Le tissu jaune élastique, qui forme certains ligaments, a offert les mêmes phénomènes, si ce n'est que la proportion de la graisse y est plus abondante.

La fibrine du sang donne aussi une matière grasse, mais d'une autre nature, formant avec de l'eau une sorte d'émulsion, et, ce qui est très-remarquable, présentant les mêmes caractères, les mêmes propriétés que celle qu'on extrait du cerveau et des nerfs.

De ces expériences, M. Chevreul conclut que les matières grasses font partie constituante des substances d'où on les extrait.

Les enfants nouveau-nés sont sujets à une maladie presque toujours fatale à ceux qu'elle atteint, et qui consiste en une induration et une coloration en jaune de la peau. Lorsqu'on incise la peau des enfants morts de cette maladie, il s'en écoule un liquide, que M. Chevreul a trouvé formé d'albumine, d'un principe colorant orangé, et d'un autre principe colorant vert; et examinant le sérum de leur sang, il y a reconnu une composition chimique semblable. L'un ou l'autre de ces liquides, abandonné à lui-même, se prend en partie en une gelée membraneuse, et les principes colorants demeurent dans les portions qui restent liquides. C'est à cette

disposition du sérum du sang à se coaguler que M. Chevreul attribue la cause directe de la maladie.

M. Payen, qui avait présenté l'année dernière à l'Académie une analyse des racines de dahlia, s'est occupé plus récemment de celle du topinambour. Il y a trouvé une huile analogue à celle de l'artichaut, et qui contribue à la ressemblance de la saveur de ces deux végétaux; elle ressemble encore plus à celle de l'orge, et se compose de deux principes gras, dont l'un forme un savon soluble avec la potasse, et l'autre un savon presque insoluble. Ces tubercules contiennent de plus une huile volatile; le principe nommé dahline, qui se dissout dans l'eau bouillante et se précipite par le refroidissement en une matière grenue qui forme avec les acides sulfurique et phosphorique un sirop très-sucré; la *fongine*, sorte de substance ligneuse signalée dans les champignons par M. Braconnot; une matière gélatineuse; un sucre non cristallisable, mais qui fermente aisément et fournit de l'eau-de-vie analogue à celle de grain; enfin l'acide gallique, auquel probablement le topinambour doit, comme l'artichaut, la propriété de bleuir à l'air quand il est cuit.

Selon M. Payen, la quantité de matière sucrée ferait le cinquième du tubercule, bien que la saveur en soit beaucoup moins douce que celle de la betterave ou de la canne. Si cette assertion se vérifie, le topinambour serait le végétal qui donnerait le plus d'eau-de-vie, propriété de nature à attirer l'attention des cultivateurs, d'autant que sa tige a aussi l'avantage de donner beaucoup de potasse et que sa feuille nourrit bien les moutons.

On emploie avec avantage le charbon pour décolorer les

sirops et d'autres solutions que l'on veut rendre plus limpides; et les substances charbonneuses minérales, telles que les ampelites, les schistes bitumineux, jouissent de ce pouvoir dans la proportion du charbon qu'elles contiennent: mais M. Payen, ayant essayé, à cet égard, certains charbons fossiles mêlés de pyrites, trouvés dans la plaine de Grenelle, s'aperçut que les sirops en étaient brunis au lieu d'en être décolorés; ce ne fut qu'après avoir été traités par un grand excès d'acide hydro-chlorique et par l'eau bouillante, que le résidu calciné reprit ses propriétés naturelles. M. Payen cherche la cause de cette différence dans le proto-sulfure formé par la calcination de la pyrite, et que l'on enlève par l'acide hydro-chlorique.

On a beaucoup parlé, pendant quelque temps, de certains grès trouvés dans la forêt de Fontainebleau, et qui offraient une ressemblance extérieure, mais assez grossière, avec un corps humain et une tête de cheval, encore revêtus de leur chair et non réduits en squelette comme le sont toujours les restes fossiles ou pétrifiés d'animaux; et l'on avait annoncé que l'analyse chimique confirmait la supposition que c'étaient en effet des corps qui avaient eu vie.

MM. Vauquelin et Thénard se sont donné la peine de répéter cette analyse sur des fragments pris de divers points de ces pierres figurées; ils n'ont trouvé de phosphate de chaux que dans le fragment pris à la partie que l'on considérait comme une main, et sa proportion n'était que d'un ou de deux centièmes; le reste de la masse n'était formé que de grès, mais donnait à la distillation quelque peu de produits acides et ammoniacaux, qui ne paraissent venir que

des matières dont la surface était enduite. Les parties du rocher qui entouraient ces concrétions donnaient les mêmes produits. Quelques personnes ont conjecturé que cette portion minime de phosphate de chaux trouvée dans un seul point pouvait venir de ce que des abeilles maçonnes avaient fait leur nid dans cette partie.

Une des applications les plus utiles que l'on ait faites, dans ces derniers temps, des connaissances chimiques à l'économie publique et domestique, est bien celle de l'éclairage par le gaz hydrogène, retiré de la distillation de la houille ou de l'huile; mais quelques explosions arrivées dans des endroits fermés où il s'était introduit de ce gaz, et où il s'était mêlé à l'air atmosphérique dans la proportion nécessaire à la détonation, avaient inspiré des craintes contre lesquelles il convenait de rassurer le public, et qu'il importait surtout d'empêcher de se réaliser. L'Académie a été chargée de s'occuper d'un objet aussi intéressant, et c'est d'après le rapport qu'elle a soumis au gouvernement qu'a été rendue l'ordonnance royale, qui fixe les précautions à suivre dans la disposition des ateliers où l'on produit le gaz et où on le débarrasse des principes qui nuiraient à son emploi, des réservoirs où on l'emmagasine, et des tuyaux par lesquels on le conduit aux différents points où il doit être consommé.

On est parti, dans ce travail, du fait que le gaz hydrogène seul peut bien brûler comme toute autre substance combustible, mais non pas détoner; et que, pour qu'il puisse s'y faire une explosion, il est nécessaire qu'il soit mêlé d'air atmosphérique dans une proportion au moins quadruple de la sienne, mais qui ne soit pas plus que dodécuple.

Il est physiquement impossible, à moins que tous les employés d'une usine ne conspirent pour un pareil forfait, que cette proportion se réalise dans le réservoir, et ce n'est que dans les lieux où aboutissent les conduits, et où s'ouvrent les robinets qu'elle pourrait avoir lieu; mais dans ces endroits mêmes il faudrait qu'il n'y eût aucune ouverture, aucun courant d'air, pour qu'il pût s'y accumuler une quantité de ce mélange détonant, suffisante pour produire des effets considérables.

Nous n'entrerons pas dans le détail des précautions prescrites, relativement aux autres parties de l'opération, attendu qu'elles sont suffisamment connues du public par l'ordonnance qui les concerne.

Il se forme sur l'eau minérale de Vichy une matière verte dont M. Vauquelin a cherché à reconnaître la nature. Étendue sur le papier, elle devient bleue à l'air : l'alcali caustique fait disparaître sa couleur; mais l'acide nitrique affaibli la restitue, et après quelque temps la change en rose. Il précipite de sa dissolution alcaline des flocons verts, qu'un léger excès d'acide rend bleus, et qui se comportent à peu près comme l'alumine. Le chlore et l'acide nitrique concentré changent le vert en jaune. Il se produit dans cette matière de l'acide acétique et des acétates de soude et de potasse. Tous ses éléments sont si compliqués et leur nature est tellement fugace, que ce serait une vaine tentative que de vouloir en imiter la combinaison : aussi M. Vauquelin est-il bien éloigné d'accorder ce que quelques chimistes prétendent, que l'art de fabriquer les eaux minérales est devenu un émule parfait de la nature.

MINÉRALOGIE ET GÉOLOGIE.

M. Lechenault de la Tour avait recueilli aux Indes quelques minéraux dont les caractères extérieurs n'étaient pas assez évidents pour que l'on pût assigner leurs genres et leurs espèces. M. Laugier en a fait l'analyse. Le premier, venu de Bombay, nommé bombite par M. de Bournon, composé de silice avec protoxide de fer, alumine, magnésie, chaux en petite quantité, charbon et trace de soufre, a été reconnu pour une vraie pierre de touche. Le second, originaire de Ceylan, qui ne s'est fondu qu'avec 1200 parties de potasse et en quatre traitements, se compose de 65 parties d'alumine, 16 ½ d'oxide de fer, 13 de magnésie, 2 de silice, 3 de chaux, et une trace de manganèse. C'est à peu près l'analyse de la ceylanite, telle que l'avait faite feu Collet Descoltils; et par conséquent cette pierre, comme la ceylanite, est un spinelle.

Le troisième, venu aussi de Ceylan, est le plus remarquable par sa composition compliquée et la réunion de deux métaux rares. Il est d'un brun noirâtre à cassure vitreuse, se boursouffle au feu, est attaqué par les acides et par les alcalis, et a donné à l'analyse 36 parties d'oxide de cerium, 19 d'oxide de fer, 8 d'oxide de titane, 8 de chaux, 6 d'alumine, 1, 2 d'oxide de manganèse et 11 d'eau. Néanmoins il a semblé n'avoir perdu qu'un 10e de son poids. Mais c'est que le cerium qui n'était qu'à l'état de protoxide, en s'oxidant plus complètement, a compensé par son augmentation de poids l'eau qui s'était perdue.

On peut le regarder comme une variété de *cérite titanifère*.

C'est principalement par l'étude scrupuleuse de la superposition et des rapports des terrains dans les cantons particuliers, que la géologie s'est perfectionnée dans ces derniers temps, et qu'elle peut espérer de procurer un caractère de démonstration à ses lois générales. L'exemple heureux donné par quelques recherches de ce genre est aujourd'hui apprécié et suivi dans toute l'Europe.

M. de Bonnard, ingénieur au corps royal des mines, a présenté à l'Académie un ouvrage qui contient l'examen le plus approfondi d'une contrée de la France très-remarquable par le contact presque immédiat où des calcaires d'une formation très-secondaire, les oolithes du Jura, s'y trouvent avec le granite, le plus ancien des terrains primitifs connus. Ce sont les environs d'Avalon en Bourgogne. A la surface des parties élevées se montre un calcaire compacte qui paraît être le même que celui qui sert à la lithographie. Au-dessous est l'oolithe avec les coquilles qu'il contient d'ordinaire, et les marnes blanches qui l'accompagnent toujours; puis un calcaire entièrement composé d'entroques ou tiges d'encrinites, que suivent des lits de calcaire marneux remplis d'ammonites et de l'espèce de gryphite nommée *gryphæa cymbium*. A celui-là succède le vrai calcaire à gryphées, caractérisé par l'abondance du *gryphæa cymbium*. Il se trouve dans la même position en Angleterre, en Normandie, dans le midi de la France, en Allemagne, et surtout dans la longue chaîne du Jura. Ici, comme partout, il repose sur un autre calcaire plus fin, plus gris, moins marneux, qui comprend le terrain nommé aux environs de Gœttingue *Muschel-kalk* et le *calcaire alpin* dit en Allemagne *Zechstein*. Jusqu'à cette profondeur l'analogie se soutient, et les bancs sont dans l'ordre

généralement reconnu; mais en pénétrant plus bas, on ne découvre point le grès à pierres de tailles, ou *quader-sand-stein* des Allemands, ni un autre calcaire coquillier qui est ordinairement sous ce grès, ou du moins l'un et l'autre ne sont représentés que très-imparfaitement. Une plus grande différence encore, c'est qu'entre les roches calcaires et le granite on ne trouve, en bancs distincts, qu'une roche arénacée composée de grains de quartz et de feldspath, mêlés de calcaire, de baryte, de galène, roche que M. de Bonnard rapporte aux psammites.

Il manque donc dans cette partie de la Bourgogne beaucoup de formations, et toutefois il en reste des vestiges, que M. de Bonnard est parvenu, à force d'observations et de sagacité, à saisir et à faire connaître. Leurs parties constituantes y existent, mais dans un mélange presque complet, au lieu d'y être comme ailleurs en bancs distincts et superposés les uns aux autres; les mêmes parties métalliques, les mêmes débris organiques qui sont d'ordinaire enveloppés par ces couches manquantes, se rencontrent dans les parties inférieures du psammite.

M. Palassou, qui a passé sa longue vie à observer les Pyrénées, et à qui l'on devait déja sur ces montagnes trois volumes pleins de faits importants pour la géologie, vient d'en publier un quatrième, où il a rassemblé, comme en un dernier faisceau, différents détails qui lui avaient échappé jusque-là. Il y décrit la bande calcaire qui se prolonge au pied des Pyrénées, depuis l'Océan jusqu'à la Méditerranée; il y fixe la position et la hauteur d'un assez grand nombre de pics, y décrit, d'après l'abbé Pounel, divers volcans éteints

de la Catalogne, et y présente un tableau des innombrables défrichements faits dans ces contrées depuis des époques connues, sans vouloir en conclure, comme tant de personnes paraissent disposées à le faire, qu'ils ont eu une influence sensible sur les variations de l'atmosphère.

M. Palassou parle aussi d'une famille anciennement établie à Visos, et dont la taille était d'une grandeur démesurée au point qu'on répugnait dans ce pays à s'allier avec elle, et que les individus qui mouraient n'étaient point placés dans le cimetière commun. On les nommait les *proussons:* le dernier est mort en 1777; il n'avait que 6 pieds; mais on prétend que l'on a déterré, dans les tombeaux de ses ancêtres, des tibia de 20 à 24 pouces.

La seconde partie du cinquième tome qui termine l'ouvrage de M. Cuvier, sur les ossements fossiles, a paru cette année, et l'auteur, avant de la livrer au public, en a soumis plusieurs chapitres à l'Académie; il lui a présenté surtout des échantillons nombreux et considérables de deux genres extraordinaires de reptiles, découverts dans les falaises de l'Angleterre, et décrits par les géologistes anglais, mais dont on a trouvé aussi quelques échantillons en France et en Allemagne. L'un des deux a été appelé Ichtyo-saurus. Il réunit à un corps de lézard une grande tête assez semblable à celle d'un crocodile du Gange, et quatre pates courtes et comprimées, qui rappellent les nageoires des cétacées; on en a déja recueilli les os de cinq ou six espèces, dont les tailles varient depuis 3 pieds jusqu'à 25.

L'autre a été nommé *plesiosaurus;* il a aussi la forme d'un lézard, et des pates en forme de nageoires; mais sa tête est

petite, et, ce dont on ne connaît pas d'autre exemple, portée sur un cou mince presque aussi long que le corps, et composé de trente et quelques vertèbres, nombre supérieur même à celui des vertèbres du cou du cygne.

Ces animaux, que l'on ne peut comparer, même de loin, à rien de ce que nous connaissons aujourd'hui à l'état de vie, sont incrustés dans des bancs d'un ordre de terrains fort ancien, qui fait partie de ceux que l'on a nommés calcaires du Jura.

L'ouvrage de M. Cuvier contient l'histoire de plusieurs autres reptiles de ces mêmes terrains, tous remarquables par leur taille, ou par quelques caractères singuliers; quelques-uns, par exemple, volaient probablement comme le dragon, mais au moyen d'un de leurs doigts très-prolongé qui devait soutenir une membrane. Leurs os n'y sont point accompagnés d'ossements de quadrupèdes vivipares; en sorte qu'à l'époque de la formation de ces terrains, la classe des reptiles devait être infiniment plus nombreuse et plus puissante qu'aujourd'hui, tandis que celle des quadrupèdes vivipares ou mammifères, si elle existait, était réduite à quelques petites espèces fort peu multipliées.

Dans les longues recherches sur lesquelles M. Cuvier a fondé son ouvrage, il ne lui est jamais arrivé de trouver d'ossements fossiles de singes, ni d'aucuns quadrumanes; mais, tout nouvellement, M. le comte de Bournon, minéralogiste, célèbre par ses ouvrages et par la belle collection qui en a fourni les bases, lui a fait connaître une vraie chauve-souris, dans la pierre à plâtre de Montmartre.

M. de Férussac a communiqué à l'Académie l'extrait d'un

travail, dont il s'occupe, sur la *géographie des mollusques*, et surtout des coquillages, animaux qui, par leur organisation, offrent des faits plus concluants pour la détermination des lois qui ont présidé à la distribution de la vie sur le globe, qu'aucuns de ceux des autres classes.

Il résulte des faits les plus généraux de leur répartition, tels que M. de Férussac les énonce, qu'on peut reconnaître à la surface de la terre, des centres ou des bassins de productions, semblables, équivalentes, ou différentes suivant les lieux. L'animalisation lui paraît n'avoir dépendu pour les formes que de certaines conditions relatives à la nature du sol, à son plus ou moins d'élévation, à l'état de l'air et des eaux, de telle sorte que certains genres et même certaines espèces se reproduisaient à de grandes distances et jusque sur des continents opposés, d'après l'influence des localités et sans qu'on ait lieu de soupçonner qu'elles y soient arrivées par voie de diffusion, en partant d'un centre unique ou de plusieurs centres de production distincte. Ces résultats lui semblent prouver que la loi générale de la répartition des espèces repose sur l'analogie des *stations*, c'est-à-dire des circonstances influentes dans lesquelles les espèces semblables ou équivalentes sont appelées à remplir un rôle analogue; ces deux termes, l'analogie de station et de destination, étant corrélatifs et dans une dépendance mutuelle.

L'examen de la répartition des espèces fossiles dans les différentes couches des diverses contrées fournit, selon M. de Férussac, des faits et des conclusions analogues touchant l'état ancien de la vie sur le globe, et conduit l'auteur à des hypothèses différentes à plusieurs égards de celles qui ont prévalu avant lui en géologie. Il admet trois grandes époques pour

chaque partie de la surface terrestre : 1° l'époque antérieure à l'existence de la vie, époque commune, à la fois, à toute cette surface, et où l'empire de l'incandescence primitive ne permit pas à la vie de s'établir ; 2° celle où le sol était couvert par les eaux, mais où l'action du feu central avait encore beaucoup trop d'énergie pour permettre à la vie terrestre de se développer ; 3° l'époque où le sol fut libre. Entre ces deux dernières époques, M. de Férussac trouve souvent des résultats d'une époque intermédiaire, celle où la surface terrestre était encore en combat avec l'élément aqueux, et où les eaux tendaient à se mettre en équilibre ; c'est alors, dit-il, que l'on reconnaît dans les bassins, les vallées, des alternats et des mélanges de productions marines, fluviatiles ou terrestres, souvent recouvertes par des productions volcaniques. On sent, ajoute-t-il, qu'à ces diverses périodes géologiques, les conditions de la vie n'étaient pas les mêmes : à mesure que ces conditions changèrent, certaines espèces s'anéantirent, et d'autres les remplacèrent avec une nouvelle destination ; mais la continuation de certaines races dans les dépôts de diverses époques prouve, suivant l'auteur, que les changements eurent lieu d'une manière graduelle et pour chaque espèce, selon que les conditions d'existence furent plus ou moins étendues ou restreintes pour elle, circonstances qui règlent encore aujourd'hui, selon M. de Férussac, les limites de l'extension de celles qui peuplent la terre.

L'examen des faits lui paraît montrer que l'abaissement de la température à la surface terrestre, a refoulé la vie des contrées septentrionales vers le midi, et des hautes sommités vers les plaines ; de manière que l'analogie des stations entre les temps anciens et l'époque actuelle s'établit en rai-

son de l'abaissement des latitudes et du décroissement d'élévation au-dessus du sol, ce qui explique l'analogie de l'antique végétation et des races primitives de nos contrées avec celles des contrées équatoriales. M. de Férussac conclut de tous les faits qu'il a rapportés sur les espèces fossiles : 1.º que l'analogie de station et de destination, c'est-à-dire des conditions d'existence et du rôle à remplir, fut, à toutes les époques et comme aujourd'hui, la loi générale de la distribution des espèces sur le globe; 2º que les changements que la vie a éprouvés ont été graduels, qu'elle n'a point été renouvelée, que les races n'ont point été modifiées; mais qu'à mesure que les conditions d'existence changeaient et qu'il s'en formait de nouvelles, de nouvelles espèces ont remplacé celles qui n'avaient plus de rôle à remplir, et cela jusqu'à l'époque où, pour chaque partie de la surface successivement, l'équilibre entre les causes influentes a été établi. M. de Férussac avait déja proposé plusieurs de ces résultats, il y a quelques années, dans une suite de mémoires qu'il lut alors à l'Académie, et dont nous avons rendu compte; il est à croire cependant qu'il n'étend pas ses conclusions au-delà des classes d'êtres organisés sur lesquelles ses observations ont porté, car il serait difficile d'en faire l'application aux quadrupèdes vivipares, dont les débris osseux offrent souvent sur les mêmes points des restes d'animaux semblables à ceux qui vivent dans le nord, pêle-mêle avec d'autres dont les analogues paraissent aujourd'hui confinés dans la zone torride.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE ET BOTANIQUE.

M. Romain Féburier, de Versailles, connu par plusieurs recherches de physiologie végétale, a soumis à l'Académie un petit traité sur cette matière, destiné à éclairer les cultivateurs, qui a été imprimé, et où il combine les résultats des auteurs qui l'ont précédé avec ses propres expériences.

Il décrit la moelle comme un amas de cellules polyèdres, séparées par des cloisons toujours communes à deux d'entre elles. Dans certaines espèces, leur ensemble en se déchirant produit tantôt des espèces de cloisons transversales, tantôt un vide continu. Les filets vasculaires qu'on y voit quelquefois lui paraissent des vaisseaux détachés de l'étui médullaire. Cet étui enveloppe la moelle. Il est composé de plusieurs vaisseaux, tels que trachées, fausses trachées, tubes poreux et simples, entremêlés d'un peu de tissu cellulaire. Selon l'auteur, c'est la manière dont le fil élastique des trachées est enroulé, qui dans les plantes grimpantes détermine la direction selon laquelle elles s'entortillent autour des appuis. Il regarde l'étui médullaire comme la base de l'organisation de l'embryon, et croit que c'est lui qui détermine le genre et l'espèce du végétal. Chaque année ses vaisseaux s'allongent, et des faisceaux s'en séparent pour traverser l'écorce et produire les bourgeons, les feuilles et les boutons. Ces faisceaux fixent la position des gemmes et le nombre des angles saillants qui donnent la forme à la moelle. Des suites de cellules allongées s'étendent horizontalement en rayonnant du centre à la circonférence : c'est ce qu'on nomme les rayons médullaires. A mesure qu'il se forme de nouvelles couches

annuelles de bois qui grossissent le tronc, il se forme de nouveaux rayons qui se placent entre les autres sans atteindre jusqu'au centre. La dernière des couches du bois et la plus extérieure est l'*aubier;* il est enveloppé par l'écorce formée aussi par couches, mais dont la plus nouvelle et la plus intérieure se nomme *liber*. C'est à l'écorce qu'appartiennent les vaisseaux *propres*, ainsi nommés des sucs particuliers qu'ils contiennent et qui ont été primitivement élaborés par les feuilles. La partie superficielle du parenchyme prend à la lumière une couleur verte, qui l'a fait appeler *tissu herbacé*, et il est enveloppé d'un épiderme que M. Féburier ne croit pas simplement formé par la dernière et la plus extrême couche de ce parenchyme, comme le pensent la plupart des auteurs de physiologie végétale. Les racines ressemblent aux tiges et aux branches par leur organisation, mais leur position les empêche de devenir vertes; les dernières ramifications de leurs faisceaux de fibres, au lieu de se réunir pour former des feuilles, s'isolent et ne donnent que du chevelu. L'auteur n'adopte pas l'opinion presque générale, que les racines n'ont pas de moelle; seulement, dit-il, elle est plus mince. Certaines espèces produisent, indépendamment des racines, des filets garnis ou terminés par des tubercules remplis de substance amilacée ou mucilagineuse.

Les feuilles ne sont que l'épanouissement des filets médullaires à leur sortie du pétiole ; ces filets en composent les nervures, dont le réseau est rempli d'un parenchyme semblable à celui du tissu herbacé, et revêtu de même d'un épiderme. C'est de la distribution des nervures que dépend surtout la figure de la feuille.

Après deux ou trois mois d'existence, on s'aperçoit que

la feuille a dans ses principales nervures un plus grand nombre de fibres, et l'on parvient à séparer les fibres nouvelles des anciennes qui étaient venues de l'étui médullaire ; elles forment une couche analogue à celle du bois ; on peut les suivre jusqu'à la tige, et elles s'y continuent jusqu'aux racines ; c'est de la réunion de toutes ces nouvelles fibres que se forme l'aubier ou la couche ligneuse la plus nouvelle, celle qui bientôt se durcira et deviendra une couche de bois.

Le bourgeon est, comme le pétiole, une émanation de l'étui médullaire ; il en reçoit une production qui se distribue aux nouvelles feuilles comme avait fait le premier étui.

Le bourgeon à fleur ne diffère pas essentiellement du bourgeon à feuilles ; car, ainsi qu'on le sait depuis long-temps et surtout par les expériences de Linnæus, toutes les parties de la fleur ne sont que des feuilles transformées par un développement précoce ; elles peuvent toutes se changer les unes dans les autres ou même devenir des feuilles, et un bourgeon à bois peut devenir un bouton à fleur ou réciproquement. Aussi M. Féburier fait-il remarquer que toutes ces parties, calice, corolle, étamines, pistils, ont leurs filets médullaires, leur couche fibreuse, leur épiderme ; et par là il combat cette autre opinion de Linnæus, que le calice vient de l'écorce, la corolle du liber, les étamines du bois, et le pistil de la moelle.

D'après ces considérations, l'auteur regarde l'étui médullaire comme l'organe principal des végétaux, et si par la pensée on dépouillait un grand arbre de son écorce et de ses couches ligneuses, il ne resterait que l'étui médullaire augmenté en diamètre et ramifié au point de représenter le

squelette de cet arbre, jusqu'à ses dernières extrémités, à ses feuilles et à ses fruits.

M. Féburier assure avoir fait des expériences d'où il résulte, que les anthères sont électrisées positivement et que le pistil l'est négativement, et croit que c'est la raison pour laquelle le pollen des anthères est attiré par le stygmate.

M. Dupetit-Thouars a continué de son côté à entretenir l'Académie de ses recherches sur la physiologie végétale, et a traité spécialement de la composition des nervures principales des cotylédons, ainsi que de celle des racines de quelques plantes, surtout des *cucurbitacées*, composition qui lui paraît en relation directe avec sa théorie générale du développement des végétaux.

D'après cette théorie, telle que l'auteur l'exprime aujourd'hui, toutes les fibres qui se manifestent dans une feuille, sont continues jusqu'à l'extrémité d'une racine, en sorte que, partant d'un point reproductif, soit d'un bourgeon, soit d'une graine, elles ont été simultanément *montantes* et *descendantes*; que dans leur partie montante elles sont soumises à une loi d'association ou de *fasciculation*; que c'est dans les différentes modifications numériques des faisceaux qu'il faut chercher la source de toutes les différences qui caractérisent les groupes comme classes, genres et espèces.

Un des arguments qui lui paraissaient le plus propre à justifier cette assertion, c'était de voir que certains nombres sont beaucoup plus souvent employés que d'autres dans la structure des plantes.

C'est un auteur anglais, *Thomas Brown*, qui, dans un petit traité peu connu, cherchant à prouver que la nature

semble avoir plus de propension à employer le nombre *cinq* que tout autre, tirant ses principales preuves du règne végétal, annonça, en 1655, que dans le plus grand nombre des fleurs on trouve ce nombre *simple* ou *multiple* dans la distribution de leurs parties. Effectivement il appartient au moins aux 9/10[es] des plantes dicotylédones, tandis que le nombre trois ou ses multiples appartient peut-être aux 99/100[es] des monocotylédones. D'un autre côté, Brown faisait aussi remarquer que dans le plus grand nombre des plantes à feuilles alternes, celles-ci se trouvent disposées de manière à former autour de la tige une spirale tellement régulière, que la sixième revient constamment au-dessus de la première, et la onzième au-dessus de celle-là, en sorte qu'elles forment autour de la tige cinq séries régulières.

La première de ces observations paraissait être une des preuves les plus spécieuses de la proposition de M. Dupetit Thouars, que la fleur n'est qu'une transformation d'une feuille et du bourgeon qui en dépend. Effectivement, le nombre *cinq* se trouve évidemment dans les nervures palmaires d'un grand nombre de feuilles; de la vigne, par exemple. Rapprochez-en les deux bords et supposez-les soudés en cornet, vous avez une fleur à cinq divisions, par conséquent à cinq étamines, tandis que dans le marronnier d'Inde, qui a sept folioles, vous avez sept étamines. Ainsi, suivant l'auteur, la fleur n'aurait été composée que d'une seule feuille, tandis qu'il peut y en avoir plusieurs dans le fruit, ce qu'il faisait dépendre de leur arrangement primordial.

Cette théorie paraissait séduisante; mais M. Dupetit-Thouars ne dissimule pas que dans plus d'une occasion, l'observation lui a semblé contraire; et cependant il a été assez

heureux pour démêler, dans beaucoup de cas, la cause d'anomalies apparentes. C'est ainsi qu'il trouvait difficile de découvrir la source du nombre 2 et de ses puissances, comme 4, 8, etc., dans les fleurs, attendu que les nervures des feuilles doivent toujours être impaires. Pour lever cette difficulté, il eut recours à l'examen de trois plantes annuelles qu'il prit dès le moment de leur germination; de la *rave*, pour représenter les *crucifères*, du *grateron* pour les *rubiacées*, et du *lamium* pour les *labiées*. Il trouva, entre autres, que la nervure principale ou médiane est double dans ces plantes, que par conséquent le nombre total devient pair; et ce qui le satisfit beaucoup pour le moment, ce fut de trouver pareillement la nervure principale des cotylédons ou protophylles double; mais quelque temps après, ayant observé avec le même soin *l'helianthus communis* ou *soleil*, il trouva que dans ses cotylédons, la nervure médiane est pareillement double, quoique sa fleur soit à cinq divisions comme toutes celles des composées.

Il a même constaté que dans le plus grand nombre des dicotylédones, la nervure médiane des cotylédons est évidemment double : mais elle paraît simple dans les ombellifères, et l'auteur croit que c'est sa ténuité seule qui lui donne cette apparence, car il est porté à croire que même dans les plantes adultes elle est originairement double. Mais il remet à une autre occasion d'appuyer cette opinion par des preuves matérielles.

Il s'est contenté de donner comme résultat de l'examen de la germination des dicotylédones, que leur plantule est composée de deux plantes aussi complètes que possible, ayant un entre-feuille ou mérithalle et une feuille; que de

leur réunion résulte le bourgeon primordial ou la plumule; que c'est elle qui détermine les parties montantes ou *aériennes,* et qu'en même temps elle forme les racines qui partent de la base; mais on ne les reconnaît pour telles, que lorsqu'elles sont parvenues à l'abri de l'écorce au point où commence la partie enfouie. La différence entre les deux parties *aérienne* et *terrestre* viendrait de ce que dans la première, les fibres intégrantes seraient soumises à une sorte de fasciculation régulière, tandis que dans l'autre, elles tendraient à s'éparpiller irrégulièrement. Ainsi, les fibres ne présenteraient d'agrégation *fasciculaire* que par une sorte de contrainte qu'elles éprouveraient dans le corps de l'arbre, et il serait de leur essence de devenir simples dès que les circonstances le leur permettraient. Du moins M. Dupetit-Thouars était porté à le croire, lorsqu'un exemple remarquable est venu lui apporter de nouvelles lumières sur ce sujet. Ce sont les *cucurbitacées* qui les lui ont procurées : il a reconnu que dans le plus grand nombre de ces plantes, le corps intérieur ou ligneux de la racine est composé de quatre faisceaux intégrants, formant un cylindre qui se divise sans effort en quatre quartiers. C'est de leur suture que partent les nouvelles racines ou les *secondaires.* On voit facilement que de chacun des deux qui se trouvent contigus il sort deux faisceaux pour former ces racines. Il faut remarquer que, par suite du développement de la plumule, la tigelle des *cucurbitacées* devient pentagonale, étant composée de cinq faisceaux; que c'est par conséquent de ce nombre cinq que se compose celui de quatre qui appartient aux racines.

Dans le *momordica elaterium*, la racine forme une sorte de

navet plus renflé que la tigelle. Par l'examen seul de son extérieur, on voit qu'elle présente quatre lobes arrondis ; si on la coupe en travers, on découvre au centre un noyau ou une sorte de mèche quadrangulaire, entourée de quatre lobes distincts qui paraissent s'y être rajoutés. La bryone présente aussi quelque chose de particulier, mais l'auteur n'a pu encore remonter à la source de ces apparences par le moyen de leur germination ; il n'a pu satisfaire pleinement au désir qu'il avait de s'assurer si dans les autres familles il ne se trouve pas quelque chose d'analogue dans la structure de leurs racines ; il a seulement reconnu qu'elles ont au moins beaucoup de propension à se séparer longitudinalement en deux portions égales. Cela se remarque entre autres dans la bourrache, la rave, le haricot, et toujours c'est des sutures qui s'y trouvent que sortent les racines souvent en séries très-rapprochées, notamment dans le haricot. Il est porté à croire que cette séparation ou suture provient de la disposition binaire des cotylédons. Ces deux genres d'observations prennent un plus grand degré d'intérêt par la nouvelle relation qu'elles tendent à établir entre les deux parties qu'elles concernent, les cotylédons et les racines.

Les grands ouvrages de botanique, dont nous avons successivement annoncé les livraisons, se continuent avec la même assiduité et les mêmes soins.

Toujours infatigables dans un travail d'une immense étendue, MM. de Humboldt et Kunth ont porté à trente-un fascicules leurs *Nova genera et species Plantarum æquinoctialium*, et ils ont fait paraître le tome troisième de leur *Synopsis Plantarum æquinoctialium orbis novi.* M. Kunth, en

particulier, a exposé dans un ouvrage spécial, les caractères des genres de la famille des térébinthacées.

M. Delessert a publié le second volume de ses *Icones selectæ.*

M. Auguste de Saint-Hilaire a donné quatre cahiers de ses *Plantes usuelles des Brasiliens*, et quatre de son *Histoire des plantes les plus remarquables du Brésil et du Paraguay.*

La première partie du *Sertum austro-caledonicum*, de M. de la Billardière, a été imprimée.

M. Paulet, ce respectable vieillard, qui a consacré sa vie à la botanique utile, a donné la seizième et dix-huitième livraison de ses *Champignons.* Il a aussi fait imprimer sa *Flore de Virgile,* dont nous avons parlé l'année dernière.

Le nombre des espèces nouvelles que ces ouvrages font connaître, celui des genres que les auteurs établissent, sont tels, que leur simple catalogue excéderait les bornes d'une analyse comme la nôtre; c'est à peine s'il nous sera possible d'indiquer les remarques générales que ces savants observateurs présentent, relativement aux caractères et aux limites des familles, quelque intéressantes qu'elles soient pour la science de la botanique.

En examinant cette modification d'organe qu'on a appelée *gynobase,* M. Auguste de Saint-Hilaire avait discuté les rapports des *ochnacées,* des *simaroubées,* et des *rutacées.* Pendant qu'il rédigeait son Mémoire, quelques savants étrangers se sont aussi occupés de cette dernière famille, et ont cru pouvoir la diviser en différents groupes. M. de Saint-Hilaire examine leur travail; il établit quelques lois carpologiques très-importantes; il passe en revue les différents

genres compris dans la famille des *rutacées ;* et après avoir donné une analyse très-détaillée de leur ovaire et de leur semence, il prouve que ces genres se nuancent entre eux d'une manière trop insensible pour pouvoir être séparés. Il démontre qu'on ne peut pas même éloigner des autres *rutacées,* les espèces à fleurs irrégulières, qui étaient peu connues avant ses voyages, et il conclut qu'il faut laisser subsister la famille des *rutacées,* telle qu'elle a été formée par M. de Jussieu.

Dans un Mémoire, que M. Auguste de Saint-Hilaire avait lu plus anciennement à l'Académie, il avait discuté les rapports des plantes qui forment aujourd'hui les quatre familles des *drocéracées,* des *violacées,* des *cistées,* et des *frankeniées,* et il avait montré que ces familles composent un vaste groupe de plantes à jamais inséparables. Son tableau monographique des plantes du Brésil qui appartiennent à ce groupe, présente l'application des principes qu'il avait établis dans le Mémoire qui vient d'être rappelé. Il passe chaque genre en revue; il examine l'organisation des plantes qui y appartiennent; il discute leurs caractères et leurs affinités; il les considère sous le rapport géographique, et donne une description complète des espèces.

Dans un travail particulier sur les genres *sauvagesia* et *lauredia*, M. de Saint-Hilaire fait connaître des faits qui, s'ils viennent à être constatés, apporteront quelques modifications à des règles que l'on croyait générales.

On ne pensait pas qu'aucune plante dicotylédone fût commune aux deux mondes. L'auteur n'a trouvé aucune diffé-

rence entre des individus de *sauvagesia erecta,* cueillis dans presque toutes les parties chaudes de l'Amérique, et ceux que l'on a reçus de Guinée et de Madagascar, et cependant il ne croit pas qu'une plante peu remarquable, qui n'est d'aucun usage, et dont les graines ne sont ni ailées ni accrochantes, ait pu être transportée par les hommes, ni volontairement ni accidentellement.

C'est surtout lorsqu'on s'attache à l'étude spéciale de quelque famille de corps organisés, et particulièrement des plus petits, que l'on parvient à se faire une idée de l'inimaginable richesse de la nature, et du nombre incalculable des espèces qu'elle a produites.

Les *conferves,* ces êtres aquatiques d'une nature ambiguë qui semblent ne consister qu'en filets membraneux et articulés, remplis de grains verdâtres, lorsqu'elles ont été examinées en détail par les botanistes modernes, ont offert tant de différences dans les formes de leurs articulations, dans la manière dont elles s'unissent, dans celle dont leurs filaments se groupent, et dans une multitude d'autres circonstances, que d'un genre seul, où Linnæus les avait classées, on a été obligé de former une famille entière qui contient déja plus de cinquante genres, et qui en voit établir chaque jour de nouveaux. C'est ce qui arrive aussi pour les lichens, ainsi que nous l'avons dit l'année dernière, en parlant du travail de M. Delise, botaniste, demeurant à Vire, et de celui de M. Fée, pharmacien de Paris.

Les conferves font aujourd'hui l'objet d'une étude assidue de la part de M. Bonnemaison, qui, demeurant à Quimper, est placé de manière à observer avec une égale facilité celles

de mer et celles d'eau douce. Il a déja présenté à l'Académie le commencement de son travail. Selon lui, les conferves forment une classe entière qu'il nomme *hydrophytes loculés*. Dans ce premier chapitre il ne traite que d'une de leurs familles, celle qu'il nomme *épidermées*, et qu'il divise en genres nombreux dont quatre sont établis par lui, et fondés sur ses observations, ou démembrés de ceux de ses prédécesseurs.

Chacun a entendu parler du *manioc* (Jatropha maniot l.), de cet arbuste dont les racines, après qu'on en a extrait un suc vénéneux, donnent une fécule nourrissante et salubre nommée *cassave*, qui est le principal aliment des peuples de la partie chaude de l'Amérique, et des nègres, qui y remplissent les colonies européennes. Raynal a cru qu'il était originaire d'Afrique, et qu'il avait été transporté aux Antilles avec les nègres, auxquels il devait servir de nourriture. « Les « sauvages, dit-il, qui offrirent à nos premiers navigateurs « des bananes, des ignames, des patates, ne leur présentèrent « point de manioc. » M. Moreau de Jonnès a prouvé au contraire, par des témoignages contemporains, qu'ils ne présentèrent point de bananes, mais bien une racine qui, sous le nom de *iuca*, ne différait point du manioc; et sa fécule, nommée *cassabi* ou *cassave* comme aujourd'hui : ce sont les Portugais qui ont porté le manioc en Afrique avec le *maïs*. M. de Jonnès a recherché avec beaucoup de soin l'origine primitive et l'histoire des irradiations de cet utile végétal. Colomb, Drake, Newport, l'ont trouvé, dès les xve et xvie siècles, chez les sauvages des diverses Antilles. Améric Vespuce l'a vu servir de nourriture ordinaire à la Guiane; Barti-

das, dans la province de Sainte-Marthe; Cabral et Pigafetta, au Brésil : mais, par une singularité remarquable, il était inconnu dans l'Amérique septentrionale, et dans toutes les provinces situées sur la mer du Sud; c'est parce qu'on a transporté le nom de *juca* à *l'arum virginicum*, que l'on a crû le manioc cultivé par les habitants de la Floride.

Comme le manioc venu de graines n'a pas de racines tubéreuses, il n'est pas probable qu'il se soit répandu dans le vaste espace qu'il occupe par les agents naturels; ce sont plutôt les peuples qui se le sont transmis les uns aux autres.

Une ancienne tradition des Haïtiens, rapportée par Pierre Martyr, pourrait faire croire qu'il était primitivement naturel de Saint-Domingue; mais aujourd'hui on ne l'y trouve plus à l'état sauvage; et M. de Jonnès, ayant comparé les dénominations par lesquelles les différentes peuplades désignent le manioc et ses préparations, les a trouvées plus nombreuses au Brésil qu'ailleurs, et a reconnu que celles dont on se sert plus au nord et en moindre nombre, dérivent de celles du Brésil : d'où il conclut que c'est ce dernier pays qui est la vraie patrie du manioc, et la contrée où il a été d'abord cultivé et employé par les hommes. Ce qui le confirme dans cette idée, c'est que c'est aussi au Brésil que le manioc a produit le plus grand nombre de variétés, et qu'il y en avait déja vingt-trois du temps de Margrave, tandis que les galibis de la Guyane n'en ont jamais eu que six ou sept, et les Caraïbes que quatre; Saint-Domingue n'en possédait que deux quand on le découvrit. Selon M. de Jonnès, c'est dans la chaîne des Andes, et dans le peu de communication des habitants des Antilles avec le Mexique et la Floride, qu'il faut chercher les causes qui ont limité la propagation du manioc à l'espace où

il se trouvait répandu lors de la découverte de l'Amérique, c'est-à-dire entre le fleuve de la Plata au midi, les Cordilières à l'ouest, et le canal de Bahama au nord.

Les auteurs latins parlent beaucoup d'un certain bois qu'ils appelaient *citrus* ou *citrum*, et dont ils faisaient des meubles, et surtout des tables d'un prix qui aujourd'hui paraîtrait extravagant, même aux hommes dont le luxe est porté le plus loin: Pline en cite des tables vendues une valeur de plus de 200,000 francs de notre monnaie actuelle, et une qui le fut 287,000, quoique les plus grandes n'eussent pas, en une seule pièce, quatre de nos pieds de diamètre. Ce n'était pas à beaucoup près notre citronnier d'aujourd'hui qui est le *malus medica* des anciens, et dont les caractères sont tout différents. M. Mongès, membre de l'Académie des Belles-Lettres, a cherché à déterminer la véritable espèce du *citrus des Romains*. A cet effet, il a recueilli et comparé tous les passages des anciens où il en est question. Pline est à cet égard son auteur principal. On trouvait, dit-il, le *citrus* dans l'Atlas; c'était avec les loupes ou excroissances de son tronc et de ses branches, mais surtout avec celles de ses racines, que l'on fabriquait ces tables précieuses. La beauté en consistait dans des veines ou dans des taches qui rappelaient celles de la peau du tigre, ou celles de la panthère, ou les yeux de la queue du paon, ou d'autres figures variées; le fond de la couleur ajoutait à leur prix; on estimait de préférence celles qui imitaient la couleur du moût de vin : des taches d'une autre nature, des parties autrement colorées que la mode ne l'exigeait, y étaient des défauts. On employait différents procédés pour mettre ce bois à l'état qui plaisait le plus aux

acheteurs. On l'enfouissait dans la terre, on le mettait dans du blé; on l'enduisait de cire; quelque séjour dans l'eau de mer le durcissait; il se polissait par la main de l'homme. Ce citrum était l'arbre qui avait les plus grosses racines, il surpassait à cet égard le platane et le chêne; malgré sa beauté, on lui aurait préféré l'érable s'il avait fourni des pièces aussi grandes. On en tirait de l'huile qui, ainsi que celle du cyprès, avait les mêmes vertus que celle du myrte. A ces détails, Pline ajoute que le citrus est le *thuion* d'Homère et de Théophraste, et cela est en effet très-vraisemblable, au moins pour ce dernier, selon lequel (l. V, c. 5) *le thuion, appelé aussi thuia, croît auprès du temple de Jupiter-Ammon, et dans le territoire de Cyrène; ressemble au cyprès, et surtout au cyprès sauvage par les branches, par les feuilles, par le tronc, et par le fruit; a le bois incorruptible, et des racines très-crépues, dont on fait des meubles précieux.*

M. Mongès croit aussi pouvoir rapporter au même arbre un passage de Pline, liv. V, chap. 1, où il n'est pas fait mention de son nom, mais où il est dit : Qu'au rapport de Suétonius Paulinus, le pied de l'Atlas est couvert d'épaisses forêts d'un arbre inconnu, remarquable par l'élévation de son tronc luisant et sans nœuds, dont les feuilles ressemblent à celles du cyprès, d'une odeur forte, et couvert d'un duvet léger, dont, avec de l'art, on pourrait faire des vêtements comme on en fait du bombyx.

M. Mongès, après avoir fait une revue des différents arbres qui ont été considérés par divers botanistes comme le citrum ou le thuion des anciens, et n'en trouvant parmi ceux de l'Atlas aucun qui réponde, à son gré, à ce que Pline et Théophraste en ont dit, suppose que l'espèce en a été dé-

truite sur cette chaîne de montagnes, comme celle du cèdre le sera probablement bientôt sur le Liban, et croit que si le citrum existe encore quelque part, on doit le chercher dans une espèce de genévrier, improprement appelée *juniperus thurifera* par Linnæus, et que Tournefort et Olivier ont observée sur le mont Taurus.

M. Desfontaines pense que c'est plutôt le *tamarix orientalis*, ou l'*altée* des Égyptiens modernes; mais il n'est, selon M. Mongès, ni assez grand, ni assez précieux pour répondre aux descriptions du citrum : il n'arrive pas à la grosseur du corps d'un homme, et c'est le bois de chauffage et de menuiserie le plus commun en Égypte.

M. Sprengel, dans ses notes sur Théophraste, imprimées en 1822, voit le citrum dans le *thuia articulata* de Vahl; arbre fort semblable au cyprès, de 24 à 30 pieds de haut, sur 12 à 15 pouces de diamètre, que M. Desfontaines a observé près de Tripoli, et que M. Dellacella a surtout trouvé en grande abondance dans la Cyrénaïque. M. Mongès le regarde aussi comme trop petit, mais peut-être n'est-il pas nécessaire de beaucoup s'arrêter aux difficultés prises de la grandeur. Il n'en est question que dans le passage tiré de Suétonius Paulinus, qui n'est pas très-évidemment relatif au citrum. D'ailleurs, il serait possible, et M. Mongès lui-même semble le penser, que ces grands morceaux si recherchés pour des meubles de luxe ne fussent pas les produits ordinaires de l'arbre, mais des excroissances, des monstruosités peu communes; et même cette circonstance expliquerait mieux que toute autre leur énorme cherté. Il faudra donc retrouver parmi les arbres, assez nombreux, auxquels conviennent plus ou moins les descriptions vagues données par les

anciens de leur thuion ou de leur citrum, quel est, non pas celui qui devient le plus grand, mais celui qui est le plus sujet à ces sortes d'excroissances dont les veines et les taches pourraient produire un effet agréable.

C'est aux voyageurs qui visiteront de nouveau l'Atlas et la Cyrénaïque, qu'il appartiendra de résoudre complètement ce problème.

M. Bory Saint-Vincent a rendu un service réel aux botanistes, en imaginant un appareil au moyen duquel les plantes destinées à entrer dans leurs herbiers se dessèchent plus vite et sans être autant altérées dans leurs couleurs que par les procédés ordinaires.

C'est une planchette percée de trous, à laquelle s'attache d'un côté une toile garnie à son bord libre d'une petite tringle de fer, et qui au moyen de deux courroies serre contre la planchette les feuilles de papier et les plantes que l'on place entre elles après leur avoir fait subir une première compression. La circulation de l'air accélère la dessiccation, et empêche la fermentation qui noircit les couleurs; on réussit par là à conserver des orchis, des liliacées et d'autres plantes qui sont communément fort défigurées dans les herbiers.

ZOOLOGIE.

M. Delamarck, dont une malheureuse cécité a interrompu les travaux, au grand détriment de tant de parties de l'histoire naturelle qu'il enrichissait de ses observations, a confié son enseignement à M. Latreille, et ce célèbre entomologiste a été conduit ainsi à étudier des classes d'animaux

sans vertèbres, dont il s'était moins occupé jusque-là. Il a présenté à l'Académie comme premier produit de son entrée dans ce nouveau champ, un tableau de distribution de la classe des mollusques, fondé sur les observations anatomiques les plus récentes, et sur les rapports qu'il croit pouvoir en déduire.

Il met d'un côté les genres où il se fait un accouplement, et de l'autre ceux qui se fécondent par eux-mêmes. Dans la première de ces grandes divisions, la forme et la position des organes du mouvement servent de motif au second degré de la subdivision; puis viennent la séparation des sexes ou leur réunion sur le même individu; puis la nature et la position des organes de la respiration. Dans la seconde grande division, c'est la présence ou l'absence d'une tête apparente qui donne les premières branches de subdivision; ensuite la forme de la coquille. Tous les genres et sous-genres connus sont répartis d'après cette méthode, en commençant par les gastéropodes de M. Cuvier, passant à ses ptéropodes, puis à ses gastéropodes nus, à ses pulmonés, à ses pectinibranches, etc., et finissant par ses acéphales. Mais en déplaçant plus ou moins les limites de chaque groupe, M. Latreille a imposé à ses familles des noms nouveaux et relatifs aux caractères sur lesquels il les détermine.

La nature de cette analyse ne nous permet point d'entrer dans ce détail, sur lequel les naturalistes pourront consulter l'ouvrage lui-même. Il est imprimé dans les *Annales des Sciences naturelles*, ce Recueil nouveau, fruit des travaux de quelques jeunes naturalistes pleins de zèle pour les sciences, que nous avons déja annoncé l'année dernière, et qui continue de paraître avec le même succès et la même richesse en observations intéressantes.

M. Latreille annonce sur le règne animal tout entier, un travail analogue à celui qu'il a fait paraître sur les mollusques. Il ne manquera pas, sans doute, d'y saisir et d'y faire contraster des caractères qui feront paraître sous des faces nouvelles les rapports des animaux (1).

Ce savant naturaliste continue aussi l'ouvrage qu'il publie avec M. le comte Dejean, sur les insectes de l'Europe. Le second numéro, qui commence l'histoire des carabes, n'est ni moins intéressant, ni moins bien exécuté relativement aux figures, que celui que nous avons annoncé en 1822.

M. Lamouroux, correspondant de l'Académie, qui vient de lui être enlevé, jeune encore, par une mort inattendue, avait commencé, pour l'Encyclopédie méthodique, un dictionnaire sur les animaux rayonnés de M. Cuvier, c'est-à-dire sur les polypes, les coraux, les madrépores, et en général sur tous ces animaux que l'on a long-temps nommés zoophytes, parce qu'ils ont quelque chose de l'apparence des plantes et semblent tenir de leur nature. Ce qu'il a publié va jusqu'à la lettre E, et le soin que l'auteur a mis à y rassembler les espèces connues, ainsi que la sagacité avec laquelle il les distingue et la clarté avec laquelle il les décrit, ne peuvent que rendre plus vifs les regrets que sa perte a inspirés à tous les amis des sciences.

M. Moreau de Jonnès a présenté à l'Académie l'histoire du serpent jaune de la Martinique, ou *trigonocéphale fer-de-*

---

(1) Cet ouvrage vient de paraître sous le titre de *Familles naturelles du règne animal*, 1 vol. in-8°.

lance, reptile qui pendant long-temps a inspiré une terreur telle, qu'il a peut-être retardé d'un siècle la population de cette île, et qui encore aujourd'hui, malgré la chasse assidue qu'on lui donne et la destruction que l'on en fait, y cause chaque année la mort d'un assez grand nombre d'individus, surtout parmi les nègres. Sa longueur va quelquefois à plus de 7 pieds. On le nomme serpent jaune parce qu'il est souvent de cette couleur, mais il y en a aussi de noirâtres et de tigrés de noir. Ses crochets venimeux ont jusqu'à 15 lignes de longueur. On lui compte sous le ventre de 220 à 240 plaques, mais celles du dessous de sa queue sont constamment au nombre de 62; du reste il offre tous les caractères des autres espèces de son genre. Son agilité, hors le temps de la digestion, est formidable; un instinct féroce le porte à s'élancer sur les passants, et, quand on l'aperçoit, il est d'ordinaire déja dans une attitude hostile; roulé en spirale, la tête au sommet de l'espèce de cône qu'il forme, il ne lui faut qu'un instant pour atteindre sa victime. M. de Jonnès assure même qu'il peut se dresser sur sa queue, et surpasser alors un homme en hauteur. Son ouïe est très-fine et se réveille par un bruit léger; ses yeux saillants et vifs, au moyen de l'élargissement ou du rétrécissement de leur pupille, lui servent la nuit et le jour, comme ceux des chats; il se tient dans des lieux obscurs, et choisit pour sa chasse le coucher du soleil ou les jours sombres et nébuleux. Sa vitalité est très-longue, son corps s'agite encore spontanément huit heures après qu'on a séparé la tête, et beaucoup plus tard si on le provoque. On a cru que l'on pouvait être averti de sa présence par l'odeur infecte qu'il exhale, mais rien ne serait plus dangereux que d'attendre cet indice; ils n'en répandent pas tous

ni à beaucoup près dans tous les instants. La fécondité de ce dangereux animal est effroyable. Les portées sont de 30 à 60 petits; ils naissent longs de 8 à 12 pouces et déja doués de toutes leurs facultés: souvent en moissonnant un champ de cannes à sucre on en met 60 ou 80 à découvert, et c'est le produit d'une ou deux mères. Ce sont les immenses massifs de cannes qui leur fournissent leurs principaux repaires, et si commodes pour eux que l'on peut dire que la culture a plutôt augmenté que diminué le nombre de ces êtres malfaisants. Leurs aliments se sont multipliés non moins que leurs abris par la quantité prodigieuse de rats qui, venus avec les Européens, remplissent maintenant toute l'île; les oiseaux, les autres reptiles, et tous les petits quadrupèdes, leur servent aussi de proie.

Ce qu'il y a peut-être de plus extraordinaire dans l'histoire de ce serpent, c'est que toutes les Antilles en sont exemptes à l'exception de trois, la Martinique, Sainte-Lucie et Béconia; les autres n'ont même aucun serpent venimeux : aussi les Caraïbes prétendaient-ils qu'il leur avait été apporté du continent par une peuplade ennemie, mais il aurait pu aussi en être apporté par les courants, ne fût-ce que sur quelqu'un des troncs d'arbres qu'ils entraînent si souvent.

M. de Jonnès prouve que cette espèce habite, en effet, plusieurs parties du continent américain, et il croit la reconnaître dans les indications de divers auteurs; lesquelles cependant paraissent pour la plupart trop vagues, pour marquer avec certitude une espèce plutôt qu'une autre.

Il est fort dangereux, à la Martinique, de passer dans des bois sur des troncs d'arbres creux, où souvent le trigonocéphale repose, de mettre les mains dans des nids d'oiseaux où

il demeure souvent tapi, après avoir dévoré les œufs ou les petits. Les poulaillers l'attirent; il se cache souvent dans les roseaux dont on fait le toit des cases; il se réfugie, pendant le jour, dans les trous de rats ou de crabes. Rarement ces reptiles pénètrent dans les villes, si ce n'est les petits qu'on apporte dans des bottes de fourrage vert. L'inutilité des efforts des hommes pour détruire ce fléau a fait recourir à des chiens terriers anglais d'une espèce particulière, qui ont déja été fort utiles. M. de Jonnès a conseillé d'introduire dans l'île le serpentaire du cap de Bonne-Espérance, cet oiseau de proie à hautes jambes qui rend tant de services à l'Afrique méridionale; on l'a essayé en effet, mais le premier essai n'a pas réussi. Il mérite d'être renouvelé.

M. Guyon, chirurgien à la Martinique, a envoyé de nouveaux échantillons de la petite sangsue qu'il a trouvée sous les paupières et dans les fosses nasales d'un héron, et dont nous avons dit quelques mots en 1822. Autant qu'on a pu en juger, elle n'a point de dents, et parmi les nombreux genres établis récemment dans la famille des sangsues, par MM. Lamarck, Savigny, Leach et Dutrochet, c'est à celui des *nephelis* qu'elle paraît devoir être rapportée. On désire toujours qu'elle puisse être retrouvée dans l'eau, et décrite dans l'état où elle y existe sans doute aussi.

M. Latreille a décrit un nouveau genre de la famille des araignées qu'il nomme *myrmécie,* parce que sa forme est au premier coup d'œil presque celle d'une fourmi, son corps étant de même allongé et étroit, surtout dans les parties qui composent le thorax. Les huit yeux sont sur deux lignes,

chacune de quatre; mais les deux extérieurs de la ligne antérieure s'écartent beaucoup sur le côté. Ses pates de devant et celles de derrière sont les plus longues. Sa place dans la méthode sera entre les dolomèdes et les éréses.

Plusieurs voyageurs racontent qu'il y a en Perse une punaise nommée *miana*, dont la piqûre tue les étrangers, et les étrangers seulement, mais ne fait point de mal aux gens du pays. M. Gotthelf de Fischer, savant naturaliste de Moscou, a voulu connaître les caractères d'un être auquel on attribue une propriété si étrange. Ce *miana* est plat et rouge comme les punaises de lit. Ce n'est pas vraiment une punaise, mais un insecte de la famille des tiques et du sous-genre nommé *arcas* par Herman, sous-genre dont nous avons en France une espèce qui vit sur les pigeons (*l'acarus marginatus* de Fabricius).

La tique des chiens, animal parasite si connu, est du sous-genre le plus voisin, celui des ixodes; et quoique deux fois plus grosse que le miana, elle ne fait pas périr les animaux auxquels elle s'attache. Aussi M. de Fischer ne croit-il guère plus à la qualité mortelle de cet arcas de Perse, qu'à la différence ridicule du pouvoir qu'il exerçerait sur les étrangers et sur les natifs.

Les anciens ont parlé d'un miel des pays voisins du Caucase, qui causait une espèce de délire à ceux qui en mangeaient, et Xénophon rapporte que cet accident arriva à plusieurs de ses soldats aux environs de Trébisonde. C'est en effet ce que Tournefort et Güldenstet ont reconnu vrai, du miel que les abeilles prennent sur les fleurs de l'azaléa

pontica, et du rhododendrum ponticum. L'Amérique produit aussi des miels dangereux; Banos, Pison, Dazzara et Barton en ont parlé. Dans les Alpes même, le napel et l'aconitum lycoctonum communiquent leurs qualités délétères au miel pris dans leurs fleurs.

M. Auguste de Saint-Hilaire a éprouvé personnellement des effets très-graves d'un miel des bords de l'Uruguay. Deux cuillerées seulement lui donnèrent l'agonie la plus cruelle, et un affaiblissement qui lui parut le précurseur de la mort; deux de ses gens tombèrent dans un délire furieux, et ce ne fut qu'au bout de vingt-quatre heures et avec beaucoup de vomitifs et d'eau chaude, qu'ils purent se délivrer d'un état si effrayant.

Ce miel était rougeâtre, et avait été pris dans la ruche d'une guêpe nommée dans le pays *lecheguana* de *mel vermelho;* mais il n'est pas toujours aussi vénéneux, et c'est probablement, comme le miel du Pont, aux plantes dont l'insecte le tire quelquefois, qu'il doit les qualités dangereuses dont M. de Saint-Hilaire a fait l'épreuve. Il en soupçonne principalement quelques plantes des familles des solanums, des scrofulaires et des sapindus, surtout une sapindacée qu'il nomme *paullinia australis,* et qui était en fleur aux environs du guêpier qui lui fut si funeste.

A ces propriétés étranges ce miel joint la singularité d'être l'ouvrage d'une guêpe et non pas d'une abeille; M. Latreille a décrit cet insecte, et l'a reconnu pour un *poliste,* sous-genre de guêpe qui comprend aussi la fameuse guêpe cartonnière de Cayenne (*vespa nidulans fabr.*). Sa ruche, longue d'un pied, et formée d'une espèce de papier grossier, est suspendue à des arbrisseaux. Son miel, selon les expériences

de M. Lassaigne, se dissout en entier dans l'alcohol, à la différence de celui de nos abeilles qui abandonne alors un sucre solide et cristallisable.

ANATOMIE COMPARÉE.

Nous avons déja entretenu bien des fois nos lecteurs des efforts constants auxquels s'est livré et se livre encore M. Geoffroy-Saint-Hilaire, dans la vue de démontrer et de rendre en quelque sorte palpable ce qu'il nomme l'*unité de composition du règne animal*, et surtout l'unité de sa charpente osseuse, c'est-à-dire du squelette.

Il a justifié dans un mémoire spécial la préférence qu'il donne à cette partie de l'organisation, par la plus grande certitude des indications qu'elle fournit touchant les rapports des animaux entre eux; les os sont des espèces de murailles destinées à loger, à contenir, à séparer les organes; ils sont en rapport nécessaire avec tout ce qu'ils contiennent; leur système accumule en lui les caractères de tous les autres systèmes; en même temps l'auteur se représente la matière osseuse comme étant en quelque sorte une matière excrémentitielle qui seulement aboutit à des cavités sans issue; c'est le dépôt des organes aussi bien que leur réceptacle, et sous ce rapport encore, le système osseux doit être l'expression des autres. Néanmoins c'est au squelette de la tête qu'il s'attache de préférence, et pour retrouver plus sûrement dans les diverses espèces toutes les pièces qui le composent, il commence par assigner à chacune sa place, son rôle, et ses rapports avec les pièces voisines. Pour cet effet, il a divisé la tête non compris la mâchoire inférieure en sept

vertèbres, dans chacune desquelles il retrouve les neuf pièces qui selon lui forment l'ensemble d'une vertèbre complète.

On a pu voir en effet dans notre analyse de 1822, que M. Geoffroy considère toute vertèbre complète comme fondamentalement divisible en neuf pièces : le corps ou le *cycléal ;* les deux côtés de la partie annulaire supérieure ou les *périaux ;* les deux côtés de l'apophyse épineuse ou les *épiaux ;* les deux côtés de la partie annulaire inférieure qui dans le thorax se changent en côtes, ou les *paraaux ;* enfin, les deux côtés de l'apophyse épineuse inférieure qui dans le thorax deviennent les cartilages des côtes, et qu'il nomme *cataaux.* Nous avons exposé aussi à diverses reprises, comment M. Oken, considérant le crâne comme une répétition plus développée de l'épine du dos, avait cru devoir le diviser en trois vertèbres et regarder le nez comme l'analogue du thorax, et les deux mâchoires inférieures comme les analogues ou les répétitions des bras et des jambes ; comment MM. Meckel et Bojanus ont ajouté une quatrième vertèbre à celles de M. Oken et l'ont nommée ethmoïdale, comment enfin M. Spix tout en conservant les trois vertèbres de M. Oken a vu dans les os qui composent le nez une répétition de l'appareil hyoïde et laryngien.

M. Geoffroy, sans entrer dans ces combinaisons fondées sur la métaphysique connue en Allemagne sous le nom de philosophie de la nature, s'est borné à considérer le crâne et la face comme une continuation de l'épine, et à y appliquer sa théorie générale de la vertèbre ; or, comme suivant sa manière de compter, il y a en tout dans cette partie du squelette soixante-trois pièces osseuses, il a dû y retrouver, en divisant ce nombre par neuf, sept vertèbres, chacune

composée de neuf pièces, un cycléal, deux périaux, deux épiaux, deux paraaux et deux cataaux; et en effet il est parvenu, à force d'essais, à distribuer ses soixante-trois os de manière que, rangés quatre à quatre, ils forment à peu près sept doubles cercles attachés les uns au-dessus et les autres au-dessous de sept pièces impaires qui composent une sorte d'axe. Ne pouvant pas donner ici le détail des différentes tentatives de l'auteur, nous nous bornerons à rendre compte de sa répartition telle qu'il l'expose dans la troisième des rédactions qu'il en a publiées, et qui est du mois de décembre de l'année dernière. Pour être plus aisément entendus, nous désignerons chaque os par le nom qu'il porte communément; nous indiquerons à la fin les noms nouveaux que M. Geoffroy leur impose.

La première vertèbre qu'il nomme *linguale,* a pour périaux et épiaux les intermaxillaires et le segment dentaire des maxillaires; pour paraaux et pour cataaux les cartilages du nez et les deux lames du vomer; son cycléal est une pièce cartilagineuse qui n'avait pas encore été observée.

Dans sa deuxième vertèbre appelée *nasale,* les pièces supérieures sont les os propres du nez et les os unguis; les inférieures, les deux paires de cornets du nez; et l'impaire, la lame de l'ethmoïde.

Les frontaux, les segments orbitaires des maxillaires, le corps de l'ethmoïde, les apophyses ptérygoïdes externes et les palatins, composent de même sa troisième vertèbre, dite *oculaire.*

La quatrième ou la *cérébrale* comprend les pariétaux, les jugaux, le corps du sphénoïde antérieur, le cotyléal, ou la capsule dans laquelle s'articule l'apophyse styloïde, et les apophyses ptérygoïdes internes.

La cinquième vertèbre se nomme *quadri-jumale*, parce qu'elle est proprement, selon l'auteur, l'étui des tubercules du même nom; elle se forme des interpariétaux qu'il regarde comme les segments supérieurs de l'occipital supérieur, des temporaux écailleux, du corps du sphénoïde postérieur, des grandes ailes du sphénoïde, et des petites nommées aussi ailes d'ingrassias.

La sixième est la vertèbre *auriculaire;* le segment antétieur ou temporal du rocher, son segment postérieur ou occipital, en forment les pièces paires supérieures. Un segment antérieur que l'auteur admet dans le basilaire est sa pièce impaire. Le segment antérieur du cadre du tympan et la grosse tubérosité sont ses pièces paires inférieures.

Il reste la septième ou la *cérébelleuse;* les segments postérieurs de l'occipital supérieur, les occipitaux latéraux, forment son anneau supérieur; le segment postérieur du basilaire est son cycléal ou sa pièce impaire; enfin l'auteur lui trouve ses pièces paires inférieures, c'est-à-dire ses *paraaux* et ses *cataaux*, les premiers dans les marteaux, les seconds dans l'ensemble de l'enclume et de l'étrier.

Indépendamment de cet appareil qui constitue la tête supérieure, il y a de chaque côté sept os dans la mâchoire inférieure, ce qui en ajoute quatorze à la totalité de ceux dont se compose la tête. Ces sept paires d'os sont comme des parties supplémentaires des sept vertèbres de la tête; elles s'y rapportent comme les pièces du sternum se rapportent au système vertébral du thorax, et celles de l'appareil hyoïdien au système vertébral du cou.

Nous avons déja indiqué en 1820 la nomenclature que M. Geoffroy a proposée pour les différentes pièces dans les-

quelles se décompose l'os sphénoïde. Le travail dont nous venons de rendre compte l'a engagé à appliquer une nomenclature analogue à ces soixante-trois os dont se forme la tête.

Les sept pièces impaires prennent la terminaison de *sphenal,* avec une préfixe particulière pour chaque vertèbre; on les appellera *protosphenal* (le cartilage non décrit dont nous avons parlé), *rhinosphenal* (la lame ethmoïdale), *ethmosphenal* (le corps de l'ethmoïde), *entosphenal* (le corps du sphenoïde antérieur), *hyposphenal* (le corps du postérieur), *otosphenal* (le segment postérieur), *basisphenal* (le segment antérieur du basilaire).

Pour la première vertèbre, les pièces paires supérieures seront l'*etmophysal* (les cornets supérieurs), l'*adnasal* (l'intermaxillaire); les inférieures, l'*adgustal* (le segment palatin du maxillaire), et le *rhinophysal* (les cornets inférieurs du nez).

Pour la deuxième vertèbre, on a en-dessus le *lacrymal* et l'*addental* (le segment dentaire du maxillaire), et en-dessous le *palatal* (palatin) et le *vomeral* (vomer).

Pour la troisième, le *nazal* (os propre du nez) et l'*adorbital* (le segment orbitaire du maxillaire), le *hérisséal* (apophyse ptérygoïde interne), et l'*ingrassial* (l'aile d'ingrassias).

Pour la quatrième le *frontal* et le *jugal,* le *cotyleal* (ce godet où s'articule l'apophyse styloïde) et le *ptéréal* (grande aile du temporal).

Pour la cinquième le *pariétal* et le *temporal,* le *serrial* (le deuxième segment de la grosse tubérosité), et l'*uro-serrial* (sa pointe inférieure).

Pour la sixième l'*interpariétal* et le *rupéal* (rocher), le *tympanal* (cadre du tympan) et le *malléal* (marteau).

Pour la septième enfin le *suroccipital* et l'*exoccipital* (occipital latéral), le *stapéal* (l'étrier) et l'*incéal* (l'enclume).

Quant aux os de la mâchoire inférieure, M. Geoffroy a cru devoir aussi substituer d'autres noms à ceux que MM. Camper et Cuvier leur avaient donnés. Il appelle le dentaire, *subdental;* l'operculaire, *sublacrymal;* le supplémentaire, *suborbital;* le surangulaire, *subjugal;* l'angulaire, *subtemporal;* l'articulaire, *subrupéal;* le subangulaire, *suboccipital.*

Ces déterminations s'appliqueront aisément à l'homme et aux mammifères, surtout par ceux qui ont étudié l'ostéologie des fétus, et qui connaissent les subdivisions établies dans le maxillaire et le temporal de l'embryon, par M. Serre. Les seules discussions qu'il puisse y avoir relativement à cette classe, roulent sur la position respective des pièces, et l'analogie plus ou moins éloignée que cette position indique avec les pièces vertébrales; mais il y a plus de difficulté pour les classes ovipares, où quelquefois on est loin de trouver les mêmes nombres de pièces, et où l'on peut élever des doutes sur l'analogie de quelques-unes avec celles que M. Geoffroy leur compare.

C'est pour répondre à ces doutes et confirmer de plus en plus les applications de sa théorie, ou du moins pour en expliquer les anomalies apparentes, que l'auteur de ce grand travail a repris l'ostéologie de la tête du crocodile, dont il s'était occupé dès l'année 1807, et qu'il la considère maintenant d'après le nouveau développement qu'il a donné à ses vues; ce qui l'oblige d'admettre des déterminations en partie fort différentes de celles qu'il avait publiées alors, et même à des époques postérieures à celle-là.

Les trois premiers cycléaux, le protosphenal, le rhino-

sphenal et l'ethmosphénal, n'existent point dans le crocodile à l'état osseux; une longue cloison cartilagineuse en tient la place : ce que M. Geoffroy attribue à leur grand allongement et au développement excessif des os qui en forment les parties latérales. « Ces cycléaux, dit-il, sont dans le cas « de toutes les portions du système osseux qui sortent de « leur classement ordinaire comme volume; et qui n'acquièrent point de dimensions démesurées qu'elles n'en soient « comme accablées et que par suite elles ne soient privées de « consistance. » Le basilaire, dans le crocodile comme dans le très-grand nombre des animaux, n'est que d'une seule pièce, et non pas de deux, comme il le faudrait pour représenter l'*oto-sphenal* et le *basi-sphenal*. Mais l'auteur assure avoir vu ces deux pièces séparées dans des monstres humains, et pense que « c'est à leur position inférieure et centrale, et « plus encore à leur part d'influence dans la première for« mation du fétus, que l'on doit la précocité de leur sou« dure. » Quant aux parties latérales, M. Geoffroy juge que celles que tous les anatomistes et lui-même avaient regardées comme le jugal et le temporal, répondent plutôt à l'*adorbital* ou segment orbitaire du maxillaire et au *cotyleal*, os qui, dit-il, « sans manquer à ses connexions et fonctions, « se montre en quelque sorte flottant dans les diverses fa« milles, sous le rapport des points d'appui qu'il réclame et « qu'il adopte, comme sous celui des époques auxquelles il « se soude avec quelques voisins. »

M. Geoffroy revient maintenant aux déterminations de M. Cuvier, touchant le frontal, le pariétal, le lacrymal; mais il croit que le frontal postérieur de cet anatomiste est le jugal, que son mastoïdien est le temporal, et que son fron-

tal antérieur est le cornet supérieur, ou ce qu'il regarde comme ne faisant qu'un avec lui, l'os planum: opinion que M. Oken avait déja soutenue. Comme l'os nommé jusqu'à présent occipital supérieur ne descend pas jusqu'au bord du trou occipital, M. Geoffroy ne croit point qu'il mérite ce nom. Il pense que les occipitaux latéraux, quoiqu'ils ne soient chacun que d'une pièce, même dans les plus jeunes crocodiles, contiennent cependant chacun une moitié du véritable occipital supérieur qui s'y est soudée de très-bonne heure, et que cette moitié s'est atrophiée; ce qui, joint à la nécessité de retrouver l'aile d'ingrassias qui avait paru manquer dans le crocodile, le conduit à une proposition qu'il qualifie d'inattendue: savoir, que cet ancien occipital supérieur se forme de la réunion des deux rochers qui seraient montés sur le crâne, et se seraient soudés ainsi en un seul os impair qu'il nomme *rupeal*. En effet, pour retrouver sur les côtés du crâne les deux ailes du sphénoïde, il est obligé de donner le nom de petite aile à l'os que M. Cuvier regarde comme analogue de la grande, et celui de grande aile à celui que M. Cuvier prend pour le rocher, attendu sa position et la part essentielle qu'il a au revêtement du labyrinthe.

L'auteur s'est vu obligé de revenir, dans un mémoire particulier, sur un os qui s'est trouvé offrir une nouvelle difficulté. C'est celui qui se rend de l'apophyse ptérigoïde au maxillaire, et que plusieurs anatomistes, et M. Geoffroy lui-même dans son dernier travail général, où il le nomme *adgustal*, considéraient encore comme répondant à l'apophyse ptérygoïde externe. M. Cuvier, ne trouvant pas cette apophyse détachée dans le fétus des mammifères, a cru devoir renoncer à cette détermination, et regarde l'os en question comme

propre aux animaux ovipares. Il lui donne le nom de *transverse.* M. Geoffroy, ne pouvant concilier une pareille idée avec sa théorie, et cherchant à cet os un analogue, a pensé qu'il répond à ce que M. Serre nomme le segment palatin du maxillaire, pièce qui est vers le palais en-dedans des dents mâchelières; ce segment palatin serait ainsi reculé vers la tempe des reptiles, et M. Geoffroy s'explique par-là comment ces animaux n'ont point de véritables mâchelières. En poursuivant ce nouvel ordre d'idées, et en comptant ainsi d'arrière en avant les pièces maxillaires, il est conduit à croire que ce qu'on a pris dans les rongeurs et dans quelques autres mammifères pour des intermaxillaires et des dents incisives n'en sont pas; que les uns et les autres y avortent, et que leurs soi-disant incisives sont des canines.

Cet infatigable naturaliste ne s'est point borné aux études exigées par sa théorie relativement au crocodile. Il a repris plusieurs des questions qu'elle fait naître touchant l'ostéologie des poissons. Nous avons déja eu plus d'une occasion de dire que les os dont se compose l'opercule des branchies dans les poissons donnent surtout lieu à des divergences d'opinions très-prononcées, et dès 1818 nous avons rendu compte de celle de M. Geoffroy, que ce sont les analogues des osselets de l'ouïe, c'est-à-dire du marteau, de l'enclume et de l'étrier. Il l'a nouvellement défendue dans un premier mémoire contre deux anatomistes hollandais, MM. Vanderhœven et Bakker, qui n'avaient pas cru devoir l'adopter; et dans un second contre M. Weber, qui avait cru trouver les analogues de ces osselets dans d'autres pièces que l'opercule, savoir, dans de petits os situés derrière le crâne de certains poissons tels que les cyprins, les silures et les loches. Dans

le premier de ces Mémoires M. Geoffroy présente une comparaison entre l'appareil des fosses nasales des mammifères et celui des poissons; rappelant que dans les cétacées, et en partie dans quelques chauve-souris, les tubes des narines sont exclusivement consacrés à la respiration, il regarde la suite des os intermaxillaires, palatins et ptérygoïdiens des poissons comme représentant ce même tube respiratoire, mais largement ouvert à sa partie inférieure, parce qu'il doit conduire à un appareil de respiration beaucoup plus rapproché et plus élargi. En arrière des pièces qui appartiennent à ce tube nasal ou plutôt à ce demi-tube, doivent nécessairement se trouver celles qui dans les autres animaux viennent aussi à sa suite : la caisse et ce qu'elle renferme. Quant aux petits os placés en arrière du crâne de la carpe et du silure, qui tiennent d'une part à la vessie natatoire et de l'autre à un canal qui communique avec l'oreille interne, petits os que M. Weber, en conséquence de leurs figures, avait cru pouvoir regarder comme les osselets de l'ouïe, M. Geoffroy établit que ceux que M. Weber nomme le marteau et l'enclume, sont en réalité les côtes appartenantes à la deuxième et à la première vertèbre, un peu dérangées de leur direction ordinaire par le tiraillement que produisent à leur égard les mouvements alternatifs de la vessie natatoire.

Ces recherches conduisaient naturellement M. Geoffroy à s'occuper de petites pierres que l'on trouve dans l'intérieur du labyrinthe membraneux de l'oreille des poissons, et qui ont des formes si particulières et si constantes dans chaque espèce. En aucun cas on n'en pourrait tirer parti contre sa théorie du squelette; car ce ne sont pas des os, comme quelques-uns ont semblé le croire, mais des espèces de concrétions

dont la formation ne ressemble à rien tant qu'à celle des coquilles. C'est ce que l'auteur du mémoire fait valoir avec raison. Cherchant ensuite pourquoi on ne les trouve que dans la classe des poissons, il conjecture que cela tient à ce que ces animaux n'ayant pas de trompe d'Eustache, ou de conduit par lequel puissent s'écouler les excrétions qui doivent, selon lui, résulter des actes nécessaires à la sensation, les matières excrémentielles s'accumulent dans l'intérieur.

Cependant l'on pourrait objecter qu'il se produit aussi de ces concrétions dans plusieurs reptiles qui ont une trompe d'Eustache, et que même dans les mammifères où elles ne se montrent jamais, le labyrinthe n'est pas moins clos que dans les poissons, la trompe d'Eustache ne donnant d'issue qu'à la cavité de la caisse et non à celle du labyrinthe.

La baudroye est un grand poisson de nos mers à gueule énorme, à tête plate plus volumineuse que le corps, et qui porte sur le crâne quelques rayons mobiles terminés par des appendices charnus. Les anciens la nommaient *grenouille pêcheresse*, et prétendaient qu'elle emploie les filaments du dessus de sa tête, à attirer les poissons dont elle veut se nourrir; que pour cet effet elle se cache dans la vase, ne laissant paraître que leurs petits appendices, auxquels elle imprime de légers mouvements; que les poissons les prennent pour des vers, et que, s'en approchant pour les saisir, ils sont eux-mêmes dévorés par la baudroye.

Ce récit répété par les modernes a fait dire que la baudroye pêche à la ligne : comparaison qui, en admettant même ces particularités comme vraies, serait encore assez

impropre, puisque ses filets n'ont point de crochets ni rien qui puisse retenir les poissons à la manière des haims ou des hameçons. Néanmoins M. Bailly, jeune médecin, dont nous avons déja rapporté des observations intéressantes sur l'anatomie du cerveau, n'ayant point d'occasion de vérifier le fait en lui-même, a voulu examiner au moins l'appareil que l'on croit y servir, et a décrit et dessiné avec soin les pièces osseuses qui le composent, les muscles qui les mettent en jeu, ainsi que les nerfs qui s'y distribuent. Outre les rayons, il y a trois pièces couchées sur le crâne en forme de crêtes basses et allongées, sur lesquelles ces rayons s'articulent par des espèces d'anneaux, et qui sont à leur égard ce que les osselets appelés communément interépineux sont à l'égard des rayons des nageoires. Les muscles sont au nombre de 22, et leur disposition est aussi, en grande partie, semblable à celle des muscles des rayons ordinaires dans les nageoires épineuses; leur position seule est différente, parce qu'ils sont obligés de s'épanouir sur le crâne, au lieu de s'insérer entre les muscles de l'épine. Ce sont, en un mot, ainsi que M. Cuvier l'avait dit depuis long-temps, trois rayons jetés en avant sur le crâne, avec les interépineux qui les portent, au lieu d'être demeurés au-dessus de la partie antérieure de l'épine comme il arrive d'ordinaire.

A ce sujet, M. Geoffroy compare à cet appareil des baudroyes, celui de certains silures, où les parties supérieures des premiers interépineux, dilatées en disque plus ou moins large, se soudent à l'arrière du crâne et en prolongent ainsi le casque jusqu'à la nageoire dorsale; les premiers rayons de cette dorsale s'articulent avec ces interépineux comme dans la baudroye, par un anneau que forme leur base, et qui n'est

que la réunion complète des crochets par lesquels s'articulent les rayons ordinaires.

On peut se souvenir que M. Geoffroy, conformément à sa théorie générale de la vertèbre, et à l'extension qu'il croit pouvoir en faire aux nageoires dorsales des poissons, appelle ces osselets communément nommés intérépineux *enépiaux*, et les rayons qui s'articulent dessus *proépiaux*.

Dans son rapport, M. Geoffroy rappelle aussi une particularité qu'il a publiée autrefois sur une autre manière de pêcher qu'aurait la baudroye, et qui consisterait à prendre des poissons, en quelque sorte, à la nasse, dans l'énorme sac que forme de chaque côté sa membrane branchiale. En effet, cette membrane, soutenue par de très-longs rayons branchiotèges, et ne s'ouvrant que derrière les nageoires pectorales par un trou assez étroit, embrasse un espace bien plus grand qu'il n'était nécessaire pour renfermer les branchies, et il paraît que dans quelques circonstances des poissons plus petits s'y sont trouvés enfermés.

M. Geoffroy Saint-Hilaire, qui s'était occupé dès l'année 1819, ainsi que nous l'avons dit à cette époque, de la génération des animaux à bourse, ou de ces quadrupèdes que l'on voit déja adhérents aux mamelles de leurs mères dans un état de développement à peine égal à celui des premiers temps du fétus des autres genres, a repris cette année ce sujet important. Ces animaux ont deux canaux en forme d'anses qui conduisent de l'intérieur de la matrice vers le canal extérieur, et M. Geoffroy les considère comme deux vagins distincts. La poche qui enveloppe les petits à la mamelle, lui paraît une grande extension du mont de Vénus.

Dans un premier travail, supposant encore que les fétus de marsupiaux, comme quelques observateurs l'avaient dit, n'ont aucune trace d'ombilic, il avait cherché à se rendre compte d'une telle anomalie. A cet effet, il distinguait les différentes périodes de développement du fétus, en *ovule*, tel qu'il est dans l'ovaire; en *œuf*, lorsqu'il a été entouré d'albumen dans l'oviductus; en *embryon*, lorsqu'au moyen du réseau placentaire il reçoit du sang qui a respiré hors de lui et est devenu artériel; en *fétus*, lorsque les fonctions respiratoires ont passé aux vaisseaux du derme, et que ceux de l'ombilic ne servent plus qu'à la nutrition; et en *nouveau-né*, lorsqu'il se dépouille de ses enveloppes fétales et se produit au jour. Il considérait les marsupiaux comme n'étant ni *vivipares*, ni *ovipares*, mais *ovulipares;* l'organisation de leur matrice étant telle que l'ovule ne peut y être retenu, ni soumis à l'incubation intérieure ou aux actions qui y développent les fétus ordinaires. Toutefois ces ovules ont un commencement de développement. Selon M. Geoffroy, ils seraient à l'état d'*ovule injecté*, à un état dont les zoophytes nommés *méduse* nous offrent un exemple permanent.

Mais des observations plus récentes faites sur des fétus de sarigues apportés d'Amérique par M. Turpin, et pris à un moment plus voisin de leur entrée dans la poche, ont montré à M. Geoffroy un ombilic et des restes de placenta: ainsi les marsupiaux passent aussi leur état d'embryon dans la matrice; ce n'est que leur état de fétus qu'ils passent dans la poche, et c'est là l'opinion que l'on avait toujours eue à leur égard.

L'auteur a donné une attention particulière à la disposition du larynx du petit sarigue, qui s'élève dans les arrière-

narines de manière à ne pas empêcher la respiration pendant que ce petit serre intimement par la bouche la mamelle de sa mère; les narines sont alors très-développées, ainsi que les tubercules olfactifs : mais les yeux au contraire sont absolument fermés, et même par le derme qui passe dessus selon l'observation de M. Serre, tandis que les autres fétus ont, dans les premiers temps, l'œil très-ouvert.

Mais M. Geoffroy se demande toujours comment des animaux qui, pour le reste de leurs organes, depuis les sarigues jusqu'aux phascolomes et aux monotrèmes, semblent appartenir à tant de familles différentes, se ressemblent cependant par cette singulière génération; et il l'explique parce qu'elle tient au peu de développement de l'appareil utérin, qui, lui-même, tient à l'absence de l'artère mésentérique inférieure, et que cette artère peut manquer sans influer beaucoup sur le reste du corps.

M. Lauth, jeune anatomiste, fils du professeur de Strasbourg qui lui-même s'est rendu célèbre par ses travaux en anatomie, a présenté un mémoire sur les vaisseaux lymphatiques des oiseaux, appuyé de préparations fort bien exécutées, qui en font voir la marche et la structure.

Les valvules sont moins nombreuses que dans les mammifères, ce qui permet de les injecter quelquefois dans une assez grande étendue, en allant des troncs vers les branches. Le chyle des oiseaux est le plus souvent translucide, et c'est ce qui explique, selon l'auteur, la difficulté que l'on éprouve à voir et à injecter leurs vaisseaux chilifères. Il paraît aussi que les vaisseaux lymphatiques de leurs membres ne forment pas deux couches comme ceux des quadrupèdes;

du moins M. Lauth n'a-t-il pu découvrir et injecter que la plus profonde, dont les principaux troncs suivent ceux des artères. Les glandes conglobées ou ganglions lymphatiques sont aussi très-rares, et l'on n'en trouve que vers les parties supérieures de la poitrine; partout ailleurs ils paraissent remplacés par des plexus. Les vaisseaux lymphatiques communiquent fréquemment avec les veines sanguines, et, comme Hewson et d'autres l'avaient observé, ils aboutissent à deux canaux thorachiques, un pour chaque côté. L'auteur conclut de ces recherches que rien n'oblige à croire que l'absorption et surtout celle du chyle s'opère dans les oiseaux par les radicules des veines.

La belle collection des Annales des sciences naturelles contient diverses parties d'un très-grand travail qui a été présenté à l'Académie par M. Léon Dufour, et qui a pour objet l'anatomie des insectes.

Ces petits animaux, formés en quelque sorte sur un principe différent de tout le reste du règne, n'ayant pas de vaisseaux sanguins, et respirant par des tubes pleins d'air qui se répandent dans leur corps, ne sont pas, malgré leur petitesse, aussi difficiles à disséquer que bien des animaux plus élevés dans l'échelle; avec un peu d'eau on fait flotter leurs viscères que les vaisseaux aériens dont nous venons de parler soutiennent, et que ne lient ni mésentère, ni cellulosité, ni vaisseaux chilifères ou sanguins. C'est par cette pratique facile que MM. Cuvier, Ramdohr, Marcel de Serres et d'autres naturalistes, surtout en Allemagne, ont commencé à faire connaître comparativement les organes intérieurs de leurs principales familles. M. Léon Dufour s'est appliqué

avec une patience et une assiduité que rien ne fatigue, à compléter ce genre de recherches; il a même pris la peine d'apprendre autant de dessin qu'il lui en fallait pour rendre clairement ce qu'il avait observé; et la lithographie lui prêtant aujourd'hui son utile secours, il pourra nous donner sur les insectes une splanchnologie plus détaillée, et qui portera sur un nombre d'espèces infiniment plus grand que celui que l'on doit à Daubenton, à Pallas et à leurs successeurs, relativement aux quadrupèdes. Si l'on applique à chacune de ces espèces, par la pensée, ce qu'il serait bien impossible qu'un homme entreprît de vérifier en effet pour toutes, une organisation à peu près égale en complication à celle qui a été décrite dans la chenille par Lyonnet, et tout récemment dans le hanneton par M. Strauss, et cependant plus ou moins différente dans chaque insecte, l'imagination commencera à concevoir quelque chose de cette richesse effrayante, de ces millions de millions de parties, et de parties de parties, toujours corrélatives, toujours en harmonie, qui constituent le grand ouvrage de la nature.

Il ne nous serait pas possible de donner ici une analyse suffisante d'un travail qui se compose essentiellement de détails. Nous dirons seulement que l'auteur généralise d'une manière heureuse des résultats qui n'avaient encore été en quelque sorte qu'aperçus; qu'il montre entre les formes intérieures et extérieures, entre les viscères et le genre de vie, des rapports analogues à ceux que l'on connaît dans d'autres classes d'animaux. Ainsi les intestins des insectes essentiellement carnassiers sont courts; l'estomac des hannetons, et plus encore celui des scarabées qui vivent dans les fumiers des quadrupèdes herbivores, est très-allongé; l'intestin est

boursoufflé comme un colon. Plusieurs observations curieuses se sont offertes dans l'examen de diverses espèces. Le cœcum des dytisques, insectes aquatiques remarquables par la facilité qu'ils ont à nager, se remplit d'air et leur sert de vessie natatoire; dans les œdémères le jabot forme une espèce de panse latérale suspendue seulement par un tube étroit; dans les buprestes, l'estomac ressemble à un Y par deux productions latérales aveugles. Plusieurs coléoptères de familles différentes ont offert à M. Dufour un appareil salivaire, formé, comme M. Cuvier l'a établi pour tous ceux des sécrétions dans les insectes, de tubes plus ou moins prolongés. Il en est de même des organes qui produisent leurs liqueurs excrémentielles, auxquels l'auteur a donné une grande attention. Ils sont toujours formés de petits tubes plus ou moins nombreux.

Dans le nombre de ces organes sécrétoires il en est qui s'insèrent dans un point de l'intestin en général assez voisin du pylore, et que MM. Cuvier, Marcel de Serres et la plupart des anatomistes regardent comme des vaisseaux biliaires, ou du moins comme destinés à sécréter une liqueur digestive; M. Dufour, d'après quelques essais chimiques, est plus disposé à croire que ce sont des vaisseaux urinaires. Leur insertion serait alors bien singulière et peu d'accord avec ce qu'on voit dans les autres animaux.

PHYSIOLOGIE.

Nous avons rapporté dans notre analyse de 1822, avec l'intérêt qu'elles méritent, les expériences faites par M. Flourens pour déterminer avec plus de précision les fonctions

propres à chacune des parties du cerveau, et nous avons vu qu'il paraissait en résulter que le cerveau proprement dit est le réceptacle des impressions des sens; le cervelet, le régulateur de la locomotion; et la moelle allongée, l'agent de l'irritation des muscles; que les tubercules quadrijumeaux en particulier participent à ce pouvoir irritant de la moelle, et produisent comme elle des convulsions quand on les irrite. L'auteur a pensé que ces propriétés pouvaient conduire à la solution d'un problème d'anatomie comparée, qui occupe depuis quelque temps les naturalistes, c'est-à-dire à déterminer la véritable nature de chacun des tubercules qui composent l'encéphale des poissons.

Nous avons rendu compte plus d'une fois, et surtout en 1820, du doute qui existe relativement à celle de ces paires de tubercules qui précède le cervelet, et qui est ordinairement creuse, contenant à l'intérieur une ou deux paires de tubercules plus petits.

On l'a long-temps considérée comme le vrai cerveau; les tubercules qu'elle couvre, comme les quadrijumeaux; et ceux qui sont placés au-devant d'elle, comme des tubercules olfactifs analogues à ceux que l'on voit au-devant du cerveau dans la taupe, le rat et beaucoup d'autres mammifères.

Depuis quelques années, M. Arsaky, et ensuite M. Serre, ont jugé, mais d'après les simples rapports anatomiques, que les tubercules antérieurs sont le vrai cerveau, et que la grosse paire creuse répond aux tubercules quadrijumeaux. Il résulte des expériences de M. Flourens, faites sur des carpes, que les irritations portées sur les tubercules antérieurs et sur la partie supérieure des tubercules creux, ne produisent point de convulsions, mais que si l'on pique la base de ces

derniers, on en produit aussitôt de violentes; ce qui conduirait aussi bien à regarder comme tubercules quadrijumeaux les petits tubercules de l'intérieur que le grand tubercule creux qui les enveloppe.

L'ablation des tubercules antérieurs ne change pas d'abord d'une manière notable les allures de l'animal; mais il paraît ensuite se mouvoir moins souvent et presque pas de lui-même; il a semblé même à l'auteur, autant qu'il en a pu juger dans l'état de gêne où il était obligé de tenir le poisson ainsi mutilé, qu'il n'entendait ni ne voyait.

L'ablation des tubercules creux porte une atteinte beaucoup plus profonde à l'économie de l'animal. Il ne se meut plus, ne respire plus qu'avec peine, et demeure couché sur le dos ou sur le côté.

M. Flourens ne laisse pas de conclure que c'est aux tubercules quadrijumeaux que ces tubercules creux répondent, et pense que cette grande influence qu'ils exercent sur l'économie des poissons tient au développement beaucoup plus considérable qu'ils ont dans cette classe d'animaux.

Quant au tubercule impair, celui que l'on regarde unanimement comme le cervelet, il a offert des phénomènes à peu près semblables à ceux du cervelet des quadrupèdes et des oiseaux. Il ne provoque pas de convulsions; mais quand on l'enlève, le poisson a peine à se tenir sur le ventre; il ne nage que d'une manière bizarre; il se roule sur son axe comme le font en volant les oiseaux privés de leur cervelet.

Il restait à examiner les renflements placés derrière le cervelet des poissons, d'où leur huitième paire paraît sortir, et qui n'ont, dans les classes supérieures, que des analogies douteuses ou peu apparentes. Toutes leurs parties piquées

produisent des convulsions violentes qui se montrent surtout dans les opercules des ouïes qui en tirent en effet leurs nerfs. Si on les détruit, le jeu de ces opercules cesse et la respiration s'éteint. Le même effet arrive si l'on fend seulement en longueur leur partie moyenne. M. Flourens en conclut que c'est ici l'organe cérébral de la respiration, circonscrit, déterminé et développé en un véritable lobe, tandis que dans les autres classes il paraît à peine se séparer de la masse.

Des phénomènes semblables se sont montrés sur la lote, sur le brochet et sur l'anguille.

Pour l'auteur et pour ceux qui admettront ses conclusions relativement aux tubercules creux, il en résultera que le point par lequel le cerveau des poissons diffère le plus essentiellement de celui des autres classes consiste dans ce grand développement de la partie qui préside aux mouvements respiratoires; ce que M. Flourens explique, parce que la respiration est une opération bien autrement laborieuse pour les animaux aquatiques qui n'agissent sur l'air que par l'intermède de l'eau, que pour les animaux aériens dont le fluide aériforme pénètre immédiatement le poumon. C'est ainsi, dit-il, que le cerveau est plus grand dans les mammifères dont l'intelligence est plus élevée; le cervelet dans les oiseaux, classe plus agile qu'aucune autre; et que ce même cervelet est presque réduit à rien dans les reptiles, animaux apathiques, et dont le seul nom indique la torpeur.

L'auteur termine par cette réflexion, que les parties qui contribuent à la ténacité de la vie, et surtout la moelle allongée, sont, pour le volume, en raison inverse de celles qui concourent à l'intelligence; les animaux qui n'ont pas de ressource pour se défendre avaient besoin d'une vie plus dure, qui se défendît en quelque sorte d'elle-même.

M. Flourens, obligé de faire tant et de si grandes plaies aux cerveaux des animaux pour arriver à résoudre des questions si importantes pour l'humanité, a eu l'occasion de faire de nombreuses observations sur la cicatrisation des plaies de cet organe et sur la régénération de ses téguments, ainsi que sur les phénomènes correspondants qu'offre l'animal dans ses facultés à mesure que ces reproductions avancent. Pour analyser ses observations faites jour par jour, il faudrait les copier, et les détails en seraient assez curieux pour cela si les bornes prescrites à notre travail le permettaient. En général, à la place de la partie enlevée, il se forme un caillot de sang et une croûte sous laquelle s'accumule de la lymphe. L'os s'exfolie ; sous l'os nécrosé et sous cette croûte se forme une peau qui finit par les faire tomber, et sous cette peau même se reforme un nouvel os; mais cette nouvelle peau n'a point de véritable derme, de véritable corps muqueux, ni ce nouvel os ses deux lames et son diploé. La nouvelle peau naît des bords de l'ancienne, et a besoin pour se régénérer entièrement que la lymphe dans laquelle elle se produit soit maintenue en position, ou par la croûte qui se forme, ou par un autre moyen. La partie de cerveau enlevée en entier ne se reproduit pas, mais il se forme une cicatrice sur la partie mutilée. Une simple division se répare par la réunion des parties. La paroi supérieure d'un ventricule, quand on l'a emportée, se reproduit par une production des bords des parties restantes.

Enfin, comme nous l'avons dit en 1822, l'animal reprend petit à petit ses facultés à mesure que les parties se cicatrisent, à moins que les lésions n'aient été par trop considérables.

M. Magendie a fait aussi plusieurs expériences sur les fonctions propres aux diverses parties du cerveau, et a communiqué à l'Académie l'une des plus singulières, qui correspond toutefois assez avec une de celles que M. Flourens a faites sur le cervelet, et lui sert en quelque sorte de complément. Quand on a coupé à un animal la grande commissure du cervelet, ou ce qu'on nomme communément *pont de varole*, au-dessus du passage de la cinquième paire de nerfs, l'animal perd immédiatement le pouvoir de se tenir sur ses quatre pates; il tombe sur le côté où la lame nerveuse est coupée, et roule sur lui-même pendant des jours entiers, ne s'arrêtant que lorsqu'il rencontre un obstacle. L'harmonie du mouvement de ses yeux se perd également; l'œil du côté lésé se dirige irrésistiblement vers le bas, et celui du côté opposé vers le haut. Un cochon d'Inde, ainsi traité, tourne jusqu'à soixante fois par minute.

Cette même rotation a lieu quand on coupe un des deux pédoncules du cervelet; mais si on les coupe tous les deux, l'animal ne fait plus aucun mouvement; c'est de l'équilibre de ces deux organes que dépend la possibilité du repos et même des mouvements réguliers de l'animal.

Des phénomènes analogues se sont présentés quand on a coupé le cervelet lui-même de bas en haut. Si on en laisse les trois quarts à gauche et le dernier quart à droite, l'animal roule à droite, et ses yeux se tournent comme il a été dit. Une section semblable, qui ne laisse qu'un quart à gauche, rétablit l'équilibre; mais si, laissant un quart du cervelet intact à droite, on le coupe du côté gauche à son pédoncule, il tourne à gauche; en un mot, il tourne du côté où on en laisse le moins. Une section verticale du cervelet mit l'animal

dans un état étrange ; ses yeux semblaient sortir de l'orbite ; il penchait tantôt d'un côté, tantôt de l'autre ; ses pates étaient roides, comme s'il avait voulu reculer.

M. Magendie cite une observation de M. Serre, qui prouve que les mêmes effets auraient lieu sur l'homme ; un individu, à la suite d'un excès de boisson, fut saisi d'un tournoiement sur lui-même qui dura pendant toute sa maladie et jusqu'à sa mort. On ne trouva à l'ouverture de son corps d'autre altération qu'une lésion assez étendue de l'un des pédoncules du cerveau.

M. Magendie ne s'est pas occupé seulement des parties centrales du système nerveux ; il a fait, sur les nerfs affectés à chaque sens, des expériences très-curieuses et très-nouvelles.

Jusqu'à présent on avait admis plutôt que démontré que les nerfs de la première paire, ceux qu'on nomme olfactifs, sont spécialement affectés à l'odorat.

M. Magendie, ayant voulu faire ce qui lui semblait presque une œuvre de surérogation, prouver par l'expérience la réalité d'une opinion que personne ne songeait à contester, coupa les nerfs olfactifs d'un jeune chien. Quelle fut sa surprise en examinant le lendemain cet animal, de le trouver sensible aux odeurs fortes qu'il lui présenta ! L'expérience répétée sur d'autres animaux donna des résultats pareils ; l'auteur conjectura que c'était aux nombreux rameaux de la cinquième paire qui se distribuent dans le nez qu'était due cette sensibilité ; il réussit, malgré la profondeur de leur position, à couper ces nerfs des deux côtés, sans accidents graves, à des chiens, à des chats, à des cochons d'Inde, et il fit disparaître ainsi toutes les marques de sentiment dans les narines. Les

animaux qui éternuent, qui se frottent le nez et détournent la tête quand on leur fait respirer de l'ammoniaque ou de l'acide acétique, demeurent impassibles sitôt qu'on leur a coupé la cinquième paire, ou ne manifestent que l'action de ces vapeurs sur leur larynx.

Cette action des substances d'une odeur très-forte a persisté même sur des poules et d'autres oiseaux auxquels on avait enlevé la totalité de leurs hémisphères cérébraux et de leurs nerfs olfactifs.

On pourrait, à la vérité, soupçonner les acides et l'alcali volatil d'agir chimiquement sur la membrane pituitaire, et attribuer ces mouvements plutôt à la douleur qu'à l'olfaction; ce serait alors la douleur seulement, l'irritation qui dépendraient de la cinquième paire : mais M. Magendie, qui convient de la justesse de l'objection, fait remarquer qu'elle est beaucoup moins fondée relativement à l'huile animale de Dippel, à l'huile essentielle de lavande, qui agissaient aussi quand le nerf de la cinquième paire était intact et perdaient toute action quand il était coupé, bien qu'on n'eût pas touché à celui de la première. Ce qui répondra encore mieux à la difficulté sera si les animaux dont la première paire est détruite ne laissent pas que de chercher et de distinguer leurs aliments à l'odorat. Les expériences que l'auteur a faites sur ce point ne lui paraissent pas encore concluantes, mais il promet de poursuivre cette recherche.

Les observations cadavériques faites par M. le docteur Ramon, et que M. Magendie rapporte, prouvent aussi que des hémisphères gorgés de sang et des altérations profondes de leur substance corticale, n'émoussent point la sensibilité du nez même pour les odeurs les plus fugaces.

Mais ce n'est pas seulement à l'exercice régulier de l'odorat que la participation de la cinquième paire de nerfs est nécessaire; elle concourt à tous les sens dans les organes desquels elle se rend; lorsqu'on la coupe à un animal, le toucher s'anéantit aussi, mais à la partie antérieure de la tête seulement; le pavillon de l'oreille et le derrière de la tête conservent leur sensibilité ainsi que le reste du corps.

Les agents chimiques les plus irritants ne lui arrachent plus de larmes; ses paupières, son iris deviennent immobiles; on dirait qu'il n'a plus qu'un œil artificiel. Au bout de quelque temps la cornée devient opaque et blanche; la conjonctive, l'iris s'enflamment et suppurent; l'œil finit par se réduire à un tubercule qui n'occupe qu'une petite partie de l'orbite, et sa substance ressemble à du lait fraîchement coagulé.

Dans cet état, l'animal cesse de se diriger au moyen de ses moustaches, comme il le ferait s'il était simplement privé de la vue; il ne marche que le menton fortement appuyé sur le sol et poussant sa tête devant lui; sa langue ne devient pas moins insensible; elle pend hors de la bouche; les corps sapides n'ont aucune action apparente sur sa partie antérieure, quoiqu'ils en conservent sur son centre et sur sa base. L'épiderme de sa bouche s'épaissit; les dents quittent les gencives.

L'auteur croit même avoir remarqué que la section de la cinquième paire entraîne la perte de l'ouïe; et si ce dernier résultat se vérifiait, tous les sens seraient sous l'influence de ce nerf.

Depuis long-temps on savait que c'est dans le rameau lingual de la cinquième paire que réside essentiellement le sens du goût, et plus récemment les expériences de M. Bell avaient

prouvé que la sensibilité de la face est due aux nombreux rameaux que cette paire y répand; mais on ne considérait pas ceux qu'elle donne au nez, à l'œil et à l'oreille comme aussi essentiels à l'intégrité et même à tout exercice des sens de l'odorat, de la vue et de l'ouïe qu'ils le paraissent d'après les expériences de M. Magendie.

On trouvera le détail de ces expériences et de beaucoup d'autres sur des sujets non moins intéressants dans le Journal de physiologie expérimentale et pathologique dont l'auteur publie chaque année un volume en quatre numéros, et où il recueille tout ce qui repose sur des faits positifs constatés par des observations précises.

M. Flourens a aussi essayé d'appliquer sa méthode d'ablation successive à la détermination de l'usage des diverses parties de l'oreille. On sait que cet organe compliqué se compose, dans les animaux à sang chaud, d'un canal extérieur conduisant à la membrane du tympan qui ferme l'entrée d'une première cavité nommée la caisse, et de laquelle part une chaîne d'osselets, dont le dernier, appelé l'étrier, appuie sur la fenêtre ovale ou sur l'entrée d'une deuxième cavité nommée le vestibule, où aboutissent trois canaux dits semi-circulaires, et l'un des orifices d'une troisième cavité de forme spirale à double rampe, dite le limaçon, dont l'autre orifice donne immédiatement dans la caisse, et porte le nom de fenêtre ronde. Il y a encore les cellules mastoïdiennes creusées dans l'épaisseur des os du crâne et qui communiquent avec la caisse, et un canal nommé trompe d'Eustache qui se rend de la caisse dans les arrière-narines, ou dans l'arrière-bouche.

Dans un premier travail, M. Flourens a cherché à reconnaître quelle est celle de toutes ces parties dont la destruction affecte le plus intimement la faculté d'entendre.

Les pigeons lui ont offert des sujets commodes d'expériences, attendu que dans les oiseaux en général toute l'oreille osseuse n'est enveloppée que d'une cellulosité légère qui se laisse enlever aisément.

Il a donc détruit le méat auditif, le tympan, les premiers osselets, la caisse, sans que l'animal cessât d'entendre; il a enlevé l'étrier, et l'ouïe s'est sensiblement affaiblie; ne faisant que le soulever, et lui laissant reprendre sa place, il a alternativement diminué et rétabli cette faculté; enlevant les canaux semi-circulaires, il a observé des phénomènes bien plus singuliers : non-seulement l'animal a continué d'entendre, mais son ouïe est devenue douloureuse; les moindres sons l'agitaient péniblement : et de plus, sa tête a pris un mouvement horizontal de droite à gauche, d'une violence remarquable, qui ne cessait que lors du repos absolu, mais qui recommençait aussitôt que l'animal voulait seulement faire quelques pas. La mise à nu du vestibule, la suppression même d'une partie de sa pulpe intérieure ne détruit pas entièrement l'ouïe; et pour que ce sens soit anéanti, il faut que toute cette pulpe du vestibule et les expansions nerveuses qui s'y distribuent aient disparu; mais alors aussi l'animal n'entend plus du tout, quand même tout le reste de son oreille serait demeuré intact.

L'auteur en conclut que la pulpe de l'intérieur du vestibule est le siége essentiel de l'audition, et il fait remarquer qu'en effet, d'après les observations de Scarpa et de M. Cuvier, c'est la seule partie qui subsiste dans les animaux in-

férieurs, en sorte qu'on peut croire que les autres parties de l'organe ne servent qu'à donner à ce sens les divers degrés de perfection qui caractérisent les classes plus élevées.

MÉDECINE ET CHIRURGIE.

M. Portal a consigné, dans un ouvrage ex-professo sur l'hydropisie, en 2 vol. in-8°, les résultats de sa longue pratique et de ses observations cliniques et anatomiques. Il y rejette bien loin ces méthodes curatives qui prétendent traiter par des moyens semblables une affection qui peut être due à des causes non-seulement très-diverses, mais souvent entièrement opposées. L'analyse de ces diverses causes, les signes auxquels on peut les reconnaître, les remèdes qu'elles réclament, sont exposés dans son livre avec autant d'ordre que de clarté, et la doctrine y est sans cesse appuyée sur les faits. Après une histoire étendue de l'hydropisie générale, l'auteur passe aux hydropisies particulières, qu'il considère successivement d'après les organes qu'elles affectent ou les cavités qu'elles remplissent, depuis l'hydrocéphale, l'hydrothorax et l'ascite, jusqu'à celles de chaque viscère et à celles des articulations.

Ce travail, fait en conscience, et par un médecin dont la sagacité et la justesse des aperçus ne sont pas moins célèbres que sa carrière a été heureuse, ne pouvait qu'être accueilli avec reconnaissance par ses jeunes émules.

Les médecins ne cessent pas de s'occuper de la fièvre jaune.

M. Audouart, l'un de ceux qui ont mis tant de courage à aller l'observer et la soigner à Barcelonne, a imaginé sur son origine une hypothèse toute nouvelle. Il croit que les navires

employés à la traite des nègres en ont été les foyers primitifs; que la maladie créée en quelque sorte par ce commerce inhumain s'est propagée en Amérique; que ses irruptions sur différents points du globe se sont multipliées en raison de l'activité de ce trafic; et que ce sont en particulier des vaisseaux qui venaient de servir à la traite, qui ont produit les épidémies observées en Espagne dans ces derniers temps.

M. Moreau de Jonnès a communiqué les détails d'un fait qui prouverait d'une manière presque démonstrative la nature contagieuse de la fièvre jaune.

Le sloop de guerre *le Bann*, étant en relâche à Sierra-Leone, envoya des matelots au navire marchand *la Caroline*, pour l'entrer dans le port, et suppléer à son équipage, qui, à l'exception de trois hommes, avait entièrement succombé à la mer par les ravages de la fièvre jaune.

Le *Bann* ayant appareillé pour l'Ascension, la maladie dont était infecté le navire avec lequel il avait communiqué, éclata à son bord pendant la traversée, et fit périr treize hommes en vingt-huit jours. Elle en tua encore vingt, quand il fut mouillé dans l'île, et se répandit à terre parmi les militaires de la garnison. Sur vingt-huit hommes, treize périrent; mais un poste de ces hommes, placé dans une autre partie de l'Ascension, et n'ayant point de communication avec ce poste principal, ne fut point atteint par la maladie.

Il résulte de l'examen de ces faits :

1° Que la fièvre jaune a été portée en 1823, par la communication maritime, au-delà de l'équateur dans l'hémisphère austral, et dans la route du cap de Bonne-Espérance et des contrées orientales;

2° Qu'elle a été communiquée par un navire à un autre navire, et à la garnison de l'île de l'Ascension, où elle a paru pour la première fois;

3° Qu'elle ne s'est point transmise dans cette île au-delà de la sphère des communications; et que les hommes qui se sont trouvés séquestrés naturellement, n'en ont point été atteints;

4° Enfin, qu'en éclatant avec violence au mois de mai par une température modérée, sur un rocher nu, isolé, battu par les vents, où il n'existe ni bois, ni marais, ni population autre qu'un faible poste militaire, elle a montré qu'elle peut être quelquefois indépendante des conditions considérées comme nécessaires à sa propagation; et qu'il suffit, dans certains cas, que son germe soit importé dans un lieu quelconque, pour qu'il produise en se développant les effets les plus meurtriers, et fasse périr le tiers, la moitié, même les trois quarts de ceux qu'il peut atteindre.

Toujours occupé de nous mettre en garde contre les maladies pestilentielles qui peuvent se propager par la contagion, M. Moreau de Jonnès a lu à l'Académie un travail sur l'itinéraire que suit, depuis quelques années, le cholera-morbus de l'Inde; ce mal effrayant qui a causé tant de ravage dans les régions orientales, et qui semble aujourd'hui s'approcher de l'Europe par plusieurs côtés.

Dans l'espace de sept ans, de 1817 à 1823, il s'est répandu de proche en proche, depuis les Moluques jusqu'au rivage de la Syrie, et depuis les îles de France et de Bourbon jusqu'aux côtes de la mer Caspienne et à l'embouchure du Volga: ce qui place les points extrêmes de ses ravages à une distance

de treize cent quarante lieues, dans la direction du nord au sud; et de dix-neuf cents lieues, dans celle de l'est à l'ouest.

Cette maladie ne dépend, selon M. de Jonnès, d'aucune prédisposition individuelle, ni d'aucune situation particulière; elle a attaqué également tous les âges, tous les sexes, tous les tempéraments, toutes les races, l'Indou, le Chinois, le Malais, l'Arabe, le Nègre, le Turc et l'Européen.

Elle ne dépend pas non plus des extrêmes de la température atmosphérique; ses ravages ont eu lieu dans toutes les saisons de l'année : lorsque le thermomètre s'élevait au 32e et même au 37e degré centésimal, et lorsque, dans les montagnes de l'Inde, le mercure descendait au 10e degré et même au 4e.

Elle n'est point l'effet de l'humidité de lieux bas et inondés, tels que ceux qui avoisinent les embouchures du Gange et de l'Indus, puisqu'elle s'est établie, avec une égale violence, dans les hautes montagnes du Népaul, dans les mornes élevés de l'île de France, dans les sables de l'Arabie, et qu'elle a traversé les déserts du Diarbékir et les steppes de la Tartarie.

Elle ne dépend pas du mauvais air, des eaux stagnantes, des miasmes des marais ou d'autres causes de cette nature, puisqu'elle règne dans une multitude de lieux où il n'existe rien de semblable.

Elle ne dépend point d'une constitution viciée de l'atmosphère, puisqu'elle s'est montrée avec la même malignité aux extrémités opposées de l'Asie et pendant un période de sept ans.

Elle n'est point le résultat d'une nourriture nuisible, telle qu'une espèce de poisson du Gange ou le riz de l'Oude au-

quel on l'a attribuée, puisqu'elle sévit également sur des populations dont le régime alimentaire n'est pas le même.

Elle n'est pas propagée par les vents comme on l'a supposé, car souvent elle n'envahit point des lieux intermédiaires aux lieux infectés ; elle s'étend dans une direction opposée aux courants dominants ; elle atteint des îles situées à mille lieues du lit des moussons, qu'on prétend en être les agents; et, ce qui est tout-à-fait incompatible avec la rapidité de ces moteurs, il lui a fallu une année pour traverser la péninsule de l'Inde, trois ans pour envahir les archipels de l'océan Indien, quatre pour gagner l'entrée du golfe Persique, et sept pour atteindre les bords de la Méditerranée.

Ces exclusions conduisent M. de Jonnès à croire que cette maladie n'est point identique avec celle dont elle a reçu le nom, attendu que le cholera-morbus ordinaire est sporadique, individuel, dépendant des saisons, des aliments, des constitutions ; tandis que le fléau désigné premièrement au Bengale par cette appellation serait une maladie pestilentielle, indépendante de ces agents, qui se propage d'une manière analogue à celle des contagions, et se reproduit sans doute par une véritable assimilation, mais en suivant des lois particulières dont la connaissance est imparfaite.

Enfin, dit l'auteur, cette maladie formidable s'étend de proche en proche par les communications, remontant les fleuves, et pénétrant dans les provinces les plus reculées au moyen de la navigation intérieure; suivant les armées dans leurs marches, les Indiens dans leurs pélerinages, les bâtiments de guerre et du commerce dans leurs expéditions, et traversant les mers avec les navigateurs, les déserts avec les caravanes, et les chaînes de montagnes avec les voyageurs ou les fuyards.

Une maladie encore plus menaçante, selon M. Moreau de Jonnès, serait celle qu'il nomme la varioloïde, sorte de modification de la petite-vérole, plus mortelle, et dont ne préserverait ni la vaccine, ni la petite-vérole elle-même, soit naturelle, soit inoculée.

Elle a déja, dit-on, paru fréquemment aux États-Unis, s'est montrée aux Antilles, a exercé de grands ravages à Hambourg, et paraît s'étendre d'une manière inquiétante dans les îles Britanniques. On nous donne du moins la consolation de nous assurer que la vaccine, si elle ne prévient pas la varioloïde, en amortit beaucoup les effets. Dans un hôpital de Philadelphie, sur cent quarante-huit individus attaqués de cette maladie, quarante-sept avaient été vaccinés, et aucun n'a péri; huit avaient eu la petite-vérole, et il en est mort quatre; les quatre-vingt-treize autres n'avaient eu ni la petite-vérole ni la vaccine, et il en a succombé cinquante-deux. A Édimbourg, sur quatre-vingt-huit individus attaqués, vingt-quatre qui avaient été vaccinés ont éprouvé la maladie avec une atténuation de malignité très-remarquable et sans effet funeste. Sur les soixante-quatre autres, quarante-neuf l'ont eue d'une manière cruelle et dangereuse, et vingt-trois ont succombé.

Elle ne peut donc qu'exciter de plus en plus à la propagation de ce bienfait admirable de la vaccine.

Une des découvertes les plus précieuses dont la chirurgie se soit enrichie depuis bien des années, paraît être la méthode imaginée par M. Civiale pour limer la pierre dans la vessie, la réduire en poussière, et la faire sortir avec les urines, sans aucune opération douloureuse.

Après tant d'essais infructueux pour la dissoudre, et

lorsque les méthodes les plus parfaites pour l'extraire sont encore accompagnées de tant de douleurs et de dangers, on n'osait pas s'attendre à des procédés si simples, et sujets à si peu d'inconvénients. Une sonde droite et creuse que l'opérateur apprend à introduire sans autant de difficultés que la direction flexueuse de l'urètre pouvait le faire craindre, contient une autre sonde creuse aussi, et dont l'extrémité se divise en trois branches courbes et élastiques. Une fois la première sonde dans la vessie, on en fait saillir le bout de la seconde; ses branches devenues libres s'écartent par l'effet de leur élasticité. On cherche à saisir entre elles le calcul que l'on veut détruire, et, quand on s'aperçoit qu'il y est pris, on l'y fixe en retirant un peu cette sonde intérieure; alors on fait avancer un stylet qui est dans l'axe des deux sondes, et dont le bout est en forme de lime ou de scie circulaire, ou comme une petite couronne de trépan; et le faisant tourner avec un archet, on réduit ainsi en deux ou trois reprises la pierre en poussière. Une injection d'eau tiède débarrasse chaque fois la vessie des parcelles et du détritus que l'opération a détachés. On entend le bruit de l'instrument qui agit sur la pierre. Le patient éprouve plus de gêne que de douleur. Après qu'il est délivré, quelques bains de siége, quelques sangsues au périnée, l'usage d'une boisson douce et détersive, sont les seuls auxiliaires que l'on ait jugé utile d'employer. Les commissaires de l'Académie ont vu délivrer ainsi en trois seances, d'un mal cruel, un homme que ces opérations fatiguaient si peu qu'il venait à pied chez le chirurgien pour les faire reprendre. Plusieurs autres cures non moins heureuses ont eu lieu sous leurs yeux. Sans doute des pierres enkistées, c'est-à-dire enchâssées dans le tissu de la vessie, des pierres

trop grosses pour être saisies par la petite pince à trois branches que la sonde doit introduire, échapperont encore à cette méthode; peut-être même quelque fragment que l'on n'aurait pas fait sortir deviendra-t-il le noyau d'un autre calcul; mais ces exceptions peu nombreuses n'empêcheront pas la découverte de M. Civiale de porter du soulagement à une infinité de malheureux.

M. Proust, à l'occasion d'un énorme calcul du poids de 12 onces, extrait dernièrement à une femme par la taille latérale, s'est livré à des recherches qui lui ont suggéré des idées nouvelles sur l'une des causes qui peuvent amener cette terrible concrétion.

Les urines de cette malheureuse, s'écoulant par une fistule qui lui est encore restée, déposent une matière abondante et cristalline, qui enduit les parties voisines, et qui consiste principalement en phosphate de chaux, et en urate d'ammoniaque; soumises à l'examen, elles se sont trouvées spécifiquement beaucoup plus légères que celles d'une personne du même sexe et de même âge à l'état sain; l'agitation les rend laiteuses; leur odeur est ammoniacale, et elles donnent à la distillation beaucoup de carbonate d'ammoniaque; les acides en séparent un mucilage animal très-abondant, produit par un catarrhe dont la vessie est affectée. Enfin, ce qui est bien notable, elles ne contiennent point d'urée, quoiqu'il y en ait d'ordinaire dans l'urine des femmes plus que dans celle des hommes. C'est à la présence de l'ammoniaque que M. Proust attribue cette disparition de l'urée pour former l'urate d'ammoniaque qui se précipite avec le phosphate de chaux; d'où il conclut que rien n'est plus propre à occasioner le calcul que ce qui peut contribuer à introduire des

alkalis dans l'urine. Aussi fait-il remarquer que, malgré la présence du carbonate de soude dans le sang, la nature a soin de ne pas le laisser arriver dans les urines, où l'on n'en rencontre jamais.

AGRICULTURE ET TECHNOLOGIE.

Nous terminerons cette Notice, déja si longue, par l'annonce de trois ouvrages sur les applications des sciences aux besoins journaliers de l'homme : les *Essais de constructions rurales économiques*, où M. le vicomte de Morel-Vindé présente des plans de différente étendue, propres à procurer à peu de frais, aux cultivateurs, des logements salubres et proportionnés aux besoins de leurs exploitations; les *Annales agricoles de Roville*, par M. Mathieu de Dombasle, récemment nommé correspondant, écrit plein d'observations intéressantes sur le plus utile des arts, et dont M. Yvart a publié une *Analyse raisonnée* qui nous dispense d'entrer dans plus de détail; enfin, le *Rapport du jury central sur les produits de l'industrie française présentés à l'exposition de* 1823, rapport rédigé par M. le vicomte Héricart de Thury, et qui offre des preuves nouvelles et multipliées de la liaison intime des sciences avec les arts, et des perfectionnements qui en résultent dans tous les moyens par lesquels l'homme en société pourvoit à ses besoins.

ÉLOGE HISTORIQUE

DE

M. RICHARD,

LU DANS LA SÉANCE PUBLIQUE DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, LE 20 JUIN 1825,

PAR M. LE BARON CUVIER, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

M. Richard nous offre l'exemple d'un accord bien rare entre les inclinations et la naissance. La position de ses parents et son génie naturel ont semblé également le destiner à devenir un grand botaniste; et aucun obstacle n'a pu s'opposer à ce qu'il répondît à cette double impulsion. Depuis plus d'un siècle sa famille était en quelque sorte vouée au service de l'histoire naturelle. Le nom de son bisaïeul, chargé du soin de la ménagerie de Versailles sous Louis XIV, avait acquis une certaine célébrité par les plaisanteries burlesques du comte de Grammont. Celle d'Antoine Richard son grand-père fut d'un meilleur genre. C'était lui qui dirigeait, sous les

ordres de Bernard de Jussieu, ce beau jardin de botanique de Trianon où Louis XV venait chaque jour oublier un instant et les pompes de sa cour et les soucis de son gouvernement. Les chefs des colonies, les navigateurs, se faisaient un devoir d'offrir en tribut au monarque les végétaux les plus rares des pays lointains; et le prince à son tour s'en faisait un de distribuer ces richesses aux plus fameux botanistes. C'est ainsi que le jardinier Richard correspondait avec les Linnæus, les Haller, les Jacquin, et tout ce que la science possédait alors d'hommes de génie et de talent. Ses fils étaient aussi employés à ce commerce scientifique. Le plus jeune, nommé Antoine comme son père, fut un des voyageurs que Louis XV chargea d'enrichir sa collection de plantes vivantes. Il visita l'Auvergne et l'île de Minorque, et y fit de riches récoltes. La botanique lui doit quelques espèces précieuses. Son aîné, Claude Richard, père de notre académicien, fut placé à la tête d'un jardin que le Roi avait acquis à Auteuil, et qui était une sorte de succursale de celui de Trianon. C'est dans ce jardin que naquit M. Claude-Louis Richard dont nous avons à vous entretenir. Il naquit donc au milieu des plantes; il apprit à les connaître plutôt que les lettres de l'alphabet; et il dessinait déja des fleurs ou des plans de jardin avant d'écrire correctement. Ainsi on peut dire de lui sans figure qu'il avait sucé la botanique avec le lait; il ne se souvenait pas d'un moment de sa vie où il n'eût déja été une sorte de botaniste; et si jamais il fit d'autres études, ce fut toujours à la botanique qu'il les rapporta. C'était pour elle qu'il se perfectionnait dans le dessin, et presque pour elle seule qu'il se donnait la peine de suivre ses classes, et d'apprendre le latin et le grec. Cependant ses progrès n'étaient guère moin-

dres que ceux d'enfants qui n'auraient appris ces choses que pour elles-mêmes. A douze ans il savait les Géorgiques par cœur : la finesse et la pureté de ses dessins avaient quelque chose d'étonnant.

Mais ces talents précoces, qui auraient dû lui attacher ses parents, et lui procurer une jeunesse heureuse, furent précisément les causes des premières contrariétés qu'il éprouva, et qui peut-être, en altérant son humeur et sa santé, préparèrent celles du reste de sa vie. L'archevêque de Paris, M. de Beaumont, visitait quelquefois le jardin d'Auteuil, et en aimait le directeur. L'intelligence et l'instruction de cet enfant lui inspirèrent de l'intérêt, et il promit de l'avancer si on le vouait à l'église. C'était lui ouvrir la seule carrière où le talent sans naissance et sans fortune pût alors se promettre d'arriver aux honneurs et à l'aisance; et c'était la lui ouvrir sous les auspices les plus favorables. Il n'était rien qu'il ne pût espérer des bontés du prélat secondées par la protection que le Roi accordait à sa famille; et M. Richard le père, qui avait encore neuf autres enfants, et qui n'était pas riche, même pour un jardinier, ne pouvait manquer de saisir avec ardeur de pareilles espérances : mais son fils en avait décidé autrement. Rien ne put fléchir l'invincible résolution de cet enfant. Sans hésiter et sans varier il déclara qu'il serait botaniste; qu'il serait jardinier, s'il le fallait, et rien de plus. Ni les prières, ni les menaces, n'eurent d'effet sur lui; et le mécontentement de son père en vint au point qu'il le mit hors de sa maison, ne lui accordant que dix francs par mois pour ses aliments.

Le jeune Richard n'avait pas alors tout-à-fait quatorze ans; et combien d'enfants de cet âge une pareille disgrace n'eût-

elle pas conduits aux désordres les plus avilissants, ou peut-être à une mort misérable! Pour lui, il montra le courage et la prudence d'un homme fait. Il se rendit tranquillement à Paris dans le quartier latin; y loua un coin de grenier; parcourut la ville pour trouver un architecte qui lui donnât des plans de jardin à copier; consacra à ce travail une partie de ses nuits; et, après avoir ainsi assuré sa subsistance, il employa les jours à suivre avec régularité les leçons du collége de France et du Jardin du Roi. Mais il ne se borna pas à ces premières précautions. La beauté de ses dessins, la fidélité qu'il mettait à les exécuter au temps convenu, lui procurèrent beaucoup d'ouvrage. Petit à petit on le chargea de diriger par lui-même l'exécution des plans qu'il avait tracés; et, en même temps qu'il faisait ainsi des profits considérables, il mit tant d'ordre et d'économie dans sa manière de vivre, qu'au bout de quelques années, ne demandant plus même à son père le misérable subside qui lui avait été promis, non-seulement il s'était soutenu avec décence, il avait accumulé plus de 80,000 livres.

Mais ses épargnes avaient le même but que ses études; elles se rapportaient toujours à la botanique. Ainsi que la plupart des hommes épris de l'amour de la nature, il voulut agrandir la sphère de ses observations, et aller chercher des plantes nouvelles dans les pays lointains. C'était pour atteindre ce but, sans être à charge à personne, qu'à quinze et dix-huit ans, et au milieu de Paris, il menait la vie d'un anachorète, et ne se donnait d'autre délassement que de changer de travail. Il ne manquait surtout à aucune des leçons et des herborisations de Bernard de Jussieu, de cet homme le plus modeste et peut-être le plus profond des botanistes du

dix-huitième siècle; qui, sans avoir presque rien publié, n'en est pas moins le génie inspirateur des botanistes modernes; comme ces législateurs des anciens peuples, dont les lois, pour n'être pas écrites, n'en étaient que plus religieusement observées.

Bernard de Jussieu n'était pas seulement un grand homme, il était encore un homme bienveillant, adoré de ses élèves, parce que lui-même les aimait, et s'occupait de leur sort non moins que de leur instruction. Un jeune homme aussi passionné pour la science que M. Richard, et qui mettait tant d'esprit dans sa passion, ne pouvait échapper à son attention. Il l'admit dans son intimité, l'initia dans ses vues, et dirigea même les premières recherches qu'il se hasarda de faire sur les nombreuses familles du règne végétal dont l'organisation n'était pas encore entièrement connue.

Les encouragements d'un si grand maître enhardirent enfin notre jeune jardinier à montrer que *lui aussi était botaniste.* Il vint lire un mémoire à l'Académie sur l'une des questions les plus ardues de la science; et par cette heureuse témérité il se plaça en quelque sorte tout d'un coup dans les premiers rangs de ceux qui la cultivaient.

Les genres du Cynanchum et de l'Asclepias, dans la famille des Apocynées, étaient alors le sujet des discussions les plus vives. L'intérieur de leurs fleurs offre autour du pistil divers cercles d'organes dont aucun n'a bien décidément la forme ordinaire d'une anthère. Ceux du rang extérieur représentent chacun un petit cornet du fond duquel s'élève un filet crochu. Entre eux est un corps pentagone formé de la réunion de cinq écailles verticales qui s'ouvrent chacune à sa partie supérieure en deux petites loges. Ce corps est sur-

monté d'une espèce de chapiteau pentagone creusé en dessus de cinq petites fentes, et sur ses côtés de cinq fossettes auxquelles répondent autant de petits corps noirs divisés et prolongés chacun en deux filaments jaunes et grenus, semblables à deux petites massues ou à deux petites spatules, et qui s'enfoncent dans les loges des écailles verticales qui leur correspondent. Le problème était de déterminer lesquels de ces organes compliqués sont les véritables anthères, et l'on y attachait d'autant plus d'importance que le système sexuel fondé sur les étamines et sur les pistils dominait alors exclusivement en botanique. Aussi y avait-il sur la question presque autant d'opinions que de botanistes célèbres. Linnæus prenait les écailles pour les étamines; selon Adanson, les écailles n'étaient que les anthères, et les petits cornets étaient leurs filaments. Jacquin regardait les anthères comme placées dans l'intérieur des loges des écailles. Selon M. Desfontaines, les corpuscules noirs étaient les vraies anthères, et les fentes du pistil, vis-à-vis desquelles ils sont placés, faisaient l'office de stygmates. Ce fut au milieu de cette divergence dans les avis d'hommes de la première réputation que M. Richard ne craignit point de proposer aussi le sien. Il chercha à établir que le chapiteau est le stygmate; que les corpuscules noirs qui y adhèrent en sont des parties ou des divisions; que les loges du corps pentagone sont les anthères, et que c'est leur poussière agglutinée qui forme les petites masses des filets qui terminent les corpuscules noirs. Si les botanistes n'ont pas encore tous considéré ces déterminations comme démontrées, la plupart conviennent au moins que ce sont les plus vraisemblables de celles qui ont été proposées.

Cependant une occasion se présenta à M. Richard de réaliser le projet qu'il nourrissait dès l'enfance. M. Necker et M. de Castries désirèrent d'envoyer dans nos colonies d'Amérique un homme en état d'y propager les productions des Indes que Poivre et Sonnerat leur avaient procurées au péril de leur vie, ainsi que de faire connaître celles de leurs propres productions dont il serait possible de tirer un parti utile. L'Académie invitée à leur indiquer un sujet porta ses vues sur M. Richard, et le roi Louis XVI, qui l'avait vu tout enfant, et qui connaissait personnellement la plupart des individus de sa famille, approuva avec plaisir sa nomination. On sait que ce prince infortuné aimait et cultivait la géographie. Il fit à M. Richard l'honneur de l'appeler plusieurs fois dans son cabinet, et de lui montrer sur une carte de la Guyane les cantons dont l'examen lui paraissait devoir offrir le plus d'intérêt; les rivières dont il désirait que l'on fixât mieux le cours, et d'autres objets à la connaissance desquels il attachait de l'importance. Ces audiences, ces directions données immédiatement par le Roi, les promesses qu'y joignit le ministère, ne pouvaient manquer d'exalter encore l'ardeur naturelle de notre jeune naturaliste. Plein de courage et d'espérance, et sans songer le moins du monde aux précautions et aux formalités qui auraient rendu plus positifs les engagements que l'on prenait avec lui, il n'hésita point à faire sur son petit capital toutes les avances de son voyage; et, pendant le voyage même, il ne songea pas davantage à ses intérêts : ce qui l'occupa le moins fut ce qui se passait en France dans cet intervalle, et l'influence que ces événements pouvaient avoir sur sa position.

Il aurait pu apprendre de bonne heure cependant que ni

la protection personnelle d'un roi, ni les ordres de ses ministres ne sont pas toujours des garanties suffisantes contre les caprices de personnages d'un rang bien inférieur. On raconte qu'un pacha menacé par un opprimé de la colère du sultan et de celle de Dieu, répondit : *Le sultan est bien loin, Dieu est bien haut, et ici c'est moi qui suis le maître.* Le gouverneur de Cayenne, sans tenir le même langage, se conduisait d'après le même principe. L'intérêt le plus sordide était son seul mobile. Il avait rempli de légumes à son usage le jardin royal destiné à la culture des épiceries; et M. Richard, dont la principale fonction à Cayenne devait être la direction de ce jardin, et qui s'y était fait conduire en arrivant, ne put même obtenir d'y entrer. Ce qu'il éprouva relativement aux girofliers ne le surprit et ne l'indigna pas moins. Le gouverneur, imaginant d'imiter pour son profit les procédés tyranniques tant reprochés aux Hollandais, avait prétendu que les colons négligeaient trop la culture de ces arbres; et, en conséquence, il avait ordonné de transporter tous les individus épars sur les habitations dans un endroit éloigné et solitaire où, sous le nom du Roi, il prétendait en avoir seul le monopole. Une ordonnance si absurde avait tellement indigné les propriétaires, que la plupart avaient mieux aimé détruire leurs arbres que de les livrer. Mais enfin le gouverneur était devenu maître de tous ceux qui subsistaient; il les gardait comme le dragon des Hespérides, et M. Richard, envoyé par le roi de France dans une colonie française, avec la mission expresse d'y propager les girofliers, et de les répandre dans nos autres îles, ne put même approcher du lieu où on les avait confinés. Il fut obligé, pour en avoir quelques graines, de faire à Cayenne ce que Poivre et

Sonnerat avaient fait dans les Moluques; et il lui coûta presque autant de peines pour donner le giroflier à la Martinique que ces courageux citoyens en avaient pris pour le procurer à l'Ile-de-France. Il arriva même qu'un navire expédié de l'Ile-de-France, ayant apporté un certain nombre de plants que l'on croyait du vrai poivrier, ce gouverneur n'eut pas honte de faire entendre que si on voulait les multiplier, ce serait pour lui et sur son habitation privée. Il avoua même que déja il avait fait préparer un terrain à cet effet par les noirs du Roi. Je n'ai pas besoin de dire comment une telle insinuation fut reçue d'un jeune homme qui, dès l'âge de treize ans, avait montré un caractère si ferme. Aussi vit-il chaque jour les contrariétés s'accroître. Il fallut qu'il fît le bien malgré ses supérieurs, comme il s'était fait botaniste malgré ses parents; et toutefois son activité prévalut encore assez sur les obstacles pour qu'il ait rendu, dès ce premier temps, de grands services à la colonie. Il lui fut permis du moins de soigner et de répandre quelques végétaux que le gouverneur n'avait pas jugés dignes de sa sollicitude exclusive. Le *litchi* (scytalia litchi), le *sagoutier* (sagus palmapinus), le *jamier* ou *pomme rose* (eugenia jambos), le *manguier* (mangifera indica), n'eurent à vaincre pour se multiplier que l'indolence naturelle aux colons. Le bambou, dont l'utilité fut plus promptement sentie, fut cultivé partout; et l'on en a aujourd'hui en abondance et d'énormes. Ayant trouvé en 1785 l'occasion de faire un voyage au Brésil, M. Richard en rapporta à Cayenne le talin ou pourpier du Para (talinum oleaceum), herbe charnue, tendre, un peu acidule et rafraîchissante, qui donne une salade agréable. Il se rendit ensuite dans les Antilles, et y passa depuis le mois de février

1786 jusqu'en novembre 1787. Il réussit à se procurer dans l'île de Sainte-Croix l'*eugenia expetita,* fruit délicieux, qui fait aujourd'hui l'ornement des plus beaux desserts.

Il vint enfin des temps meilleurs. Un autre gouverneur, M. de Villebois, se trouva être un homme bienveillant et éclairé. A peine eut-il entendu M. Richard qu'il abrogea les restrictions odieuses mises à la culture par son prédécesseur; et pendant le peu de temps que notre botaniste demeura sous ses ordres, aucune entrave ne fut plus mise à ses opérations. D'ailleurs, quand il était par trop excédé des vexations qu'il éprouvait, M. Richard se consolait par des recherches de pure histoire naturelle. Les habitudes agrestes de son ancien métier lui permirent des excursions qui auraient effrayé des naturalistes de cabinet. Bon chasseur et habile tireur, il ne redoutait ni les forêts les plus épaisses, ni les marécages les plus malsains. Deux fois ses chiens furent dévorés par ces énormes serpents, qui, du haut des arbres, guettent les animaux, et se jettent même quelquefois sur les hommes. Un talent qu'il eut surtout fut de s'attirer l'amitié et la confiance des sauvages. Ils l'aidèrent dans ses chasses, l'admirent dans leurs cases, et ne se cachèrent point de lui dans leurs pratiques les plus secrètes. C'est ainsi qu'il découvrit que si on les a long-temps crus naturellement imberbes, et si l'on a fondé sur cette erreur des systèmes nombreux et bizarres, c'est tout simplement parce qu'ils s'arrachent avec un soin superstitieux le moindre germe de poil à mesure qu'il se montre. Ils emploient pour cela, au lieu de pinces, les valves d'une espèce particulière de moules.

Ces excursions prolongées, celles qu'il fit au Brésil et dans les Antilles, procurèrent à M. Richard des collections consi-

dérables dans les trois règnes. Son herbier était surtout remarquable, non-seulement par sa belle conservation, mais par le soin qu'il avait pris d'y joindre des dessins faits sur nature vivante de tous les détails de la fleur et du fruit. Rien ne pouvait être plus précieux, rien ne l'est même encore aujourd'hui que cette série de dessins. Trop long-temps les botanistes voyageurs n'avaient donné des plantes que des descriptions superficielles. Depuis Linnæus on apportait plus d'attention aux organes sexuels; mais la position relative des parties, l'attache de la graine dans l'intérieur du fruit, l'intérieur de la graine elle-même, étaient négligés ; et pour les plantes que l'on ne pouvait pas se procurer aisément en Europe, il n'y avait aucun moyen d'y suppléer. Des herbiers, des fruits desséchés, ne donnaient que des renseignements insuffisants ou incertains. C'est ce besoin de la science que M. Richard, dès le temps où il suivait les leçons de Bernard de Jussieu, avait parfaitement senti, et auquel il avait surtout résolu de subvenir. Ainsi dans le même temps où Gærtner travaillait avec tant de peine dans son cabinet à sa célèbre carpologie, notre botaniste, plus favorisé par sa position, décrivait et dessinait dans les bois et les savannes de Cayenne les fruits frais où les parties les plus délicates se voyaient distinctement, où chaque tégument, chaque pulpe, chaque graine avait conservé sa couleur et sa consistance.

Mais, au milieu de cette nature sauvage, si riche et si nouvelle pour lui, les plantes n'eurent pas seules le droit d'exciter son attention. Ces oiseaux singuliers, ces poissons, ces reptiles, de formes étranges et bizarres, le rendirent presque malgré lui zoologiste et même anatomiste; et il fut l'un et l'autre comme il avait été botaniste, c'est-à-dire avec ardeur et passion. Dans ce climat à la fois humide et brûlant, où

quelques heures changent un corps mort en un cadavre infect, il recueillit les peaux, les squelettes des animaux; il en dessina et décrivit les viscères. Nous avons vu dans ses papiers des observations neuves pour le temps sur les organes de la voix des oiseaux, sur ceux de la génération et de la digestion de plusieurs quadrupèdes. La mer et les rivières lui avaient fourni les mollusques les plus singuliers. Il avait observé surtout avec beaucoup de soin, et à l'état de vie, les animaux qui forment et qui habitent les coquilles; classe que l'on avait jusqu'alors presque toujours négligée, uniquement occupé que l'on était de ces brillants téguments.

C'est avec ces trésors qu'il revint en France, après une absence de huit années. Il débarqua au Havre, au printemps de 1789.

Étranger, comme il l'était demeuré au fond de ses bois, à tout ce qui s'était passé dans cet intervalle, il ne doutait pas que l'accueil le plus honorable ne fût le prix de ses travaux; les savants et les administrateurs devaient également s'empresser autour de lui, les uns pour s'informer de ses découvertes, les autres pour acquitter la dette du public. Mais nous venons de le dire, c'était en 1789. M. de Buffon était mort l'année précédente; sa place avait été donnée à un courtisan d'un caractère doux et loyal, mais sans énergie, et surtout sans aucune des notions qui auraient été nécessaires pour remplir de si importantes fonctions. Ainsi l'histoire naturelle n'avait plus de protecteur; et d'ailleurs la protection la plus puissante aurait-elle pu se faire entendre au milieu des embarras qui accablaient de toutes parts un gouvernement aussi inhabile que malheureux? Notre pauvre voyageur, un rapport de l'Académie à la main, qui constatait l'étendue

et l'importance de ses travaux, frappa à toutes les portes; mais les ministres, et jusqu'aux moindres commis, tout était changé : personne ne se souvenait plus qu'on lui eût fait des promesses. Il n'importait guère à des gens qui voyaient chaque jour leur tête menacée, qu'il fût venu un peu plus de girofle à Cayenne, ou qu'on y eût propagé des Litchis et des Eugenia. Des découvertes purement scientifiques les touchaient encore bien moins. Ainsi M. Richard se trouva avoir employé son temps, altéré sa santé, et sacrifié la petite fortune qu'il avait si péniblement acquise, sans que personne daignât seulement lui laisser entrevoir quelque espérance d'assurer son avenir. Il ne lui restait qu'à recommencer le genre de vie auquel il s'était voué à l'âge de quatorze ans.

L'histoire naturelle exige peut-être de celui qui s'y livre plus de courage qu'aucun autre genre d'étude, non-seulement pour affronter les dangers obscurs et continuels qui le menacent dans ses recherches, mais pour supporter la mauvaise fortune. Au milieu de cet attirail matériel, sans lequel il ne peut rien, le naturaliste est comme attaché à la glèbe. Que le génie du poète, du métaphysicien, du géomètre, se soutienne, s'exalte même dans la solitude et la pauvreté, on le conçoit. Leurs pensées sont indépendantes des choses d'ici-bas : mais dans une science qui repose sur l'inspection et la comparaison de tant de milliers d'êtres et de parties d'êtres, dans une science dont les proportions générales ne se forment que du rapprochement de milliers de faits particuliers, le plus beau génie, sans de nombreux sujets d'observations, sans tout ce qui peut rendre l'observation facile et journalière, ou s'annulerait ou se perdrait dans des systèmes fantastiques et vains. Qui s'étonnerait donc que M. Richard,

gêné dès l'enfance par ses parents dans ses inclinations, excédé de travaux dans son adolescence, contrarié à Cayenne par un despote subalterne dans toutes ses vues, dans l'exercice même des devoirs qui lui étaient prescrits, négligé et rebuté enfin à Paris par ceux qui auraient dû le récompenser noblement de ses services, ait conçu une misanthropie qui ne fit que rendre le reste de sa carrière plus pénible, et lui ôter le peu de secours qu'avec de la patience et de la douceur il aurait pu encore espérer?

Plus les hommes en pouvoir ont de torts, et moins il faut leur en parler si l'on veut qu'ils les réparent. Mais tous les opprimés ne sont pas de caractère à se plier à cette maxime, et M. Richard l'était moins que personne. Après quelques essais infructueux pour obtenir justice, il se confina dans la retraite, ne vivant, n'étudiant que pour lui-même, ne communiquant les objets qu'il avait rassemblés, les observations qu'il avait faites, qu'à peu de personnes, et de préférence à des étrangers. On aurait dit que chacun de ses compatriotes qu'il voyait mieux traité, lui paraissait avoir usurpé ses droits. Ce qui est certain, c'est que le silence obstiné qu'il a gardé a été un dommage immense pour toutes les branches de l'histoire naturelle. Un savant étranger, parfaitement en état d'en juger (1), et qui a donné sur M. Richard une notice biographique, l'appelle l'un des plus grands botanistes de l'Europe. C'était aussi d'après ses manuscrits qu'il en avait pris cette idée. M. de Jussieu, l'un de ses anciens maîtres, et presque le seul de nos confrères qui eût conservé quelque part dans sa confiance, a souvent admiré les nombreuses

(1) M. Kunth.

analyses de fleurs et de fruits consignées dans ses dessins.

La zoologie n'a pas moins souffert de cette humeur chagrine que la botanique. Ses travaux sur les coquilles étaient de la plus grande importance. Aucune collection en ce genre n'était mieux distribuée, plus exactement nommée que la sienne. On assure que plusieurs de ses idées sur les testacés, leurs rapports, les bases d'après lesquelles il convient de les distribuer, communiquées par la conversation, passèrent dans les ouvrages d'écrivains qui ne s'en sont pas vantés : mais ces plagiats ne changèrent pas sa résolution.

Une partie de ses collections a été acquise après sa mort pour le cabinet du Roi; et l'on y a trouvé des poissons et des mollusques qui, s'il les eût fait connaître dès le moment où il les rapporta, auraient évité des méprises aux plus habiles naturalistes. Non-seulement la science perd à ces retards, elle s'en obscurcit. En trente années les ouvrages se multiplient; les erreurs, qu'un mot aurait dissipées, se répètent; elles finissent par s'enraciner si bien qu'on ne peut plus les réfuter que par de longues dissertations.

Cependant M. Richard était sorti de l'état pénible qui lui avait inspiré de si tristes résolutions. Fourcroy, en établissant en 1795 l'École de Médecine, l'y avait fait nommer professeur de botanique. Il y avait trouvé l'occasion de planter un beau jardin; et, se livrant à ce nouveau devoir avec beaucoup de zèle, il y forma plusieurs excellents élèves. Mais son habitude était prise, et quant à la manière de vivre, et quant à la difficulté de disposer ses travaux pour la publication. Ce fut à peine si l'on put, vers la fin de sa vie, le décider à donner quelques échantillons de ses recherches dans des recueils scientifiques : peut-être même y eut-il regret,

On se représente d'ordinaire la botanique comme une science aussi douce, aussi paisible que les objets qu'elle étudie : malheureusement elle ne change pas le caractère des botanistes, et elle n'imprime pas le sien à leurs discussions. M. Richard, comme la plupart des solitaires qui ont long-temps nourri de certaines idées sans contradicteurs, fut vivement blessé des objections qu'éprouvèrent une partie de celles qu'il mit en avant. Il répondit d'un ton qui prouvait bien à quel point il était devenu étranger au monde et à ses formes. Les répliques ressemblèrent peut-être un peu trop aux réponses : son repos fut troublé par ces altercations, et sa mauvaise santé s'en aigrit encore. Au total, cependant, ces dissertations étonnèrent par la profondeur et la sagacité des vues, et par les immenses observations qu'elles supposaient. L'une d'elles, intitulée *Analyse du fruit* (1), et qui n'est pas même sortie de sa plume, mais a été seulement écrite à ses leçons par un de ses élèves, est si pleine et si concise qu'elle équivaut à un grand ouvrage; et le savant botaniste que nous avons déja cité regrette que Gærtner n'ait pu la connaître avant de composer le sien : il y eût, dit-il, beaucoup gagné. Ce petit écrit fut traduit aussitôt en plusieurs langues. Les observations qu'il contient sur les embryons des plantes, que l'auteur nomme *endorhizes*, ou de ce qu'on appelle d'ordinaire monocotylédones, étaient surtout aussi neuves qu'importantes, et il les développa dans un mémoire sur la germination des graminées, accompagné de figures d'une précision sans exem-

(1) Démonstrations botaniques, ou Analyse du fruit, considéré en général, par M. R. Cl. Richard, publiées par H. A. Duval, 1 vol. in-12. Paris, 1808.

-ple. Il en a laissé un autre en manuscrit sur les conifères et les cycas, dont l'exécution est, dit-on, encore plus parfaite. Ses mémoires sur le lygée sparte, sur les familles des butomées, des calycérées, des balanophorées, offrent le même genre de mérite et au même degré (1). Ce sont partout des faits nouveaux, abondants, ramenés à des lois d'une précision et d'une généralité tout-à-fait inattendue. On y reconnaît sans cesse l'ouvrage d'un homme qui, avant d'écrire, avait pénétré son sujet par de longues études, et avait eu d'innombrables occasions de l'étudier. Si on peut lui faire quelques reproches, c'est de ne pas s'être rendu assez accessible au commun des lecteurs, et d'avoir beaucoup ajouté aux difficultés dont la prétention à une terminologie rigoureuse avait déja avant lui hérissé la botanique; mais il voulait, comme Linnæus, que chaque forme, chaque nuance, chaque rapport fût exprimé par un terme propre et invariable; et le nombre prodigieux d'idées, de faits nouveaux

(1) *Commentatio de convallaria Japonica novum genus constituente præmissis nonnullis circà plantas liliaceas observationibus.* (Nouv. Journ. de Botan. de Schrader, tom. II, p. 1. 1807.)

Description du *Lygée sparte.* (Mém. de Soc. d'hist. de Paris, 1799.)

Mémoires sur les *Hydrocharidées.* (Mém. de l'Institut, 1811.)

Analyse botanique des *Embryons endorhizes*, ou *monocotylédones*, et particulièrement de celui des *Graminées.* (Annales du Muséum d'hist. nat., tom. XVIII.)

Proposition d'une nouvelle famille de plantes, les *Butomées.* (Mém. du Muséum d'hist. nat., t. I.)

Annotationes de Orchideis europeis. (Ib. t. VI.)

Mémoire sur la nouvelle famille des *Calycérées.* (Ib. t. VI.)

Mémoire sur la nouvelle famille des *Balanophorées.* (Posth. ib. t. VIII.)

qui étaient ressortis de ses observations, avaient nécessairement enfanté ce grand nombre de mots dont il a enrichi ou, si l'on veut, surchargé la science. Tous ses travaux étaient même dirigés vers un but commun, la rédaction d'une nouvelle philosophie botanique, dans le genre de celle de Linnæus : ce qui veut dire aussi d'une nouvelle terminologie botanique, mais proportionnée en étendue et en profondeur aux progrès de la science, et surtout à ceux que M. Richard lui avait fait faire, et dont une grande partie est encore ensevelie dans ses portefeuilles.

Le temps ne lui a pas permis de terminer ce grand édifice. Sa santé, depuis long-temps affaiblie par ses voyages et ses chagrins, prit enfin un caractère alarmant. Un catharre sur la vessie, dont il souffrait depuis long-temps, l'obligea de garder la chambre; et, après plusieurs mois de souffrances cruelles, il mourut le 7 juin 1821, à l'âge de 67 ans. Sa perte en serait une immense et irréparable pour la botanique, s'il ne laissait un fils qui, formé à son école, et pénétré de toutes ses doctrines, saura non-seulement rendre à sa mémoire le culte qu'il lui doit, en publiant ses travaux, mais les étendra et y mettra l'ensemble qui peut encore y manquer. Espérons que ses recherches d'anatomie comparée, qui étaient aussi fort considérables, mais dont on n'a guère connaissance que par quelques communications verbales, ne seront pas non plus perdues pour la science.

ÉLOGE HISTORIQUE

DE

M. A. THOUIN.

LU DANS LA SÉANCE PUBLIQUE ANNUELLE DE L'ACADÉMIE, DU LUNDI 20 JUIN 1825.

PAR M. LE BARON CUVIER, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

RIEN ne prouve mieux à quel point l'existence tout entière peut dépendre de l'appui accordé à la jeunesse, que l'exemple de M. Thouin comparé à celui de M. Richard. La position de leur enfance fut semblable : leur jeunesse fut livrée à des difficultés presque égales; mais l'un eut à lutter contre des contrariétés précoces, et se fit un caractère qui les multiplia jusqu'à la fin de sa vie; l'autre, secondé dans ses premiers efforts par une main bienveillante, se créa un sort doux et honorable, et exerça sans obstacle, pendant plus d'un demi-siècle, une influence aussi heureuse qu'étendue.

André Thouin, professeur de culture au Jardin du Roi, membre de l'Académie des sciences, était, comme M. Richard, d'une famille vouée depuis long-temps à la culture des jardins. Son père, Jean-André, qui s'était fait une répu-

tation comme habile pépiniériste, fut nommé par Buffon, en 1745, jardinier en chef du Jardin du Roi. C'est pendant qu'il exerçait cet emploi, et dans le jardin même, que naquit M. André Thouin, le 10 février 1747. Le modeste logement de sa famille était une annexe des serres, et il vit le jour pour ainsi dire au milieu des arbustes étrangers. On le berça à l'ombre des palmiers et des bananiers; il y fit ses premiers pas, et il connut les plantes de la Chine et de l'Amérique bien avant celles de l'Europe. Dès ses premières années, ses petites mains s'exerçaient à les soigner, en même temps que sa mémoire se meublait de leurs noms scientifiques. Tout jeune encore, en portant ces plantes aux leçons publiques, et en prêtant son attention à ce que le professeur en disait, ils s'habitua à saisir leurs rapports, leurs caractères distinctifs et les règles de leur distribution. Il devint donc un savant botaniste par une voie toute particulière. Ce fut de la pratique qu'il remonta à la théorie; son instruction commença par où elle finit d'ordinaire; mais cette éducation, faite en quelque sorte en rétrogradant, n'en fut que plus prompte sans en être moins solide; car, pour les avoir appris après coup, il n'en a pas moins très-bien possédé les éléments des sciences, et même tout ce qui appartient aux lettres et aux humanités.

Ce fut pour lui un grand bonheur de s'être formé si vite; car son père mourut en 1764, et il se vit à dix-sept ans chargé seul de sa mère et de cinq frères et sœurs, dont plusieurs étaient encore en bas âge. Nous avons vu M. Richard, livré à lui-même à quatorze ans, se tirer d'affaire seul et sans secours. La position de M. Thouin était bien autrement difficile, mais il trouva des cœurs plus humains et des amis

plus généreux. Buffon l'avait vu naître et grandir; il avait été témoin de ses progrès. Il pensa que, dirigé par lui, un jeune homme qui montrait de telles dispositions se formerait mieux à ses idées, et remplirait ses vues plus complétement qu'un jardinier venu du dehors et déja habitué à des routines que l'on aurait peine à vaincre. Ces motifs, et l'intérêt que lui inspirait une famille malheureuse, le décidèrent à confier à cet enfant la place qu'avait occupée son père. Le roi Louis XV, qui était lui-même amateur de botanique, et qui prenait part à tout ce qui la regardait, fut surpris d'une telle résolution; et il eut besoin, pour ne pas s'y opposer, que Bernard de Jussieu et même son vieux jardinier de Trianon, Richard, lui apprissent que M. Thouin n'était pas un enfant ordinaire. Il ne l'était pas en effet: aussi arrêté dans sa conduite qu'il avait été ardent dans ses études, dès ce moment il crut avoir contracté les devoirs d'un père envers la famille dont il était devenu le chef; mais, dès ce moment aussi, il crut devoir à M. de Buffon l'obéissance et la fidélité d'un fils. Tout son temps, toutes ses forces furent consacrés à l'exécution des projets conçus par ce grand homme, pour le perfectionnement de l'institution à laquelle il était préposé.

Le Jardin du Roi, lorsqu'en 1739 l'intendance en fut confiée à M. de Buffon, était déja célèbre par le grand nombre d'hommes de mérite qui en avaient dirigé les diverses parties, ou qui y avaient fait des leçons publiques; mais on doit se garder de croire qu'il approchât de l'étendue et de la magnificence qui en font aujourd'hui l'un des principaux objets de l'admiration des naturalistes, et, nous osons le dire, de la reconnaissance de l'Europe envers le gouvernement français. Considéré comme une sorte d'accessoire de

la Faculté de médecine, on le supposait seulement destiné aux plantes pharmaceutiques, et même sa dénomination légale était : *Jardin du Roi pour les plantes médicinales.* Le cabinet n'était au fond qu'un droguier. Dufay, qui s'était fait des idées plus élevées de la destination d'un pareil établissement, avait eu à peine le temps, pendant sa courte administration, d'en faire agrandir les serres. Buffon lui-même, nommé sur la seule recommandation de Dufay mourant, n'était encore connu que par quelques Mémoires de géométrie et quelques expériences de physique. Les trois premiers volumes de son Histoire naturelle, qui lui valurent une réputation si rapide et des suffrages si universels, ne parurent qu'en 1749, et ce ne fut que par degrés qu'il acquit la considération et le crédit nécessaires pour engager le ministère à condescendre à ses vues : car, il ne faut pas s'y tromper, un administrateur est rarement en état d'apprécier par lui-même des vues scientifiques, surtout lorsqu'elles devancent le siècle et se portent au-delà des idées vulgaires : il ne juge les plans les mieux conçus que d'après l'opinion qu'il s'est faite de celui qui les présente, et trop souvent même la déférence qu'il croit devoir à la position de l'auteur est encore pour lui un motif de détermination plus puissant que tous les autres. Buffon avait donc été pendant longtemps obligé de sacrifier aux puissances passagères, arbitres nécessaires du monde extérieur. L'amitié de madame de Pompadour lui avait concilié la faveur du prince et les égards des ministres : il en avait profité pour enrichir le cabinet et pour faire quelques premières améliorations au jardin ; et cependant, après une administration de plus de trente ans, il avait encore si peu fait comprendre à l'autorité ce qu'était

sa place et ce que pouvait devenir son établissement, qu'étant tombé dangereusement malade en 1771, on n'hésita point à accorder sa survivance au comte d'Angivilliers, surintendant des bâtiments du Roi, homme de mérite et de probité, mais complètement étranger à tout ce qui a le moindre rapport avec l'histoire naturelle. On conçoit à quel point un homme tel que Buffon dut être blessé d'un pareil procédé, et cependant ce chagrin devint pour lui une occasion de nouvelles faveurs, et pour son établissement une source de prospérité. M. d'Angivilliers avait trop de délicatesse pour ne pas sentir qu'il avait eu un tort, et trop d'honneur pour ne pas vouloir le réparer. Les moyens dont il disposait comme surintendant des bâtiments furent désormais à la disposition de Buffon. Il poussa même l'attention jusqu'à lui faire ériger, aux frais du Roi, la belle statue que l'on voit encore au Muséum d'histoire naturelle.

Dès lors l'agrandissement et l'embellissement du jardin marchèrent d'un pas égal; on en doubla l'étendue, on y construisit des serres proportionnées au nombre des plantes que les voyageurs recueillaient chaque jour; l'École de botanique où, ce que l'on croirait à peine avoir été possible à l'époque dont nous parlons, les végétaux étaient encore rangés et nommés selon la méthode de Tournefort, fut replantée et disposée selon la méthode de Jussieu : les plantes furent désignées d'après la nomenclature de Linnæus; dans le reste du jardin, des arbres étrangers utiles furent multipliés; on y créa des pépinières propres à les répandre dans le royaume, et ce fut M. Thouin qui devint l'agent principal, presque le seul mobile de ces nombreuses opérations. Jamais on n'avait vu une plus heureuse activité : il se fit à la fois

homme d'affaires pour les échanges et les achats, architecte pour les plans et les constructions, jardinier pour tout ce qui avait rapport aux végétaux vivants, botaniste pour ce qui regardait leur disposition et leur nomenclature, et il mit dans des soins si divers une telle intelligence que tout lui réussit également, et les plantations, et les opérations financières, et les édifices. Toutefois, parmi tant de travaux, ceux qui regardaient directement les plantes s'attiraient surtout son affection. Il devint par degrés le centre d'une correspondance qui s'étendait à toutes les parties du monde, et dont l'objet n'était pas moindre que d'en faire circuler de toutes parts et dans tous les sens les productions végétales. C'est ainsi du moins que M. Thouin conçut la nature de sa place, et d'après ce plan qu'il s'en traça les devoirs. La botanique, toute l'histoire naturelle lui paraissaient telles qu'elles doivent être, telles que Linnæus et Buffon les avaient envisagées, non plus comme des études partielles et fragmentaires d'objets curieux par quelques singularités ou par quelques propriétés utiles, trop souvent sujettes à contestation; mais comme la science générale qui identifie l'homme avec la nature, comme la connaissance et la recherche de tout ce qui existe sur le globe et dans ses entrailles. Rien ne lui doit échapper, ni la moindre mousse, ni le moindre insecte, pas même l'animalcule infusoire que l'on ne commence à apercevoir qu'à l'aide d'un microscope qui grossit cinq cents fois. Non pas que dans cette élévation d'où elle contemple tout, elle doive négliger ce qui est utile : au contraire, c'est de là seulement qu'elle est en état de saisir tout ce qui l'est, ou ce qui peut l'être Mille usages des productions de la nature nous seraient encore inconnus si nous n'avions étudié ces

productions d'une manière desintéressée, et cette attention même qu'on leur prête ne découvre pas seulement leurs propriétés utiles; souvent elle leur en donne. L'action qu'on exerce sur elles pour les mieux observer, leur changement de climat, de sol, d'exposition, la nourriture plus ou moins abondante qu'on leur fournit, leur procurent souvent à l'improviste des qualités avantageuses qu'elles n'avaient pas naturellement. Qui aurait cru que la pêche, vénéneuse en Perse, deviendrait autour de Paris le plus délicieux des fruits; que la vigne sauvage et ses grains acerbes et détestables se changeraient sous la main de l'homme dans ces milliers de sortes diverses de raisins, et produiraient ces vins innombrables dans leurs variétés qui font la joie de la société; que l'art du distillateur en extrairait encore ces esprits, bases d'une infinité de liqueurs agréables, de remèdes salutaires, agents importants d'une infinité d'arts utiles? Qui aurait pensé qu'une solanée d'Amérique, qui dans l'état sauvage n'a que des propriétés suspectes, était destinée par le grossissement de ses tubercules et leur étonnante multiplication à préserver pour toujours l'Europe de ces famines qui ont si souvent décimé sa population; qu'elle peuplerait des provinces long-temps désertes; qu'elle entrerait dans des mets de tous les genres, depuis les plus grossiers jusqu'aux plus délicats; qu'elle fournirait jusqu'à du sucre et de l'eau-de-vie?

C'est d'après des pensées de cet ordre élevé que M. Thouin se dirigeait dans ses travaux. Toutes les plantes nouvelles lui paraissaient avoir un droit égal à ses premiers soins. Des milliers dans le nombre n'intéressaient que la botanique; mais parmi elles il s'en trouvait toujours quelqu'une susceptible de contribuer à l'avantage ou aux agréments de la so-

ciété, et toute son attention était dirigée alors vers les moyens de la multiplier et de la répandre. L'énumération complète de celles qu'il a données à la France excéderait de beaucoup les bornes qui nous sont prescrites; mais plusieurs de mes auditeurs peuvent se rappeler ce qu'étaient il y a soixante et cinquante ans nos bosquets, nos parterres, nos plantations, et remarquer ce qu'ils sont aujourd'hui. C'est du Jardin du Roi, pendant le temps de la grande activité de M. Thouin, que sont sorties ces fleurs si belles ou si suaves, qui ont donné au printemps des charmes nouveaux, les hortensia, les datura, les verbena triphylla, les banisteria, et ces fleurs tardives, les chrysanthemum, les dablia, qui ont prêté à l'automne les couleurs du printemps, et ces beaux arbres qui ombragent et varient nos promenades, les robinias glutineux, les marronniers à fleurs rouges, les tilleuls argentés, et vingt autres espèces. Il en est sorti une multitude de variétés de beaux fruits, une quantité d'arbres forestiers. Le chêne à glands doux, le pin laricio, ont surtout excité le zèle de M. Thouin, qui en a fait l'objet de Mémoires particuliers. On sait qu'autrefois le Jardin du Roi avait donné le caffier à nos colonies. Sous M. Thouin, il leur a procuré la canne d'Otaïti, qui a augmenté d'un tiers le produit des sucreries, et surtout l'arbre à pain qui sera probablement pour le Nouveau-Monde un présent équivalent à celui de la pomme de terre, le plus beau de ceux qu'il a faits à l'ancien. M. de La Billardière avait apporté cet arbre à Paris; mais ce sont les instances et les directions de M. Thouin qui l'ont fait réussir à Cayenne, où il donne maintenant des fruits plus beaux que dans son pays natal. C'est aussi à M. Thouin, après M. de La Billardière, que la France continentale devra

de posséder le phormium tenax, ou lin de la Nouvelle-Zélande, dont les filaments sont si supérieurs au chanvre, en force et en élasticité.

Je n'ai pas besoin de dire quel immense travail exigeaient les correspondances qui procuraient tant de richesses et les instructions nécessaires pour en assurer la conservation. Chaque fois qu'un envoi de végétaux partait pour les provinces ou pour les colonies, M. Thouin l'accompagnait de renseignements sur la manière de soigner chaque espèce pendant la route, de l'établir au lieu de sa destination, d'en favoriser la reprise et le développement, de faire d'une manière avantageuse la récolte que l'on devait en attendre, de la multiplier enfin, soit de graines, soit de boutures ou de marcottes. C'est d'après ces instructions que se dirigeaient les cultivateurs et les colons français ou étrangers. Les hommes même qui accompagnaient ses envois, ou que l'on faisait venir pour diriger les plantations, étaient ses élèves et avaient travaillé sous ses yeux dans le Jardin du Roi. Cayenne, le Sénégal, Pondichéry, la Corse, ne recevaient de jardiniers que de sa main. Son nom retentissait partout où existait une culture nouvelle. Cette influence s'étendit encore lorsqu'en 1795, dans la nouvelle organisation de l'établissement, il fut nommé professeur et chargé d'enseigner publiquement l'art qu'il pratiquait avec tant de bonheur. Avec sa modestie ordinaire, il voulait réserver ses leçons aux jardiniers, et dans ce but il les faisait à presque au lever du soleil; mais cette précaution n'effraya point une multitude de propriétaires et d'amateurs étonnés d'apprendre ainsi outre les secrets de la culture, celui du plaisir et de la santé que donne l'air du matin. Vingt années de suite cette école a distribué l'instruction

à des hommes de tous les rangs qui l'ont disséminée à leur tour sur tous les points de la France et de l'Europe. Une grande partie du jardin a été appropriée à cet usage. On y a disposé dans des carrés distincts des plantes céréales, potagères ou autres. On y a donné des exemples des diverses sortes de haies vives ; toutes les greffes imaginables y ont été pratiquées, et il en est résulté des faits très-importants pour la physiologie végétale, en même temps que des variétés nouvelles et agréables de fruits et de fleurs. M. Thouin y a fait, en un mot, tout ce qu'il était possible de faire dans un petit espace, et a donné à pressentir le parti que l'on pourrait tirer d'un établissement plus étendu.

Dans l'antiquité païenne, de pareils bienfaits se récompensaient par des autels ou par des statues. M. Thouin ne rechercha pas même les honneurs plus humbles que nous leur cernons, ou ne les reçut qu'avec regret. Sa modestie et sa réserve ont été sans égales. Jamais il ne se refusa à aucun travail, et jamais il ne demanda aucune récompense. Ni à l'époque où il lui eût été plus facile qu'à personne de s'appuyer de la faveur du peuple, ni à celle où les hommes en pouvoir n'auraient pas mieux demandé que de s'honorer eux-mêmes en l'élevant, il n'a voulu être ou paraître que ce qu'il avait été dès l'enfance. Les moyens qui lui avaient suffi à dix-sept ans pour nourrir et élever sa famille, devaient, disait-il, lui suffire lorsque ayant placé chacun de ses frères et sœurs, il n'avait plus à songer qu'à lui-même. La vanité n'agissait pas plus sur lui que l'intérêt : sa mise fut toujours aussi simple que sa vie ; il trouvait que des décorations et des broderies allaient mal à un jardinier, et nous l'avons vu, un jour qu'il devait haranguer un souverain au nom de

l'Institut, obligé d'en emprunter l'uniforme. On se souvient qu'un de ses anciens amis, élevé subitement à une position toute puissante, continuait de venir du Luxembourg passer ses soirées chez lui. Il le reçut toujours au même foyer, l'éclaira de la même lampe, comme s'il eût voulu ne pas lui laisser perdre les habitudes de la vie privée. Que de gens à cette époque d'un luxe extravagant auraient voulu pouvoir approcher de ce foyer antique et enfumé! Quelques-uns cependant en approchèrent, mais ce furent seulement des hommes qui dans de grands dangers n'avaient point d'autres ressources. Il nous est connu qu'après le 18 fructidor, plus d'un proscrit y a trouvé la vie.

Cette liaison ne fut pas la seule dont M. Thouin dédaigna de profiter. Il n'aurait tenu qu'à lui de plaire dans tous les sens du mot : sa figure était belle, son maintien noble et doux, sa conversation pleine d'intérêt. Les personnages les plus élevés aimaient à parcourir avec lui le Jardin, et à l'entendre parler sur les végétaux remarquables par leurs formes ou leurs propriétés. Il n'est aucun des souverains étrangers venus à Paris qui n'ait pris plaisir à ces entretiens, et nous avons vu un grand monarque vouloir en jouir à bien des reprises. Mais aucune de ces tentations ne put attirer M. Thouin hors de ce jardin où il était né, dont il s'était fait une patrie et comme un domaine héréditaire, où il avait en un mot placé toute son existence. Il est vrai qu'il y régnait en quelque sorte. Personne n'a su se donner autant que lui sur ses subordonnés, ce genre d'autorité que l'amour et le respect prennent sur les cœurs : ses moindres signes étaient des ordres; nulle fatigue ne coûtait pour répondre à ses désirs, mais c'est que rien ne lui coûtait non plus pour ser-

vir ceux en qui il reconnaissait du mérite et du zèle. Il leur accordait les mêmes soins que jadis il avait donnés à ses frères; et c'est ainsi que demeuré célibataire il n'en exerça pas moins pendant toute sa vie les devoirs et jouit des plaisirs d'un père de famille, sans en avoir les chagrins.

L'égalité d'humeur qui devait résulter d'une existence si douce se montra dans tous ses rapports avec les hommes; il n'a jamais eu de ces discussions qui ont répandu tant d'amertume sur la vie de quelques savants. Ses leçons ressemblaient à ses actions : simples, mais substantielles, on n'y apercevait d'autre tendance que celle d'être utiles. Sa Description des cultures du Jardin du Roi a fait connaître un beau monument des sciences; son Traité des greffes a étendu les idées que l'on se faisait de cette disposition des végétaux à renaître et à s'unir par toutes leurs parties. Sans ennemis, sans rivaux, sans critiques, il est arrivé paisiblement au terme d'une vie longue et honorable. Les souffrances d'une maladie singulière, le prurit sénile, ont seules troublé ses derniers jours. Il s'est endormi le 23 septembre 1824, au milieu de parents, d'amis, d'élèves qui le chérissaient et dont sa sollicitude avait assuré l'avenir, qui ne perdaient à sa mort que le bonheur de lui exprimer leur reconnaissance. Heureux les hommes qui ont une telle vie et une telle fin!

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT DE FRANCE.

SECOND MÉMOIRE

Sur les Canaux de Navigation, considérés sous le rapport de la chute et de la distribution de leurs écluses;

PAR M. GIRARD.

Lu à l'Académie Royale des Sciences, le 25 juin 1821.

(1) J'AI donné le premier, dans un mémoire que j'ai eu l'honneur de communiquer à l'Académie il y a quelques mois, l'équation rigoureuse qui exprime le rapport entre la chute d'une écluse quelconque, le tirant d'eau des bateaux qui la montent, celui des bateaux qui la descendent, et le volume d'eau dépensé pour opérer ce double passage.

J'ai déduit immédiatement de cette équation que la dé-

pense d'eau, au passage d'une écluse, est positive négative, ou nulle, suivant que la chute de cette écluse est plus grande ou plus petite que la différence entre le tirant d'eau des bateaux qui la descendent, et celui des bateaux qui la montent, ou égale à cette différence; d'où il est aisé de conclure, non-seulement que l'on peut rendre cette dépense aussi petite que l'on voudra; mais encore qu'il est possible de remonter un certain volume d'eau d'un bief inférieur quelconque dans le bief supérieur contigu.

(2) A la vérité, la production de ce dernier effet exige cette condition : que le tirant d'eau des bateaux qui descendent soit plus fort que le tirant d'eau des bateaux qui remontent; mais il suffit de considérer les matières diverses au transport desquelles les canaux doivent servir, et la situation tant des lieux d'où elles proviennent que de ceux où elles sont ordinairement consommées, pour reconnaître que cette condition existe presque toujours.

Ainsi, *la consommation d'eau des canaux de navigation éprouvera de grandes réductions ; et la difficulté d'en rassembler un volume considérable à leur point culminant ne sera plus un obstacle qui empêche de les entreprendre.*

(3) Les conséquences de notre nouvelle théorie sont, comme on voit, extrêmement graves : et si pour en faire sentir toute l'importance, il nous était permis d'emprunter ici des expressions dont on s'est servi ailleurs comme d'objections contre elles, nous dirions : « qu'il ne s'agit de rien moins que de « changer les règles du tracé des canaux, de proscrire les « dimensions des écluses actuelles, et de prononcer que la « pratique qu'on a suivie jusqu'à présent a fait perdre au

« commerce une partie de son activité, et à plusieurs nations « un accroissement de richesses (*a*). »

(4) Un système de navigation intérieure susceptible d'étendre ses ramifications dans des contrées que la nature ne semblait pas avoir destinées à profiter des avantages de ce mode de communication, est un objet tout-à-fait digne d'une discussion approfondie. Des idées généralement reçues, des préjugés consacrés par le temps, pourront s'opposer à son adoption. C'est une raison pour nous hâter d'en développer les principes avec plus d'étendue, et d'en indiquer des applications nouvelles.

(5) Je conserve pour les mêmes quantités les dénominations que j'ai adoptées dans mon premier mémoire.

Ainsi, ne considérant d'abord que deux biefs contigus d'un même canal, je fais la chute de l'écluse par laquelle ces deux biefs communiquent.......................... $=x$

La projection horizontale du sas de cette écluse et des bateaux prismatiques qui naviguent sur le canal. $=S$

Le tirant d'eau d'un bateau qui monte.......... $=t_{\prime}$

Le tirant d'eau d'un bateau qui descend......... $=t_{\prime\prime}$

Enfin la dépense d'eau d'un bief supérieur occasionnée par la montée et la descente de deux bateaux successifs.. $=Sy$

Le rapport entre ces diverses quantités est, comme on l'a vu, exprimé par l'équation

$$y=x-(t_{\prime\prime}-t_{\prime}),$$

laquelle appartient à une ligne droite facile à construire.

(*a*) Observations sur un système d'écluses à petites chutes, etc., etc., par M. Ch. Jos. Minard, ingénieur des ponts-et-chaussées.

(6) Rappelons d'abord que, dans tout canal artificiel, trois causes essentiellement différentes concourent à la dépense du volume d'eau indispensable pour en maintenir l'existence.

1° L'évaporation naturelle, 2° les filtrations à travers le sol, 3° l'entretien de la navigation.

La première de ces causes est hors de notre portée; elle exerce son influence suivant les climats et les saisons.

La seconde, purement accidentelle, dépend des localités; l'art peut avec plus ou moins d'efforts parvenir à l'atténuer de plus en plus.

Enfin la troisième est entièrement du ressort de la théorie: c'est de celle-là seule que nous avons entrepris de parler.

(7) L'équation générale

$$y = x - (t_{\prime\prime} - t_{\prime})$$

suppose que deux bateaux, l'un descendant et l'autre montant, traversent l'un après l'autre l'écluse à laquelle ils se rencontrent : or, en admettant que la différence $t_{\prime\prime} - t_{\prime}$ soit positive, on peut lui substituer le tirant d'eau D d'un seul bateau qui descendrait; et alors l'équation précédente se transforme en celle-ci :

$$y = x - D.$$

Elle se transforme, au contraire, en cette autre :

$$y = x + D,$$

dans la supposition de $t_{\prime\prime} - t_{\prime}$ négatif, et alors D exprime le tirant d'eau d'un seul bateau qui monterait; ainsi l'on a :

$$y = x \mp D,$$

pour exprimer généralement la dépense du bief supérieur

d'une écluse lorsqu'un bateau, dont le tirant d'eau est exprimé par D, la descend ou la monte.

(8) On ne parvient ordinairemeut qu'à force de travaux à rassembler dans le bief culminant d'un canal le volume d'eau nécessaire pour réparer les pertes occasionnées par l'évaporation, les filtrations, et l'entretien de la navigation; tandis que son bief inférieur, se confondant presque toujours avec un fleuve ou une rivière, contient naturellement un volume d'eau plus ou moins considérable. Le but essentiel que la théorie doit se proposer consiste donc à rechercher les moyens, sinon d'alimenter entièrement un canal avec des eaux tirées de son bief inférieur, du moins de puiser dans ce bief une partie du volume d'eau nécessaire pour réparer les pertes dues à l'évaporation et aux filtrations qui ont lieu sur toute l'étendue du canal. Nous répétons ici que les seules circonstances qui rendent cette ascension de l'eau praticable se réduisent à celles où le poids des matières qui descendent le canal est plus considérable que le poids des matières qui le remontent; nous n'avons donc à traiter que les cas compris dans l'équation

$$y = x - D.$$

Or, comme on est toujours le maître de réduire la chute x de l'écluse au point qu'elle soit moindre que le tirant d'eau des bateaux qui la descendent, il s'ensuit que l'on pourra toujours rendre la dépense y négative, c'est-à-dire faire remonter un certain volume d'eau du bief inférieur dans le bief supérieur de l'écluse.

Dans cette hypothèse le volume d'eau gagné par le bief supérieur sera évidemment $S(D - x)$, et si l'on désigne

par B la superficie de ce bief, il est encore évident que la hauteur primitive de l'eau qu'il contenait s'accroîtra d'une quantité exprimée par

$$\frac{S(D-x)}{B}.$$

(9) Tant que la superficie B du bief sera très-grande par rapport à la superficie S du sas de l'écluse, ou, ce qui revient au même, à la projection horizontale des bateaux, cet accroissement de hauteur du bief sera insensible, de sorte que si un second bateau vient à descendre l'écluse à la suite du premier, il trouvera le niveau de l'eau tel sensiblement que celui-ci l'avait trouvé; il faudra donc un certain nombre de passages successifs pour occasionner nne augmentation de hauteur d'eau apparente dans le bief; mais ce bief n'en aura pas moins reçu un certain volume d'eau qui pourra remplacer en tout ou en partie celui que l'évaporation et les filtrations lui enlèvent, et qu'autrement il aurait fallu tirer de quelque réservoir supérieur.

(10) Quoique les biefs d'un canal soient ordinairement assez grands, relativement à la capacité des sas, pour rendre admissible la supposition que nous venons de faire, cependant, comme l'hypothèse la plus générale est celle d'un rapport fini entre les projections horizontales des biefs et celles des sas d'écluse, nous allons examiner ce qui se passe dans cette hypothèse générale, et rechercher la loi suivant laquelle la hauteur de l'eau s'accroît dans un bief quelconque par la descente dans le bief inférieur contigu, d'une suite de bateaux également chargés.

Il est évident d'abord qu'en introduisant dans le bief su-

périeur d'une écluse un bateau prismatique dont la projection horizontale est S, et le tirant d'eau D, on produira dans ce bief, pour en modifier le niveau, précisément le même effet que si l'on y versait un volume d'eau $=$DS.

Si donc on appelle h la hauteur d'eau primitive du bief, cette hauteur d'eau se trouvera, après l'introduction du bateau,

$$h+\frac{DS}{B}.$$

La chute x de l'écluse deviendra en même temps

$$x+\frac{DS}{B}=\frac{Bx+DS}{B}.$$

Il est évident, en second lieu, qu'on ne peut élever l'eau du sas S à la même hauteur que le bief B, qu'en opérant dans celui-ci une certaine dépression z donnée, comme il est aisé de s'en assurer par l'équation

$$Bz=S\left(\frac{Bx+DS}{B}-z\right),$$

d'où l'on tire :

$$z=\frac{S(Bx+DS)}{B(B+S)}.$$

(11) Les choses étant amenées à cet état, on introduit le bateau DS dans le sas, on ferme la porte d'amont de l'écluse, et la hauteur primitive de l'eau dans le bief se trouve augmentée de la quantité :

$$u'=\frac{DS}{B}-\frac{S(Bx+DS)}{B(B+S)}=\frac{S}{B+S}(D-x).$$

Nous avons supposé D plus grand que x; par conséquent

cette quantité u' sera toujours positive. Ainsi la profondeur primitive du bief, qui était h avant que le bateau DS y fût introduit, est devenue $h+u'$, après qu'il en est sorti.

La chute de l'écluse, qui était x, est aussi devenue $x+u'$.

(12) Supposons maintenant qu'un second bateau DS soit introduit dans le bief B, et qu'en répétant les mêmes manœuvres on le fasse passer comme le premier dans le bief inférieur contigu, dont le niveau est supposé constant: il est aisé de s'assurer que la hauteur $h+u'$ sera augmentée, par ce second passage, d'une quantité

$$u''=\frac{S}{B+S}[D-(x+u')].$$

Un troisième passage de bateau occasionnera un troisième exhaussement :

$$u'''=\frac{S}{B+S}[D-(x+u'+u'')];$$

et en général, l'exhaussement occasionné par le passage du n^e bateau sera

$$u_{(n)}=\frac{S}{B+S}[D-(x+u'+u''+u'''+ \ldots . u_{(n-1)})].$$

Or, on a d'abord, comme nous l'avons trouvé ci-dessus,

$$u'=\frac{S(D-x)}{B+S}.$$

Cette valeur de u', substituée dans la seconde équation

$$u''=\frac{S}{B+S}[D-(x+u')],$$

donne

$$u''=\frac{S}{B+S}\left[\frac{B}{B+S}(D-x)\right].$$

En substituant de même ces valeurs de u' et de u'' dans l'équation

$$u'''=\frac{S}{B+S}[D-(x+u'+u'')],$$

elle devient

$$u'''=\frac{S}{B+S}\left[\frac{B^2(D-x)}{(B+S)^2}\right].$$

On trouve successivement :

$$u^{\text{IV}}=\frac{S}{B+S}\left[\frac{B^3}{(B+S)^3}(D-x)\right],$$

$$u^{\text{V}}=\frac{S}{B+S}\left[\frac{B^4}{(B+S)^4}(D-x)\right].$$

Donc la somme des exhaussements successifs du bief supérieur B, c'est-à-dire,

$$u'+u''+u'''+u^{\text{IV}}+\ldots u_{(n)}=\frac{S}{B+S}(D-x)\left[\left(\frac{B}{B+S}\right)^0+\left(\frac{B}{B+S}\right)^1+\left(\frac{B}{B+S}\right)^2+\left(\frac{B}{B+S}\right)^3+\ldots\left(\frac{B}{B+S}\right)^{n-1}\right],$$

c'est-à-dire que l'exhaussement total du bief B occasioné par le passage d'un nombre n de bateaux, a pour expression la somme d'une progression géométrique décroissante dont le nombre des termes est n et la raison

$$\frac{B}{B+S}.$$

(13) D'où l'on voit que, dans tous les cas où la superfi-

cie S du sas n'est point négligeable relativement à la superficie B du bief supérieur, l'exhaussement qu'occasionne dans ce bief la descente d'un bateau D S sera toujours proportionnel à une certaine puissance de la fraction

$$\frac{B}{B+S},$$

puissance dont la valeur sera d'autant moindre que le bateau occupera un rang plus avancé dans la série des passages consécutifs.

D'où l'on voit encore que le passage d'un bateau occasionera toujours dans le bief d'où il descend une élévation de niveau réelle, à moins que le nombre des bateaux déja passés ne soit infini; et dans ce cas, la somme des termes:

$$\left(\frac{B}{B+S}\right)^0+\left(\frac{B}{B+S}\right)^1+\left(\frac{B}{B+S}\right)^2+\left(\frac{B+S}{B}\right)^3+\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\left(\frac{B}{B+S}\right)^{n-1}=\frac{B+S}{S},$$

donc

$$u'+u''+u'''+u^{\text{iv}}+\ldots u_{(n-1)}=\frac{S}{B+S}(D-x)\frac{B+S}{S}=D-x;$$

(14) La chute de l'écluse est alors $x+D-x=D$. Par conséquent, la descente d'un nombre infini de bateaux par l'écluse qui termine le bief B, rendrait la chute de cette écluse égale au tirant d'eau commun des bateaux qui la traversent; mais il est clair que cette chute ne pourra jamais atteindre cette limite, puisque le nombre de ces bateaux ne peut jamais devenir infini.

(15) En remettant dans l'expression générale

$$u_{(n)}=\frac{S}{B+S}(D-x)\left(\frac{B}{B+S}\right)^{n-1}$$

de l'exhaussement du bief B par la descente du n^e bateau, $t_{\prime\prime}-t_{\prime}$ à la place de D, elle devient :

$$u_{(n)}=\frac{S}{B+S}[(t_{\prime\prime}-t_{\prime})-x]\left(\frac{B}{B+S}\right)^{n-1};$$

et tout ce que nous avons dit jusqu'ici de la simple descente de bateaux successifs s'applique à la descente et à la remonte, ou au double passage de bateaux qui traverseraient alternativement l'écluse en sens opposés.

(16) Si ces bateaux sont tous également chargés, ou bien si $t_{\prime\prime}=t_{\prime}$, l'expression précédente devient

$$u_{(n)}=-\frac{Sx}{B+S}\left(\frac{S}{B+S}\right)^{n-1},$$

laquelle est toujours négative, et indique que le niveau du bief supérieur s'abaisse au lieu de s'élever.

Après un certain nombre de doubles passages, la hauteur primitive du bief qui était h se trouve évidemment, dans cette hypothèse, représentée par

$$h-\frac{Sx}{B+S}\left(1+\frac{B}{B+S}+\frac{B^2}{(B+S)^2}+\frac{B^3}{(B+S)^3}+\ldots\ldots\right.$$
$$\left.\ldots\ldots\frac{B^{n-1}}{(B+S)^{n-1}}\right)=h-x+x\left(\frac{B}{B+S}\right)^n;$$

faisant cette hauteur égale au tirant d'eau $t_{\prime}$ ou $t_{\prime\prime}$ des bateaux qui montent et qui descendent, ou bien

$$h - x + x\left(\frac{B}{B+S}\right)^n = t_{,,},$$

on aura

$$\frac{t_{,,} + x - h}{x} = \left(\frac{B}{B+S}\right)^n;$$

et par conséquent

$$n = \frac{\log.\left(\frac{t_{,,}+x-h}{x}\right)}{\log.\frac{B}{B+S}}.$$

C'est le nombre de doubles passages après lesquels la hauteur d'eau dans le bief B sera devenue précisément égale au tirant d'eau des bateaux, c'est-à-dire, après lesquels ce bief cessera d'être navigable s'il n'a pas reçu de nouvelle eau.

(17) Jusqu'à présent nous avons considéré le passage des bateaux par une seule écluse, en regardant comme invariable le niveau de son bief inférieur; mais ce cas est très-particulier. Nous allons maintenant considérer le cas le plus général, en supposant une suite de biefs $B_{,}$ $B_{,,}$ $B_{,,,}$, etc., séparés les uns des autres par des écluses $E_{,}$ $E_{,,}$ $E_{,,,}$ E_{IV}, etc., dont les chutes sont respectivement $x'_{,}$ $x'_{,,}$ $x'_{,,,}$ x'_{IV}, etc., et nous allons rechercher l'exhaussement d'un bief quelconque de ce système par l'effet de la descente successive d'un certain nombre de bateaux qui tirent tous la même hauteur d'eau D.

Nommons $u'_{,}$ $u'_{,,}$ $u'_{,,,}$ u'_{IV}, etc., les exhaussements des biefs $B_{,}$ $B_{,,}$ $B_{,,,}$ B_{IV}, etc., par la descente d'un premier bateau qui les traverse successivement.

$u''_{,}$ $u''_{,,}$ $u''_{,,,}$ u''_{IV}, etc., les exhaussements des mêmes biefs par la descente d'un second bateau.

$u'''_{,} u'''_{,,} u'''_{,,,} u'''_{\text{IV}}$, etc., les exhaussements par la descente d'un troisième, etc.

De manière que l'indice supérieur de l'exhaussement u marquant le rang du passage des bateaux, et l'indice inférieur le rang du bief dans le canal, à partir du bief culminant, chacune des quantités

$$u'_{,} + u''_{,} + u'''_{,} + u^{\text{IV}}_{,}, \text{ etc.}$$
$$u'_{,,} + u''_{,,} + u'''_{,,} + u^{\text{IV}}_{,,} + \text{etc.},$$
$$u'_{,,,} + u''_{,,,} + u'''_{,,,} + u^{\text{IV}}_{,,,} + \text{etc.},$$

indique l'exhaussement total de chacun des biefs $B_{,}$ $B_{,,}$ $B_{,,,}$ B_{IV}, etc., après un nombre n quelconque de passages consécutifs.

(18) Suivons dans sa marche un bateau qui part du bief supérieur B, et qui traverse en descendant les biefs successifs du canal $B_{,,,}$ $B_{,,,}$, etc.

Or, nous venons de voir (11) que le bateau DS, en traversant l'écluse $E_{,}$, dont la chute est $x'_{,}$, a produit, dans le premier bief $B_{,}$, un exhaussement

$$u'_{,} = \frac{S}{B_{,} + S}(D - x'_{,}).$$

Mais le volume d'eau qui produit cet exhaussement est emprunté au second bief $B_{,,}$; la hauteur d'eau de celui-ci se trouve par conséquent diminuée d'une quantité

$$\frac{B_{,} u'_{,}}{B_{,,}};$$

d'où l'on voit que la chute primitive $x'_{,,}$ de la seconde écluse devient

$$x'_{,,} - \frac{B_{,} u'_{,}}{B_{,,}},$$

faisons cette chute égale à $z'_{\prime\prime}$, et nommons $v'_{\prime\prime}$ l'exhaussement produit dans le bief $B_{\prime\prime}$ par la descente du bateau D S dans le bief $B_{\prime\prime\prime}$.

Nous trouverons, en appliquant les raisonnements faits pour trouver l'exhaussement du premier bief $B_{\prime}$,

$$v'_{\prime\prime}=\frac{S}{B_{\prime\prime}+S}(D-z'_{\prime\prime}).$$

Mais il est évident que l'exhaussement définitif $u'_{\prime\prime}$ du bief $B_{\prime\prime}$ au-dessus de son état primitif, est égal à celui qu'il a gagné par le passage du bateau dans la seconde écluse $E_{\prime\prime}$, moins celui qu'il a perdu par le passage de ce même bateau dans la première écluse $E_{\prime}$, c'est-à-dire que l'on a

$$u'_{\prime\prime}=v'_{\prime\prime}-\frac{B_{\prime}u'_{\prime}}{B_{\prime\prime}},$$

ou, en substituant pour $v'_{\prime\prime}$ et $z'_{\prime\prime}$ leurs valeurs,

$$u'_{\prime\prime}=\frac{S}{B_{\prime\prime}+S}(D-x'_{\prime\prime})-\frac{B_{\prime}u'_{\prime}}{B_{\prime\prime}+S}.$$

(19) Il est évident maintenant que le volume d'eau $u'_{\prime}+u'_{\prime\prime}$ gagné par les deux biefs $B_{\prime}$ et $B_{\prime\prime}$ a été enlevé au bief suivant $B_{\prime\prime\prime}$.

Or, le volume gagné par le bief $B_{\prime}=B_{\prime}u'_{\prime}$, le volume d'eau gagné par le bief $B_{\prime\prime}=B_{\prime\prime}u''_{\prime}$: le bief $B_{\prime\prime\prime}$ a donc éprouvé une dépression,

$$\frac{B_{\prime}u'_{\prime}+B_{\prime\prime}u'_{\prime\prime}}{B_{\prime\prime\prime}},$$

par conséquent la chute de l'écluse $E_{\prime\prime\prime}$ est devenue

$$x'_{\prime\prime\prime}-\frac{(B_{\prime}u'_{\prime}+B_{\prime\prime}u'_{\prime\prime})}{B_{\prime\prime\prime}}.$$

La descente du bateau par cette écluse occasionne dans ce bief un exhaussement passager,

$$v'_{\prime\prime\prime}=\frac{S}{B_{\prime\prime\prime}+S}(D-x'_{\prime\prime\prime})+\frac{S}{B_{\prime\prime\prime}+S}\frac{(B'u'_{\prime}+B_{\prime\prime}u'_{\prime\prime})}{B_{\prime\prime\prime}};$$

mais on a :

$$u'_{\prime\prime\prime}=v'_{\prime\prime\prime}-\frac{(B_{\prime}u'_{\prime}+B_{\prime\prime}u'_{\prime\prime})}{B_{\prime\prime\prime}},$$

donc enfin

$$u'_{\prime\prime\prime}=\frac{S}{B_{\prime\prime\prime}+S}(D-x'_{\prime\prime\prime})-\frac{(B_{\prime}u'_{\prime}+B_{\prime\prime}u'_{\prime\prime})}{(B_{\prime\prime\prime}+S)}.$$

On trouvera de même

$$u_{\text{IV}}=\frac{S}{B_{\text{IV}}+S}(D-x'_{\text{IV}})-\frac{(B'u'_{\prime}+B''u'_{\prime\prime}+B_{\prime\prime\prime}u'_{\prime\prime\prime})}{(B_{\text{IV}}+S)};$$

et généralement

$$u_{(n)}=\frac{S}{B_{(n)}+S}(D-x'_{(n)})-\left[\frac{B'u'_{\prime}+B_{\prime\prime}u'_{\prime\prime}+B_{\prime\prime\prime}u'_{\prime\prime\prime}}{(B_{(n)}+S)}+\frac{B_{(n-1)}u'_{(n-1)}}{(B_{(n)}+S)}\right].$$

Supposant connus l'étendue et l'exhaussement de chacun des biefs qui précèdent le dernier $B_{(n)}$, l'équation à laquelle nous venons de parvenir exprime, comme on voit, la relation générale entre les trois indéterminées $B_{(n)}$ $u_{(n)}$ et $x'_{(n)}$.

(20) Après que le premier bateau a parcouru tous les biefs $B_{\prime}$ $B_{\prime\prime}$ $B_{\prime\prime\prime}$; les chutes des écluses $E_{\prime}$ $E_{\prime\prime}$ $E_{\prime\prime\prime}$ E_{IV}, etc., qui étaient primitivement $x'_{\prime}$ $x'_{\prime\prime}$ $x'_{\prime\prime\prime}$ x'_{IV}, etc., sont devenues $x''_{\prime}$ $x''_{\prime\prime}$ $x''_{\prime\prime\prime}$ x''_{IV}, etc.; et l'on pourra, en substituant ces nouvelles chutes aux chutes primitives, trouver de la même manière les nouveaux exhaussements $u''_{\prime}$ $u''_{\prime\prime}$ $u''_{\prime\prime\prime}$ u''_{IV} occasionnés dans les biefs $B_{\prime}$ $B_{\prime\prime}$ $B_{\prime\prime\prime}$ B_{IV}, etc. par le passage d'un second

bateau; on aura, par conséquent :

$$u''_{,}=\frac{S}{B_{,}+S}(D-x''_{,}),$$

$$u''_{,,}=\frac{S}{B_{,,}+S}(D-x''_{,,})-\frac{B_{,}u''_{,}}{(B_{,,}+S)}$$

$$u'_{,,,}=\frac{S}{B_{,,,}+S}(D-x''_{,,,})-\frac{B_{,}n''_{,}+B_{,,}u''_{,,})}{B_{,,,}+S}$$

$$u''_{IV}=\frac{S}{B_{IV}+S}(D-x''_{IV})-\frac{(Bu''+B''u''_{,,}+B_{,,,}u''_{,,,})}{(B_{IV}+S)};$$

équations qui donneront les exhaussements $u''_{,} u''_{,,} u''_{,,,} u''_{IV}$, etc., en fonction des quantités $S_{,} B_{,} B_{,,} B_{,,,} B_{IV}$, etc., et en fonction des chutes primitives $x'_{,} x'_{,,} x'_{,,,} x_{IV}$, etc. des écluses $E_{,} E_{,,} E_{,,,} E_{IV}$, etc., en faisant attention que les nouvelles chutes de ces écluses, sont :

$$x''_{,}=x'_{,}+u'_{,}-u'_{,,}$$

$$x''_{,,}=x'_{,,}+u'_{,,}-u'_{,,,}$$

$$x''_{,,,}=x'_{,,,}+u'_{,,,}-u'_{IV}, \text{ etc.}$$

Les biefs $B_{,} B_{,,} B_{,,,} B_{IV}$, etc., se trouvant respectivement exhaussés des quantités,

$$u'_{,}+u''_{,}\ldots u'_{,,}+u''_{,,}\ldots,u'_{,,,}+u''_{,,,}\ldots u'_{IV}+u''_{IV}, \text{ etc.}$$

(21) Après le passage du second bateau, les chutes des écluses $E_{,} E_{,,} E_{,,,} E_{IV}$, etc., deviendront $x'''_{,} x'''_{,,} x'''_{,,,} x'''_{IV}$, etc.; l'on déterminera comme ci-dessus les exhaussements $u'''_{,} u'''_{,,} u'''_{,,,} u'''_{IV}$, etc., occasionnés par le passage d'un troisième bateau, et l'on assignera ces exhaussements en fonction des quantités primitives $S B_{,} B_{,,} B_{,,,} B_{IV}$, etc., $x'_{,} x'_{,,} x'_{,,,} x_{IV}$, etc., en considérant que l'on a :

$$x_{\prime}''' = x_{\prime}' + u_{\prime}' + u_{\prime}'' - u_{\prime\prime}' - u_{\prime\prime}''$$
$$x'''_{\prime\prime} = x'_{\prime\prime} + u'_{\prime\prime} + u''_{\prime\prime\prime} - u'_{\prime\prime\prime} - u''_{\prime\prime\prime}$$
$$x'''_{\prime\prime\prime} = x'_{\prime\prime\prime} + u''_{\prime\prime\prime} + u'''_{\prime\prime} - u'_{\text{IV}} - u''_{\text{IV}},$$
etc.

$$x'''_{(n)} = x'_{(n)} + u'_{(n)} + u''_{(n)} - u'_{(n+1)} - u''_{(n+1)}.$$

Ajoutant ensemble toutes les chutes des écluses depuis la première jusqu'à la dernière, on a

$$x'''_{\prime} + x_{\prime\prime}''' + x_{\prime\prime\prime}''' + x_{\text{IV}}''' + \text{, etc.} + x'''_{(n)} =$$
$$x_{\prime}' + u'_{\prime} + u_{\prime}'' + x_{\prime\prime}' + x_{\prime\prime\prime}' + \text{, etc.}\ x'_{(n)} - u'_{(n+1)} - u''_{(n+1)}.$$

Et attendu que le dernier bief $B_{(n)}$ du canal est la rivière dans laquelle il se termine, et que l'on peut regarder ce bief comme un réservoir indéfini dont le niveau ne varie point, quel que soit le nombre de bateaux qui y arrivent, on a $u'_{(n+1)} = 0$, $u'_{(n+1)} = 0$, etc., et par conséquent, après le trajet d'un nombre quelconque (N) de bateaux :

$$\overset{(N)}{x_{\prime}} + \overset{(N)}{x_{\prime\prime}} + \overset{(N)}{x_{\prime\prime\prime}} + \overset{(N)}{x_{\text{IV}}} + \ldots\ldots \text{etc.} + \overset{(N)}{x_{(n)}} =$$
$$x_{\prime}' + x_{\prime\prime}' + x_{\prime\prime\prime}' + x_{\text{IV}}' + \ldots x_{(n)} + u_{\prime}' + u_{\prime}'' + u_{\prime}''' + u_{\prime}^{\text{IV}} \ldots + \overset{(N)}{u_{\prime}};$$

d'où l'on voit qu'après le passage d'un nombre quelconque (N) de bateaux dans le canal, la somme des chutes primitives des écluses $x'_{\prime} + x'_{\prime\prime} + x'_{\prime\prime\prime} + x'_{\text{IV}}$, etc. n'est augmentée que de la hauteur d'eau $u_{\prime}' + u_{\prime}'' + u_{\prime}''' +$ etc., dont le bief culminant s'est élevé.

(22) Ce que nous venons de dire du réservoir inférieur indéfini dans lequel le canal se termine, s'applique à tout autre bief intermédiaire dont, par l'influence d'un ruisseau

ou par toute autre cause, le niveau resterait constant, quelle que fût l'activité de la navigation.

(23) On voit que, suivant l'étendue des biefs et la chute des écluses d'un canal navigable, les exhaussements de l'eau dans chaque bief, par le passage consécutif d'un certain nombre de bateaux, varient pour chacun de ces biefs; de sorte qu'il pourrait arriver, si l'on n'avait point égard au rapport qui existe nécessairement entre l'étendue des biefs, la chute de leurs écluses, et l'exhaussement de leur niveau, que cet exhaussement fût très-considérable dans les uns et très-faible dans les autres, quoique ceux-ci exigeassent qu'on y introduisît un plus grand volume d'eau que dans ceux-là, pour réparer les pertes plus grandes qu'ils éprouveraient par l'effet de l'évaporation naturelle ou des filtrations à travers le sol.

(24) Si, par exemple, on suppose que le canal soit ouvert dans toute sa longueur sur un terrain homogène, les pertes occasionnées par les filtrations et l'évaporation dans un bief quelconque seront proportionnelles à l'étendue de ce bief; il faudra donc introduire dans ce bief, pour en reparer les pertes, une quantité d'eau qui soit aussi proportionnelle à son étendue, c'est-à-dire, un prisme d'eau d'une hauteur constante, puisque nous supposons tous les biefs d'une largeur égale.

Cela posé, il est clair que les exhaussements $u'_{\prime} u'_{\prime\prime} u'_{\prime\prime\prime} u'_{\text{iv}}$ produits par la descente du premier bateau DS, devront être égaux entre eux; on aura par conséquent, en faisant cet exhaussement commun $= a$,

$$a = \frac{S}{B_{\prime} + S}(D - x'_{\prime})$$

$$a = \frac{S}{B_{\prime\prime} + S}(D - x'_{\prime\prime}) - \frac{B_{\prime} a}{(B_{\prime\prime} + S)}$$

$$a = \frac{S}{B_{\prime\prime\prime} + S}(D - x'_{\prime\prime\prime}) - \frac{(B_{\prime} + B_{\prime\prime})\, a}{(B_{\prime\prime\prime} + S)}$$

$$a = \frac{S}{B_{IV} + S}(D - x'_{IV}) - \frac{(B_{\prime} + B_{\prime\prime} + B_{\prime\prime\prime})\, a}{(B_{IV} + S)};$$

et généralement :

$$a = \frac{S}{B_{(n)} + S}(D - x'_{(n)}) - a\,\frac{(B_{\prime} + B_{\prime\prime} + B_{\prime\prime\prime} + B_{IV} \ldots + B_{(n-1)})}{(B_{(n)} + S)}.$$

Or la position du bief $B_{(n)}$ par rapport au point culminant du canal, ou, ce qui revient au même, la somme de tous les biefs $B_{\prime} + B_{\prime\prime} + B_{\prime\prime\prime} + \ldots B_{(n-1)}$ qui le précèdent étant connue, et représentée par (B), on a :

$$a = \frac{S}{B_{(n)} + S}(D - x_{(n)}) - \frac{a(B)}{B_{(n)} + S},$$

ou bien, en faisant pour abréger, $B_{(u)} + S = y$, $D - x_{(n)} = z$,

$$a[(B) + y] - Sz = 0;$$

équation à la ligne droite facile à construire, et qui exprime le rapport entre l'étendue d'un bief quelconque et la chute de l'écluse qui le termine, pour que ce bief et chacun de ceux qui le précèdent acquièrent un exhaussement constant à chaque passage de bateau, quel que soit le nombre de ces passages.

Car, après le passage d'un premier bateau, les chutes des

écluses sur la longueur entière du canal sont devenues :

$$x_{,}'+a-a=x_{,}'$$
$$x_{,,}'+a-a=x_{,,}'$$
$$x_{,,,}'+a-a=x'_{IV},$$
etc.;

et comme rien n'est changé ni dans l'étendue des biefs du canal, ni dans la chute primitive de ses écluses, il est clair qu'un second passage de bateau exhaussera encore chaque bief d'une même hauteur a, et ainsi de suite indéfiniment.

(25) Nous avons supposé que tous les biefs étaient exposés aux mêmes chances de déperdition d'eau ; mais si, par l'effet de quelques circonstances particulières, ces chances devenaient plus considérables dans l'un quelconque des biefs $B_{(n)}$, il faudrait que son niveau s'exhaussât d'une quantité A proportionnelle à ces déperditions, tandis que les biefs antérieurs ne s'exhausseraient que de la quantité a; et l'on aurait :

$$A=\frac{S}{B_{(n)}+S}(D-x_{(n)})-a\frac{(B_{,}+B_{,,}+\ldots\text{etc.})}{(B_{(n)}+S)};$$

d'où l'on conclut immédiatement que la longueur du bief $B_{(n)}$ étant donnée, la chute de l'écluse $x_{(n)}$ doit être d'autant moindre que l'exhaussement A, destiné à compenser la déperdition que l'on suppose avoir lieu sur ce bief, est plus considérable.

(26) S'il arrivait, au contraire, que ce bief $B_{(n)}$ fût alimenté par une prise d'eau subsidiaire, il pourrait gagner au lieu de perdre, et par conséquent conserver la hauteur d'eau nécessaire au maintien de la navigation, en se déprimant de la

hauteur d'eau qu'il aurait acquise subsidiairement : la quantité A change de signe dans cette hypothèse, et l'équation

$$-A = \frac{S}{B_{(n)}+S}(D - x_{(n)}) - a\,\frac{(B_{,}+B_{,,}+B_{,,,}+,\text{etc.}}{(B_{(n)}+S)},$$

apprend que la chute $x_{(n)}$ de l'écluse qui termine le bief peut devenir d'autant plus forte, que le volume d'eau introduit dans le bief devient lui-même plus grand.

(27) Ce bief, alimenté subsidiairement, peut être à son tour considéré comme le point culminant d'un nouveau canal auquel s'appliquera sans restriction tout ce que nous avons dit jusqu'ici ; il en sera de même après une seconde prise d'eau, après une troisième, et nous nous trouvons ramenés ici aux propositions énoncées dans notre premier Mémoire.

(28) Si, dans l'équation générale

$$u_{(n)} = \frac{S}{B_{(n)}+S}(D - x_{(n)}) - \frac{(B_{,}u'_{,} + B_{,,}u_{,,}'' + B_{,,}u'_{,,,}\ldots\text{etc.})}{(B_{(n)}+S)},$$

on suppose nuls les exhaussements de tous les biefs à l'exception de l'exhaussement $u_{,}'$ du bief culminant, elle se réduira à celle-ci :

$$D - x_{(n)} - \frac{B_{,}u'_{,}}{S} = 0,$$

laquelle convient au cas où chaque bief intermédiaire gagnant d'un côté précisément ce qu'il perd de l'autre, le volume d'eau puisé dans le réeervoir inférieur ne contribue qu'à l'exhaussement du bief culminant.

Substituant dans cette équation, à la place de $u_{,}'$, sa valeur

$$\frac{S}{B_{,}+S}(D - x'),$$

on en déduit

$$x_{(n)}=\frac{SD+B_{,}x_{,}'}{B_{,}+S};$$

d'où l'on voit que les chutes de toutes les écluses, quel que soit le rang qu'elles occupent à partir de la première, sont égales entre elles.

(29) En conservant l'hypothèse d'un exhaussement constant dans tous les biefs d'un canal, supposons encore que tous ces biefs soient égaux entre eux.

L'équation générale (24)

$$a=\frac{S}{B_{(n)}+S}(D-x_{(n)})-a\frac{(B_{,}+B_{,,}+B_{,,,}+\ldots B_{(n-1)})}{(B_{(n)}+S)},$$

deviendra, à cause de $B_{,}=B_{,,}=B_{,,,}=\ldots B_{(n-1)}=B$, et de $B_{,}+B_{,,}+B_{,,,}+\ldots B_{(n-1)}=(n-1)B$:

$$a=\frac{S}{B+S}(D-x_{(n)})-\frac{(n-1)aB}{B+S},$$

d'où

$$x_{(n)}=D-a\frac{(S+nB)}{S}.$$

On a de même :

$$x_{(n-1)}=D-a\frac{[S+(n-1)B]}{S};$$

donc

$$x_{(n-1)}-x_{(n)}=\frac{aB}{S},$$

c'est-à-dire que les chutes des deux écluses consécutives, prises arbitrairement dans un semblable canal, diffèrent d'une quantité constante, ou, ce qui revient au même, que les chutes de toutes les écluses du système décroissent, à partir de la pre-

mière, en progression arithmétique dont la raison est

$$\frac{aB}{S}.$$

On aura le cas particulier des sas accolés ou des écluses multiples ordinaires, en faisant $B = S$. Alors l'expression générale de la chute $x_{(n)}$ devient :

$$x_{(n)} = D - a(n + 1);$$

au moyen de laquelle on déterminera la hauteur de la chute de l'une quelconque des écluses d'une suite de sas accolés, pour que le niveau de l'eau s'exhausse dans chacun d'eux par la descente d'un bateau, de la quantité constante $= a$.

(30) On est dans l'usage de ne donner aux sas d'une écluse multiple précisément que la capacité nécessaire pour contenir un seul bateau ; c'est aussi ce que nous venons de supposer : mais si, au lieu de représenter le tirant d'eau d'un bateau descendant, la quantité D représente la différence du tirant d'eau des bateaux qui descendent et des bateaux qui remontent, alors il faudra que deux bateaux cheminant en sens contraire puissent se rencontrer dans chacun des sas ; et comme il faut encore que ces bateaux puissent se mouvoir dans le sas où ils se trouvent, il conviendra d'augmenter suffisamment la capacité de celui-ci pour que la manœuvre des bateaux s'y exécute commodément, condition que l'on obtiendra en donnant au sas la capacité de trois bateaux ; on aura alors $B = 3S$, et l'équation

$$x_{(n)} = D - a(3n + 1)$$

exprimera la chute d'une écluse quelconque dans une suite de sas accolés, suivant le rang qu'elle y occupe.

(31) Nous n'étendrons pas davantage les applications de nos formules à des cas particuliers; nous nous bornerons à faire remarquer que les mêmes équations par lesquelles on exprime l'exhaussement du niveau des biefs d'un canal, donnent l'abaissement de ces biefs lorsque la quantité $D - x$ est négative, c'est-à-dire, lorsque la chute de l'écluse est plus grande que la différence du tirant d'eau des bateaux qui montent et qui descendent:

On trouve alors :

$$u'_{,} = \frac{S}{B_{,} + S}(x_{,}' - D)$$

$$u'_{,,} = \frac{S}{B_{,,} + S}(x_{,,} - D) - \frac{B_{,} u_{,}'}{(B_{,,} + S)}$$

$$u'_{,,,} = \frac{S}{B_{,,,} + S}(x_{,,,}' - D) - \frac{(B_{,} u_{,}' + B_{,,} u_{,,}')}{(B_{,,,} + S)};$$

de sorte qu'en nommant généralement $X_{,} X_{,,} X_{,,,} X_{IV}$, etc., les chutes des écluses $E_{,} E_{,,} E_{,,,} E_{IV}$, etc., et $V_{,} V_{,,} V_{,,,} V_{IV}$, etc., le changement de niveau opéré par l'effet d'un nombre quelconque de doubles passages dans les biefs $B_{,} B_{,,} B_{,,,} B_{IV}$, etc., dont la section transversale est supposée rectangulaire, les formules générales,

$$V_{,} = \frac{S}{B_{,,} + S}(\pm D \mp X_{,,,})$$

$$V_{,,} = \frac{S}{B_{,,} + S}(\pm D \mp X_{,,,}) - \frac{B_{,} V_{,}}{(B_{,,} + S)}$$

$$V_{,,,} = \frac{S}{(B_{,,,} + S)}(\pm D \mp X_{,,,}) - \frac{(B_{,,} V_{,,} + B_{,} V_{,})}{(B_{,,,} + S)}, \text{ etc.,}$$

exprimeront l'exhaussement ou la dépression du niveau des biefs, suivant que les quantités D et X seront affectées des signes supérieurs ou inférieurs; et l'on pourra, dans l'un ou l'autre cas, en tirer des conséquences analogues.

Rappelons cependant, comme nous l'avons avancé au commencement de ce Mémoire, qu'en projetant des canaux de navigation, on éprouvera bien plus fréquemment le besoin de faire remonter l'eau des biefs inférieurs qui ne tarissent jamais, dans les biefs supérieurs qui sont exposés quelquefois à manquer d'eau, que de prendre dans ceux-ci l'eau nécessaire au maintien de la navigation : ainsi il conviendra, toutes les fois que les circonstances le permettront, de se renfermer dans le cas où la différence $D-x$ est une quantité positive.

(32) Résumons en peu de mots ce que nous avons dit jusqu'ici.

Nous avons considéré d'abord deux biefs contigus séparés par une seule écluse, l'un supérieur, ayant une superficie déterminée, l'autre inférieur et indéfini. Nous avons recherché, dans cette hypothèse, la loi suivant laquelle le niveau du bief supérieur s'exhausse par l'effet d'un nombre quelconque de doubles passages consécutifs de bateaux montants et descendants à travers cette écluse, lorsque sa chute est moindre que la différence du tirant d'eau des bateaux qui la montent et qui la descendent. Nous avons trouvé que le nombre de doubles passages croissant nécessairement dans l'ordre des nombres naturels, c'est-à-dire en progression arithmétique, les exhaussements du bief supérieur occasionnés par la seule manœuvre de l'écluse décroissaient en progression géométrique, de telle sorte que la loi qui lie les exhaussements de niveau du

bief supérieur, et le nombre de passages de bateaux auquel ces exhaussements sont dus, est représentée graphiquement par la loi des coordonnées de certains points de la branche négative d'une logarithmique.

Il suit de la nature même de cette loi, qu'en continuant de faire passer des bateaux par cette écluse on continuera d'exhausser le bief supérieur, sans néanmoins parvenir jamais à l'exhausser au point que la différence de niveau entre sa surface et celle du bief situé au-dessous devienne égale à la différence du tirant d'eau des bateaux montants et descendants.

Si cette limite pouvait être atteinte, la hauteur respective des biefs ne varierait plus, et l'on pourrait continuer indéfiniment à faire traverser alternativement dans les deux sens l'écluse qui les sépare, sans perte ni bénéfice d'eau pour l'un ou l'autre bief.

Ceci nous conduit à observer que, dans tous les cas où l'on peut faire remonter un certain volume d'eau d'un bief inférieur dans un bief supérieur, il convient de faire un emploi utile de cette espèce de bénéfice à mesure qu'on peut en disposer; car il s'accroît d'autant moins qu'on le tient accumulé, comme l'indique, au premier coup-d'œil, la loi de ses accroissements successifs.

(33) Nous avons dû nous arrêter à développer avec quelque détail les conséquences du double passage par une seule écluse, parce que ces conséquences sont simples et faciles à saisir; mais cette supposition s'écarte trop des circonstances ordinaires, pour que nous nous soyons bornés à les traiter. Abordant le cas le plus étendu, nous avons considéré celui d'un canal de navigation composé d'un nombre quelconque

de biefs inégaux dont les niveaux respectifs sont rachetés par des écluses de chutes inégales; supposant d'abord que les doubles passages s'effectuent successivement d'une écluse à l'autre, en partant de la plus élevée, nous avons recherché l'expression de l'exhaussement de niveau d'un bief quelconque de ce canal, et nous avons trouvé qu'elle dépendait non-seulement de l'étendue de ce bief et de la chute de l'écluse qui le termine, mais encore de l'étendue de tous les biefs, et de la chute de toutes les écluses situées au-dessus de lui.

En général, l'exhaussement d'un bief quelconque, la longueur de ce bief, et la chute de l'écluse qui le termine, peuvent être considérés comme les trois coordonnées d'une surface courbe. Ainsi l'on obtient immédiatement de l'équation de cette surface la valeur de l'une de ces trois variables, les deux autres étant connues.

Quel que soit, au surplus, l'exhaussement du niveau de l'eau dans chacun des biefs consécutifs d'un canal de navigation, il est clair que le volume d'eau qui se trouve réparti entre eux est puisé en totalité dans le bief inférieur de ce canal, ou plutôt dans la rivière ou le fleuve qui le reçoit.

(34) Si, par l'effet d'un premier double passage dans toutes les écluses d'un canal, le niveau de ses biefs s'exhausse, la chute primitive de toutes ses écluses se trouvera changée, et il faudra calculer, d'après les chutes ainsi modifiées, l'exhaussement de niveau qui sera produit dans les biefs par un second double passage; on calculera de même l'exhaussement de niveau produit par un troisième, et ainsi de suite; d'où l'on voit qu'après un certain nombre de passages de bateaux, l'exhaussement d'un bief quelconque se trouve dé-

pendre non-seulement de l'exhaussement de tous les biefs qui le précèdent vers le haut, mais il dépend encore du nombre de doubles passages qui auront eu lieu. Ainsi, l'expression d'un exhaussement quelconque se trouve d'autant plus compliquée que le bief auquel il se rapporte est séparé du réservoir de partage par un plus grand nombre de biefs, et qu'un plus grand nombre de bateaux les a déja parcourus.

(35) Mais tout ceci suppose que les biefs ainsi exhaussés conservent le volume entier de l'eau qu'ils reçoivent, tandis qu'en effet celle qu'on peut y faire remonter n'est destinée qu'à réparer en tout ou en partie les pertes qu'ils éprouvent par les filtrations ou l'évaporation; et comme le volume de ces pertes est variable, suivant la différente nature du sol où le canal est établi, et suivant la longueur de ses biefs, il s'ensuit qu'il faudrait faire varier, pour ainsi dire, l'exhaussement de chacun d'eux, d'après l'expérience qu'on aurait acquise du plus ou moins de perméabilité du terrain, ou d'après telles autres suppositions que l'on peut varier à l'infini.

(36) La plus simple comme la plus naturelle que l'on puisse faire entre toutes ces suppositions, est celle d'un terrain homogène dans lequel les chances de pertes d'eau seraient les mêmes sur toute la longueur du canal qu'on y établirait: or, il est évident que, pour réparer ces pertes, il est nécessaire que chaque double passage exhausse chaque bief d'une quantité égale, ou, ce qui revient au même, que le volume d'eau enlevé au bief inférieur se répartisse dans tous les autres proportionnellement à leurs longueurs respectives.

Nos formules appliquées à ce cas particulier, apprennent qu'il s'établit alors entre la longueur d'un bief et la chute

de l'écluse qui le termine, le même rapport que celui qui existe entre les coordonnées d'une ligne droite.

Cette hypothèse d'exhaussements égaux sur tous les biefs d'un canal, outre l'avantage de pourvoir également aux pertes qui ont lieu dans un terrain homogène, offre encore celui de maintenir invariables les chutes des écluses, de sorte que les doubles passages successifs, quelque intervalle de temps qui les sépare, produisent des exhaussements constants, indépendants du plus ou moins d'activité de la navigation.

(37) Nous avons dit que le volume d'eau dont tous les biefs d'un canal pouvaient s'augmenter, était toujours puisé dans le réservoir ou bief inférieur de ce canal; on peut supposer maintenant que ce volume passe tout entier dans le réservoir le plus élevé : or, cela aura lieu nécessairement, si tous les biefs compris entre les deux extrêmes ne s'exhaussent ni ne s'abaissent, c'est-à-dire, regagnent, par le double passage dans leur écluse *d'aval,* ce qu'ils ont perdu par le double passage dans leur écluse *d'amont :* on satisfait à cette condition en supposant l'exhaussement nul dans tous les biefs intermédiaires; alors l'équation qui exprime le rapport entre la superficie de ces biefs et la chute de leur écluse inférieure, est encore celle d'une ligne droite.

Remarquons qu'il peut être avantageux de prendre ce dernier parti quand les biefs les plus voisins du point culminant sont ceux qui éprouvent les plus grandes pertes d'eau, comme cela arrive ordinairement. L'eau élevée dans le réservoir de partage peut alors être exclusivement employée à réparer ces pertes sans descendre jusqu'aux biefs inférieurs, qui n'en éprouvent que peu ou point.

(38) Conservant toujours l'hypothèse d'un exhaussement constant dans tous les biefs d'un canal, j'examine le cas où plusieurs biefs consécutifs sont égaux au sas d'une écluse. Je trouve alors, par la comparaison des chutes des écluses successives d'un certain nombre de sas accolés, qu'elles décroissent en progression arithmétique à partir de la plus élevée; en les disposant suivant cette loi, et en tenant les sas accolés constamment remplis d'eau à la même hauteur que le canal, ce qui est toujours facile quand les chutes des écluses sont petites, le passage des bateaux, dans un tel système de sas accolés, n'occasionera aucune perte d'eau, comme cela a lieu quand les chutes des écluses multiples sont considérables. On peut même dire que ces pertes seront moindres dans les sas accolés que sur tout autre point, puisque ces parties du canal étant ordinairement exécutées avec plus de soin et revêtues de maçonnerie dans leur section transversale, il n'y a point de filtrations à craindre à travers le terrain où ils sont établis.

Il convient cependant d'observer que, pour opérer les doubles passages dans une écluse multiple, ainsi qu'on l'opère dans une écluse simple, il faut que chacun des sas de cette écluse puisse contenir plus de deux bateaux; on satisfera à cette condition en leur donnant généralement la même largeur qu'aux autres biefs. Ainsi remplissant de doubles fonctions, les sas d'une écluse multiple considérés comme sas ne devront avoir que la longueur d'un bateau, tandis que considérés comme biefs, ils devront conserver la même largeur que le canal dont ils font partie.

(39) Les formules auxquelles nous sommes parvenus, ren-

ferment, à proprement parler, toute la théorie des canaux de navigation artificielle, et l'on peut comprendre dans une formule unique les deux cas de l'exhaussement et de l'abaissement des biefs, en affectant du double signe $\pm$ la différence du tirant d'eau des bateaux montants et descendants, et les chutes variables des écluses. On conclut immédiatement de cette formule, ce qui est évident d'ailleurs, savoir : que lors de l'exhaussement des biefs, la quantité d'eau contenue dans le canal peut s'accroître à mesure que la navigation y devient plus active; tandis qu'au contraire lors de l'abaissement des biefs, cette quantité d'eau diminue nécessairement par le passage des bateaux jusqu'à une certaine limite, passé laquelle la navigation devient impraticable. Cette conclusion, réduite à ce peu de mots, énonce tous les avantages qu'on peut tirer de l'application des principes théoriques qui font l'objet de ce Mémoire.

Si nous sommes parvenus à les développer avec la clarté convenable, nous le devons à l'emploi que nous avons fait de l'analyse mathématique à une question qui avait semblé jusqu'ici étrangère à son domaine, et nous croyons avoir rendu en cela un véritable service; car un instrument aussi parfait que l'analyse doit surtout être mis en œuvre quand il s'agit de perfectionner quelque invention utile; et de nos jours, aucune invention n'est plus propre que celle des canaux artificiels à améliorer l'état de la société par l'accroissement et la répartition de la richesse publique (1).

---

(1) Ce que nous disons ici des canaux navigables doit s'entendre sans restriction de tout ce qui peut contribuer à rendre les communications d'une contrée à l'autre plus commodes et moins dispendieuses; cela doit

(40) Qu'on ne pousse cependant pas plus loin que je n'ai prétendu le faire moi-même les conséquences des principes théoriques que j'ai développés, ils reposent sur une analogie

---

s'entendre encore des constructions et des exploitations de tout genre. En réfléchissant sur différentes branches de l'industrie qui peuvent se perfectionner par l'emploi de l'analyse mathématique, on est conduit de nouveau à rendre hommage aux vues véritablement philosophiques qui présidèrent à la formation d'une célèbre école où l'analyse doit servir de base à l'instruction qu'on y reçoit.

Cependant, parmi ceux qui ont été appelés à jouir du bienfait de cette institution, et qui plus tard auraient pu appliquer utilement les connaissances qu'ils ont dû y acquérir, tous ne paraissent pas avoir attaché le même degré d'importance à perfectionner la pratique de l'art qu'ils exercent.

L'analyse mathématique est une langue qu'on oublie quand on cesse de la parler ou de l'écrire; et comme la recherche de la vérité exige toujours une certaine contention d'esprit, il arrive quelquefois qu'on aime mieux admettre de confiance des préjugés reçus que de leur substituer des vérités nouvelles, quand c'est au prix du travail qu'il faut en acheter la connaissance; d'ailleurs on ne blesse l'amour-propre de personne en répétant ce que tout le monde a dit; on se met ainsi à l'abri de la contradiction; peut-être même se croit-on, dans certaines situations, intéressé à se déclarer le champion de la routine: cependant ce n'est pas là ce qu'on doit attendre de ceux dont l'esprit est exercé à l'étude des sciences exactes. On a eu trop souvent l'occasion d'applaudir aux succès obtenus par d'anciens élèves de l'École polytechnique, les sciences leur doivent trop de progrès, les arts trop de perfectionnements, la plupart obtenus par l'application de l'analyse, pour avoir à craindre que l'exemple de ceux d'entre eux qui négligent les ressources de ce puissant instrument devienne un exemple contagieux.

Ces réflexions, que je ne crois pas devoir étendre, seront ma seule réponse aux observations qu'un jeune ingénieur a publiées sur mon premier Mémoire. En soumettant la matière que j'y ai traitée à un examen plus approfondi, il ne peut manquer de reconnaître lui-même que tous ses raisonnements, quelque tranchantes que soient les conclusions qu'il en a tirées, sont fondés sur un paradoxe.

facile à saisir, qu'il nous suffira de faire remarquer, pour circonscrire dans leurs justes limites tous les cas auxquels ces principes sont applicables.

En effet, de quelque manière qu'une certaine masse d'eau descende d'une hauteur donnée, elle pourra toujours faire remonter à la même hauteur, par l'intermède d'une machine ou d'un appareil quelconque, une certaine masse d'eau plus petite.

Le produit de la différence de ces deux masses par la hauteur de la chute, ou par l'espace qu'elles parcourent verticalement, est la perte de forces vives due à l'emploi de la machine ou de l'appareil dont on fait usage, et cette machine et cet appareil sont d'autant plus parfaits que la perte de forces vives est moindre.

Or, un corps qui flotte dans un fluide représente en poids un volume de ce fluide précisément égal à celui qui est déplacé par ce corps flottant.

Quand donc un bateau chargé descend du bief supérieur dans le bief inférieur d'une écluse, il est capable de produire par son poids le même effet que produirait, en descendant de la même hauteur, le volume d'eau dont il occupe la place.

De même, un bateau qui remonte du bief inférieur dans le bief supérieur d'une écluse, équivaut à un certain volume d'eau qui remonterait à la même hauteur; et comme une écluse à sas est un appareil tel, que la perte de forces vives, indispensable pour faire monter un bateau à la hauteur de cette écluse, et en faire descendre un autre, est toujours proportionnelle au carré de cette hauteur, on conçoit que, suivant le rapport qu'on établira entre la chute d'une écluse et le tirant d'eau des bateaux qui la descendent et qui la montent,

on pourra rendre la dépense d'eau du bief supérieur nulle ou négative : or, dans ce dernier cas que nous avons spécialement considéré, il arrivera, par le seul effet de la manœuvre de cet appareil, qu'un certain volume d'eau du bief inférieur passera dans le bief supérieur. Cette ascension de l'eau dans un canal n'est, comme on voit, que la conséquence immédiate et nécessaire des principes fondamentaux de la dynamique ; il est évident, d'ailleurs, que cette ascension ne peut avoir lieu qu'autant que le tirant d'eau des bateaux qui descendent est plus grand que la chute de l'écluse, augmentée du tirant d'eau des bateaux qui montent.

(41) J'ai exposé, dans mon premier Mémoire, quelques considérations sur la nature des transports auxquels la navigation artificielle doit servir, et j'ai montré qu'en général le poids des denrées et des marchandises qui descendent des plaines et des montagnes dans les vallées était beaucoup plus considérable que le poids des matières qui remontent des vallées sur les montagnes. Ainsi le champ des applications que l'on peut faire de notre théorie est très-étendu.

Citons ici quelques exemples pris sur des localités connues.

On sait que la fonderie du Creuzot et les mines de charbon de terre qu'on y emploie sont situées à 10 kilomètres de distance du canal du Centre. C'est par ce canal que les produits de ces établissements descendent d'un côté dans la Saône, et de l'autre dans la Loire ; mais on est obligé de transporter ces produits par terre jusqu'à la rigole de Torcy, sur une longueur de 6000 mètres, ce qui occasionne tous les ans une dépense considérable.

D'après les renseignements les plus positifs, le poids des matières voiturées annuellement depuis le Creuzot jusqu'à

cette rigole est d'environ 4 millions de kilogrammes ou de 4000 tonneaux ; tandis que le poids des matières qui y remontent, lesquelles consistent en soudes employées à une fabrique de cristaux, et en fontes de Franche-Comté, ne s'élève pas au-dessus de 400 tonneaux. Le poids des matières qui descendent du Creuzot dans le canal du Centre est donc au poids de celles qui remontent par la même voie dans cet établissement, comme 10 est à 1.

Un canal navigable qui serait pratiqué depuis les mines et la fonderie du Creuzot jusqu'à la rigole de Torcy pourrait donc être alimenté avec une très-petite quantité d'eau, si l'on établissait le rapport convenable entre les chutes de ses écluses et le tirant d'eau des bateaux destinés à le parcourir.

Si, par exemple, on employait à cette navigation des bateaux qui tirassent en pleine charge $1^{m}, 30^{c}$, ces bateaux en remontant, ne tireraient plus que 20 centimètres ; et la différence des tirants d'eau entre les mêmes bateaux qui descendraient complètement chargés, et qui remonteraient ensuite avec le dixième de leur charge, serait de $1^{m}, 10^{c}$.

Il faut savoir maintenant que la pente totale du canal serait de 48 mètres sur les 6 kilomètres de son développement ; ainsi, donnant un mètre de chute aux écluses qu'on y établirait, et supposant alternatif le passage des bateaux qui les traverseraient, non-seulement on rendrait nulle la dépense du bief culminant de ce canal, mais encore on pourrait y faire remonter un certain volume d'eau qui serait puisé dans la rigole de Torcy, où il aurait son embouchure.

On conçoit que les écluses d'une chute aussi faible seraient faciles à construire, et ne seraient pas, après leur construc-

tion, exposées aux mêmes dégradations que celles qui ont à soutenir une hauteur d'eau plus considérable; car c'est toujours de la différence de niveau qui existe entre les deux biefs auxquels une écluse sert de communication, que dérivent les différents efforts qui tendent à opérer la destruction de cet ouvrage.

(42) Quant à l'objection tirée de la lenteur avec laquelle la navigation se ferait sur un pareil canal à cause de la multiplicité et du rapprochement de ses écluses, sans considérer qu'il s'agit moins ici d'économiser le temps que d'économiser l'eau, il est aisé de s'assurer que cette objection est sans fondement.

Nous venons de dire, en effet, que les exportations du Creuzot en charbon de terre et en fonte de fer pouvaient s'élever annuellement à 4000 tonneaux; supposons maintenant que leur transport s'effectue en deux cents jours de navigation, ce sera un mouvement de 20 tonneaux par jour; supposons encore que l'on emploie des bateaux de cette capacité, c'est-à-dire du port de 20 tonneaux, ils auront à très-peu près 14 mètres de longueur, $1^{m},50^{c}$ de large, et ils tireront $1^{m},30^{c}$ de hauteur d'eau, leur poids compris.

La chute de chaque écluse étant fixée à un mètre, il faudra tirer d'un bief quelconque 20 à 22 tonneaux d'eau pour remplir le sas de son écluse inférieure. Cette eau y étant introduite par des orifices équivalents en somme à un cinquième de mètre superficiel, on trouve, toutes corrections faites, que pour remplir et vider le sas, il ne faudra pas tout-à-fait une minute; ajoutant deux autres minutes pour le temps perdu et les fausses manœuvres, on voit que la traversée de 48 écluses par le même bateau exigera à peu près

deux heures et demie ; ajoutant enfin trois heures environ pour parcourir le reste du canal, la durée totale du trajet depuis l'étang inférieur du Creuzot jusqu'à la rigole de Torcy sera de cinq heures et demie ; ce qui permettra la descente et la remonte d'un bateau dans les jours les plus courts de l'année.

Cet exemple suffit pour montrer combien il serait facile, par l'établissement de communications navigables telles que nous venons d'en décrire une, d'accroître l'exploitation de grandes fonderies de fer ou de mines de charbon de terre. Le manque d'eau ne peut être un obstacle à les entreprendre ; car, dans les forges, le mouvement de diverses machines est ordinairement entretenu par des cours d'eau ; et dans les mines, l'épuisement des fosses en fournira toujours bien plus qu'il n'en faudra pour alimenter de semblables canaux.

(43) Remarquons que si, au lieu d'être placées au fond d'une gorge sans issue, comme le sont les établissements du Creuzot, les mines de charbon, les fonderies de fer, les carrières de marbre ou de pierre, les forêts, etc. qu'on aurait à exploiter, étaient situées sur un point culminant entre deux vallées où coulent des rivières navigables, le canal qui réunirait ces deux rivières pourrait être établi d'après nos principes.

En effet, les matières encombrantes exploitées au point culminant du canal devant nécessairement en descendre pour être consommées ailleurs, et n'étant jamais remplacées sur le lieu de leur exploitation par une importation de matériaux aussi lourds, il est évident qu'en vertu de l'excès de charge des bateaux descendants sur la charge des bateaux montants, une partie du volume d'eau nécessaire à la navi-

gation pourrait remonter de chacune des deux rivières où ce canal aboutit, dans son réservoir de partage. Ce réservoir se trouverait ainsi alimenté avec d'autant plus d'abondance que la navigation serait plus active ; résultat le plus utile que l'on puisse espérer d'obtenir.

(44) Entre tous les points du royaume sur lesquels des communications aussi avantageuses pourraient être ouvertes, j'indiquerai, par exemple, le plateau de Saint-Étienne, dans le département de la Loire. Un beau Mémoire de M. Beaunier, ingénieur en chef des mines (1), nous apprend que ce plateau fournit annuellement 300,000 tonneaux de houille, qui descendent, d'un côté dans le bassin de la Loire, de l'autre dans le bassin du Rhône; or, quelque chemin que suivent ces charbons, on conçoit que leur transport par eau sur un canal navigable établi d'après nos principes, pourrait non-seulement rendre nulle la dépense de son réservoir de partage, mais encore y faire remonter un certain volume d'eau provenant de ses biefs inférieurs.

Le Mémoire de M. Beaunier fournit les données fondamentales du projet de communication entre le Rhône et la Loire. Ces deux fleuves ne sont éloignés dans cette direction que d'environ 54 kilomètres ou de 10 lieues, sur lesquelles le canal de Givors à Rive-de-Gier, de 15 kilomètres de longueur, est déja livré au commerce. Aussi l'idée de joindre

---

(1) *Mémoire sur la topographie extérieure et souterraine du territoire houiller de Saint-Étienne, et de Rive-de-Gier, département de la Loire;* par M. Beaunier, ingénieur en chef au corps royal des mines, directeur de l'école des mineurs de Saint-Étienne. (Annales des Mines, tom. I, 1816.)

par cette voie la Méditerranée à l'Océan est-elle fort ancienne. Mais, ce qui caractériserait surtout cette communication à travers le plateau de Saint-Étienne, c'est qu'on trouve dans la propre masse des matières pesantes qu'on y exploite une partie de la force nécessaire à leur transport, puisque en descendant sur le canal qui servirait à leur exploitation, elles pourraient faire remonter des biefs inférieurs une partie de l'eau nécessaire à son entretien. Ainsi, voilà une de ces circonstances favorables où il devient en quelque sorte indifférent d'approvisionner d'un volume d'eau déterminé le bief le plus élevé d'un canal, ou de pouvoir embarquer sur ce bief un poids équivalent de matières solides; ce qui est une conséquence immédiate et l'une des plus remarquables de notre nouvelle théorie.

(45) Après en avoir exposé les avantages, arrêtons-nous quelques instants à montrer dans quels graves inconvénients on est tombé pour en avoir ignoré les principes.

Ces inconvénients existent sous nos yeux dans le canal de Briare, le plus ancien de France et le plus généralement connu.

Le nombre des bateaux qui sont descendus à Paris par ce canal, en 1819, a été 3380. Ces bateaux ont des dimensions variables, mais on peut supposer généralement qu'ils tirent en pleine charge $0^{m}, 66^{c}$ d'eau; ils ont $3^{m}, 50^{c}$ de largeur et 24 mètres de longueur.

Le chargement moyen d'un de ces bateaux est par conséquent d'environ 50,000 kilogrammes ou de 50 tonneaux.

Ainsi le poids total des marchandises qui sont descendues à Paris par cette voie en 1819, a été à peu près de 170,000 tonneaux.

(46) La plus grande partie des bateaux employés à ce transport sont déchirés sur les ports de Paris; et ce qu'on en conserve pour remonter le canal, le remonte à vide ou presque à vide. Il est certain du moins que les denrées et les marchandises que l'on transporte de la Seine dans la Loire, n'équivalent pas en poids à la centième partie de celles qui viennent de la Loire dans la Seine.

La longueur développée du canal de Briare depuis le point de partage jusqu'à la rivière de Loing, est de 34,582 mètres, et sa pente, qui est de $78^{m} 74^{c}$, est rachetée par 27 écluses, dont quelques-unes ont près de 4 mètres de chute.

(47) Il y a long-temps qu'on a été frappé pour la première fois de la dépense d'eau qui a lieu en pure perte au passage d'écluses dont la chute est aussi considérable et si peu proportionnée au tirant d'eau des bateaux destinés à les traverser. Mais enfin, tel est l'état des choses; pour savoir ce qui en résulte, cherchons d'abord quel serait le volume d'eau rigoureusement nécessaire pour opérer la circulation de 170,000 tonneaux de marchandises sur le canal de Briare.

Or, il est évident que si le nombre de ses écluses avait été quadruplé, leur chute moyenne eût été réduite à 75 centimètres environ; si, de plus, le tirant d'eau des bateaux en pleine charge eût été porté à $1^{m}, 50^{c}$, il est évident encore que, par suite de cette diminution de chute des écluses, et de cette augmentation de tirant d'eau des bateaux, les 1350 qui auraient eu ensemble le même port que les 3380 bateaux qui sont descendus dans la Seine en 1819, c'est-à-dire, qui auraient déplacé le même volume de 170,000 tonneaux, auraient fait remonter, de la rivière de Loing dans le bief de partage, la moitié de ce volume;

ce qui aurait augmenté d'autant le volume d'eau approvisionné dans le réservoir culminant pour l'entretien de la branche de ce canal qui descend de ce réservoir dans la Loire.

(48) Supposant, comme nous le faisons ici, une importation de ce fleuve dans la Seine sans réciprocité, il faudra nécessairement subvenir à la dépense de la navigation ascendante sur cette branche du canal.

Sa longueur développée est de 32231 mètres, et sa pente de 38m, 25c est rachetée par 12 écluses de chutes variables.

En augmentant le nombre de ces écluses de manière à ne leur laisser que 75 centimètres de chute, égale à celle que nous leur avons supposée sur l'autre partie du canal, il faudrait dépenser pour la montée 170,000 tonneaux de marchandises, savoir :

1° 85,000 tonneaux d'eau équivalents aux prismes de remplissage des sas, prismes qui ont chacun pour hauteur la chute des écluses.

2° 170,000 tonneaux représentant le volume d'eau déplacé par la totalité des chargements.

La navigation ascendante de la Loire au point culminant du canal de Briare dépenserait donc 255,000 tonneaux ou mètres cubes d'eau ; lesquels descendraient nécessairement du réservoir le plus élevé du canal dans la Loire.

Mais nous avons vu (art. 47) que la descente des mêmes marchandises du côté opposé ferait remonter dans ce réservoir culminant 85,000 tonneaux tirés de la rivière de Loing ; il ne resterait donc à fournir par les étangs et les rigoles alimentaires que 170,000, ou 200,000 mètres cubes d'eau environ. Ainsi, abstraction faite des filtrations et de l'évapora-

tion, voilà à quoi se réduirait le *minimum* du volume d'eau indispensable à l'entretien annuel de la navigation sur le canal de Briare, et celui dont il aurait fallu primitivement s'assurer pour en alimenter le bief de partage.

(49) Voyons maintenant quelle est la quantité d'eau dépensée annuellement pour l'entretien de cette navigation.

Ne prenons parmi les étangs d'où le canal de Briare tire ses eaux que ceux dont la superficie et la profondeur sont indiquées dans l'ouvrage de M. de Lalande sur les canaux navigables (1); ces étangs ont ensemble 152 hectares de superficie et 4 mètres de profondeur réduite. Ils contiennent par conséquent environ 6,080,000 mètres cubes d'eau.

Supposons, conformément à une évaluation généralement admise, et qui peut-être serait ici portée trop haut, que l'évaporation et les filtrations absorbent la cinquième partie de cet approvisionnement, il restera 4,864,000 mètres cubes ou tonneaux d'eau pour l'entretien de la navigation seulement.

Or, par l'application de nos principes aux chutes d'écluses et au tirant d'eau des bateaux, la dépense due au maintien de la navigation sur le canal de Briare pourrait être réduite à 200,000 tonneaux : ainsi les $\frac{23}{24}$ au moins du volume d'eau spécialement réservé pour cet usage sont consommés en pure perte, et cependant, faute d'eau, la navigation est souvent interrompue sur ce canal pendant plusieurs mois de l'année.

Cette imperfection du canal de Briare, suite inévitable de la chute excessive de ses écluses comparée au faible tirant

(1) Des canaux navigables, par Lalande, page 334.

d'eau des bateaux qui le fréquentent, lui est commune avec quelques autres canaux d'une exécution plus récente.

(50) Le rapport entre la chute des écluses d'un canal de navigation et le tirant d'eau des bateaux qui le parcourent en montant et en descendant constitue, à proprement parler, son régime; et ce régime est essentiellement variable. Il dépend en effet, non-seulement du volume d'eau disponible dans les localités différentes, mais encore des ressources territoriales ou manufacturières qu'elles offrent, et des besoins qu'elles éprouvent de productions étrangères.

Ainsi, en faisant passer un canal dans une certaine direction suivant laquelle il pourra recevoir immédiatement une plus grande masse de produits de mines, de carrières, de forêts, de vignobles, etc., tous destinés à descendre dans quelque vallée où ce canal aura son embouchure, il faudra, pour l'entretenir, une quantité d'eau moindre que si on lui faisait traverser une contrée moins productive en matières susceptibles d'être exportées avantageusement; et comme la difficulté de se procurer aux sommités des canaux un volume d'eau suffisant a été jusqu'à présent un des principaux obstacles qui ont empêché de les entreprendre, on peut juger de l'importance de notre théorie puisqu'elle montre à éluder cet obstacle, et qu'elle indique sous ce rapport comment l'exécution des canaux navigables devient plus facile là précisément où il est plus utile de les exécuter.

Mieux on connaîtra la nature et la quantité des exportations que peut faire une certaine contrée, mieux on connaîtra la nature et la quantité des importations que ses besoins réclament, mieux aussi pourra-t-on perfectionner le régime d'un canal artificiel qui doit la traverser : voilà comment

6.

l'étude de la statistique est indispensable pour atteindre cette perfection, et comment les connaissances qu'elle procure forment une partie essentielle de la science de l'ingénieur dans le tracé des canaux : vérité qui semble avoir été inaperçue jusqu'à présent, et qu'on ne peut trop répandre aujourd'hui que l'attention publique semble spécialement dirigée vers cet important objet.

MÉMOIRE

SUR LA DOUBLE RÉFRACTION,

PAR M. A. FRESNEL (1).

INTRODUCTION.

HUYGENS, guidé par une hypothèse puisée dans la théorie des ondes, a reconnu le premier les véritables lois de la double réfraction des cristaux à un axe. Cette découverte était peut-être plus difficile à faire que toutes celles de Newton sur la lumière; et ce qui semble le prouver, c'est qu'ici Newton, après

(1) Les trois Mémoires dont celui-ci offre la réunion ont été successivement présentés à l'Institut le 26 novembre 1821, le 22 janvier 1822, et le 22 avril de la même année. En les réunissant, on a changé l'ordre des matières et fait des suppressions assez considérables; mais on n'a rien ajouté d'essentiel aux faits nouveaux et aux vues théoriques qu'ils contenaient: l'on a seulement donné à celles-ci quelques développements nécessaires à leur intelligence, et l'on a cru utile d'insérer dans ce Mémoire une démonstration complète de la direction transversale des vibrations lumineuses, parce que c'est sur ce principe que repose la théorie de la polarisation et de la double réfraction : cette démonstration a déja été publiée dans le Bulletin de la Société philomatique, mois d'octobre 1824.

d'inutiles efforts pour découvrir la vérité, est tombé dans l'erreur. En songeant combien le phénomène de la double réfraction devait piquer vivement sa curiosité, on ne peut pas supposer qu'il y ait donné moins d'attention qu'aux autres phénomènes de l'optique, et l'on doit être surpris de lui voir substituer une règle fausse à la construction aussi exacte qu'élégante de Huygens, construction qu'il connaissait sans doute, puisqu'il cite son traité sur la lumière. Mais, ce qui paraît encore plus inconcevable, c'est que l'exactitude de la loi d'Huygens ait été méconnue pendant plus de cent ans, quoiqu'elle fût appuyée des vérifications expérimentales de ce grand homme, aussi remarquable peut-être par sa bonne foi et sa modestie que par sa rare sagacité. Si nous osions hasarder une explication de ce trait singulier de l'histoire de la science, nous dirions que les considérations puisées dans la théorie des ondes qui avaient guidé Huygens, ont fait supposer peut-être aux partisans du système de l'émission qu'il n'avait pu arriver à la vérité par une hypothèse erronée, et les ont empêchés de lire son traité sur la lumière avec l'attention qu'il méritait.

Parmi les physiciens modernes, M. Young est le premier qui ait soupçonné la justesse de la loi d'Huygens; c'est d'après son conseil que M. Wollaston l'a vérifiée par des expériences nombreuses et précises. A peine le résultat de ces expériences était-il connu en France, que Malus s'est occupé du même travail, et a trouvé, comme M. Wollaston, la loi d'Huygens parfaitement d'accord en nombres avec toutes les mesures données par l'observation. M. de Laplace considérant la double réfraction sous le point de vue du système de l'émission, a fait une application savante du principe de

la moindre action au calcul de la réfraction extraordinaire. Il a trouvé qu'on pouvait expliquer la marche des molécules lumineuses soumises à cette réfraction, en supposant qu'elles sont repoussées par une force perpendiculaire à l'axe du cristal, et proportionnelle au carré du sinus de l'angle que le rayon extraordinaire fait avec cet axe; d'où il suit que la différence entre les carrés des vitesses des rayons ordinaire et extraordinaire est proportionnelle au carré du même sinus.

Ce résultat n'est que la traduction de la loi d'Huygens dans le langage du système de l'émission. Les calculs de M. de Laplace n'ont point éclairci la question théorique; car ils ne montrent pas pourquoi la force répulsive qui émane de l'axe varierait comme le carré du sinus de l'inclinaison du rayon extraordinaire sur celui-ci; et il est bien difficile de justifier cette hypothèse par des considérations mécaniques.

En effet, le même rayon polarisé subit la réfraction ordinaire ou extraordinaire dans un rhomboïde de spath calcaire, selon que son plan de polarisation est parallèle ou perpendiculaire à la section principale du cristal; ce seraient donc les pans latéraux du faisceau ou les faces parallèles des molécules lumineuses dont il se compose qui détermineraient seules, par la différence de leurs propriétés ou dispositions physiques, la nature de la réfraction; deux de ces pans ressentiraient l'influence répulsive de l'axe, et les deux autres y seraient insensibles : il faudrait supposer aussi la même absence d'action sur les faces antérieures et postérieures des molécules lumineuses, puisqu'en faisant simplement tourner le rayon sur lui-même, et sans changer la direction de ces dernières faces, on le soustrait à l'action répulsive de l'axe. Mais les faces latérales des molécules lumineuses ne sont pas

moins exposées à la force répulsive qui émane de l'axe et agit perpendiculairement à sa direction, quand le rayon est parallèle à l'axe que lorsqu'il lui est perpendiculaire; et l'on ne voit pas pourquoi cette action serait nulle dans le premier cas, tandis qu'elle atteindrait son *maximum* dans le second.

Si, laissant de côté toutes recherches sur la cause mécanique de cette loi singulière, on la considère comme une conséquence nécessaire des faits dans le système de l'émission, on est encore embarrassé par d'autres difficultés. Selon ce système, un faisceau de lumière ordinaire est composé de molécules dont les plans de polarisation sont tournés dans tous les azimuts : l'expérience démontre d'ailleurs que la direction du plan de polarisation d'un rayon incident ne change pas brusquement au moment où il pénètre dans le cristal, mais graduellement et après qu'il en a traversé une épaisseur sensible, beaucoup plus considérable en général que celle à laquelle on doit borner la sphère d'activité de la réfraction ordinaire et extraordinaire, ou les limites de la partie courbe de la trajectoire. Cela posé, dans un faisceau de lumière ordinaire, il n'y aura qu'une très-petite portion des rayons qui auront leurs plans de polarisation exactement parallèles ou perpendiculaires à la section principale : ceux de la presque totalité des molécules lumineuses se trouveront également partagés entre tous les azimuts intermédiaires : or, si l'influence répulsive de l'axe est nulle sur un rayon polarisé parallèlement à la section principale, et si elle se fait sentir avec toute son énergie quand il est polarisé suivant une direction perpendiculaire, cette force répulsive doit varier graduellement pour les directions intermédiaires, de-

puis la première, où elle est nulle, jusqu'à la dernière, où elle atteint son *maximum*. Ainsi, puisque les molécules qui composent la lumière directe sont polarisées suivant une infinité d'azimuts différents, elles se trouveront soumises à des forces répulsives qui différeront aussi en intensité; par conséquent leurs trajectoires à l'entrée du cristal devront éprouver des inflexions diverses. Pour qu'elles ne fussent pas sensiblement affectées par les différences d'intensité que la diversité des plans de polarisation des rayons incidents doit apporter dans l'intensité de l'action répulsive de l'axe, il faudrait que cette action, ainsi que la force réfringente du milieu, se fissent sentir à des profondeurs beaucoup plus considérables que celle jusqu'à laquelle les molécules lumineuses conservent à peu près le même plan de polarisation. Or, c'est précisément le contraire qui est le plus vraisemblable; car l'épaisseur de cristal nécessaire pour changer le plan de polarisation est trop sensible, surtout dans certains cas, pour qu'on puisse admettre que la partie courbe de la trajectoire de la molécule lumineuse s'étende aussi loin; cette courbe, et partant la direction définitive du rayon réfracté, devront donc varier en raison de l'azimut du plan de polarisation du rayon incident. Ainsi, en suivant cette hypothèse dans ses conséquences, on trouverait que la lumière, au lieu de se diviser simplement en deux faisceaux, devrait se partager en une foule de rayons distribués suivant toutes les inclinaisons comprises entre les directions extrêmes du faisceau ordinaire et du faisceau extraordinaire.

La théorie que nous combattons ici, et contre laquelle on pourrait faire encore beaucoup d'autres objections, n'a conduit à aucune découverte. Les savants calculs de M. de La-

place, quelque remarquables qu'ils soient par une élégante application des principes de la mécanique, n'ont rien appris de nouveau sur les lois de la double réfraction. Or, nous ne pensons pas que les secours qu'on peut tirer d'une bonne théorie doivent se borner à calculer les forces, quand les lois des phénomènes sont connues : elle contribuerait trop peu aux progrès de la science. Il est certaines lois si compliquées ou si singulières, que la seule observation aidée de l'analogie ne pourrait jamais les faire découvrir. Pour deviner ces énigmes, il faut être guidé par des idées théoriques appuyées sur une hypothèse *vraie*. La théorie des vibrations lumineuses présente ce caractère et ces avantages précieux; car on lui doit la découverte des lois de l'optique les plus compliquées ou les plus difficiles à deviner; tandis que toutes les autres découvertes très-nombreuses et très-importantes sans doute, qui ont été faites dans cette science par les physiciens partisans du système de l'émission, sont bien plutôt le fruit de leurs observations et de leur sagacité, à commencer par celles de Newton, que des conséquences mathématiques déduites de son système (1).

(1) J'ai pour les travaux de Newton et de M. de Laplace l'admiration la plus vive et la plus sincère : mais je n'admire pas également tout ce qu'ils ont fait, et je ne pense point, par exemple, comme beaucoup de personnes, que l'optique de Newton soit un de ses plus beaux titres de gloire : elle renferme plusieurs erreurs graves, et les vérités qu'elle contient étaient bien moins difficiles à trouver que l'explication mécanique des mouvements célestes. Quelle différence, en effet, entre l'analyse si simple de la lumière, et ce coup-d'œil profond qui fit voir à Newton que la précession des équinoxes était occasionnée par l'aplatissement de la terre! C'est son immortel ouvrage des principes et la découverte de la méthode des fluxions qui l'ont

La théorie des vibrations, qui avait suggéré à Huygens l'idée des ondes ellipsoïdales, au moyen desquelles il a si heureusement représenté la marche des rayons extraordinaires dans les cristaux à un axe, nous a conduit à la découverte des véritables lois de la double réfraction dans le cas général des cristaux à deux axes. Sans doute une partie importante de ces lois était déja connue : M. Brewster et M. Biot, par de nombreuses observations et un habile emploi de l'analogie, étaient déja parvenus à découvrir la loi de la direction des plans de polarisation des deux faisceaux et de leur différence de vitesse; mais ils s'étaient mépris sur leurs vitesses absolues, en supposant que celle du faisceau ordinaire restait constante, comme dans les cristaux à un axe. Les expériences que M. Biot avait faites sur la topaze pour vérifier cette hypothèse ne lui avaient présenté aucune différence sensible dans la réfraction du faisceau nommé *ordinaire;* mais on cesse d'être surpris que ces variations aient échappé à l'attention d'un observateur aussi exact, quand on sait combien elles sont petites dans presque toutes les directions, excepté celles où elles atteignent leur *maximum*, qui ne pouvaient être indiquées que par la théorie ou un heureux hasard.

Les considérations mécaniques sur la nature des vibrations lumineuses, et la constitution des milieux doublement

---

placé au premier rang des géomètres et des physiciens. Mais, quelque grande que soit la supériorité intellectuelle d'un homme aussi prodigieux, il n'en est pas moins sujet à se tromper : on ne saurait trop le répéter : *Errare humanum est.* Rien ne serait plus funeste au progrès des sciences que la doctrine de l'infaillibilité.

réfringents, que j'ai exposées dans les *Annales de chimie et de physique*, tom. XVII, pag. 179 et suivantes, m'avaient servi à expliquer en même temps les changements de la réfraction extraordinaire, et la vitesse constante du faisceau ordinaire dans les cristaux à un axe. Je m'aperçus bientôt que la raison que je me donnais de l'uniformité de la vitesse du rayon ordinaire dans les cristaux à un axe n'était pas applicable aux cristaux à deux axes; et en suivant toujours les mêmes idées théoriques, je sentis que dans ceux-ci aucun des deux faisceaux ne devait être soumis aux lois de la réfraction ordinaire; c'est aussi ce que je vérifiai par l'expérience, un mois après l'avoir annoncé à M. Arago : je ne lui présentai pas à la vérité ce résultat de mes réflexions comme une chose certaine, mais comme une conséquence si nécessaire de mes idées théoriques, que je serais obligé de les abandonner si l'expérience ne confirmait pas ce caractère singulier de la double réfraction des cristaux à deux axes.

La théorie ne m'annonçait pas d'une manière vague les variations de vitesse du rayon ordinaire: elle me donnait le moyen de déduire leur étendue des éléments de la double réfraction du cristal, c'est-à-dire de son degré d'énergie et de l'angle des deux axes. J'avais fait d'avance ce calcul pour la topaze limpide, d'après les données tirées des observations de M. Biot: l'expérience s'est accordée, d'une manière satisfaisante avec le calcul, ou du moins la différence que j'ai observée est assez petite pour être attribuée à quelque inexactitude dans les coupes du cristal ou la direction des rayons, et peut-être aussi à quelque légère différence de propriétés optiques entre ma topaze et celles de M. Biot.

Mais avant d'entrer dans le détail de ces expériences, je vais

tâcher d'exposer clairement les raisonnements qui m'y ont conduit. Je suivrai dans ce Mémoire la méthode synthétique: j'exposerai d'abord la théorie mécanique de la double réfraction, et je ferai connaître ensuite les observations et les calculs qui m'ont servi à la vérifier et qui forment en quelque sorte sa démonstration expérimentale.

THÉORIE MÉCANIQUE

DE

LA DOUBLE RÉFRACTION.

Cette théorie repose sur deux hypothèses, l'une relative à la nature des vibrations lumineuses, et l'autre à la constitution des milieux doués de la double réfraction. Selon la première, les vibrations lumineuses, au lieu de s'exécuter dans la direction même des rayons, comme l'ont supposé généralement les savants qui ont appliqué le système des ondes à l'optique, seraient perpendiculaires aux rayons, ou, plus rigoureusement, seraient parallèles à la surface des ondes. Suivant la seconde hypothèse, les molécules vibrantes des milieux doués de la double réfraction ne présenteraient pas la même dépendance mutuelle dans toutes les directions, en sorte que leurs déplacements relatifs mettraient en jeu des élasticités différentes selon le sens dans lequel ils s'exécuteraient.

Cette seconde supposition n'a rien que de très-admissible: elle est plus générale que la supposition contraire, d'après

laquelle la dépendance mutuelle des molécules, ou l'élasticité, serait la même dans tous les sens. Si beaucoup de corps ne présentent pas les phénomènes qui doivent en résulter, cela tient sans doute le plus souvent à ce que leurs groupes moléculaires, tournés dans divers sens, produisent des effets opposés qui se compensent.

Quant à l'hypothèse sur la nature des vibrations lumineuses, elle paraît au premier abord beaucoup plus difficile à admettre, parce qu'on ne voit pas aisément comment des vibrations transversales peuvent se propager indéfiniment dans un fluide. Néanmoins, si les faits qui fournissent déja tant de probabilités pour le système des ondes et tant d'objections contre celui de l'émission, nous obligent à reconnaître ce caractère dans les vibrations lumineuses, il est plus sûr de nous en rapporter ici à l'expérience qu'aux notions malheureusement trop incomplètes que les calculs des géomètres nous ont données jusqu'à présent sur les vibrations des fluides élastiques.

Avant de montrer comment on peut concevoir la propagation de ces vibrations transversales dans un fluide élastique tel que celui qui transmet la lumière, je dois prouver que leur existence devient une conséquence nécessaire des faits, dès qu'on admet le système des ondes.

Lorsque nous eûmes remarqué, M. Arago et moi, que les rayons polarisés à angle droit produisent toujours la même quantité de lumière par leur réunion, quelle que soit leur différence de marche, je pensai qu'on pouvait expliquer aisément cette loi particulière de l'interférence des rayons polarisés, en supposant que les vibrations lumineuses, au lieu de pousser les molécules éthérées parallèlement aux rayons, les faisaient osciller dans des directions perpendiculaires, et que

ces directions se trouvaient rectangulaires pour deux faisceaux polarisés à angle droit. Mais cette supposition était si contraire aux idées reçues sur la nature des vibrations des fluides élastiques, que je fus long-temps avant de l'adopter entièrement; et, lors même que l'ensemble des faits et de nouvelles réflexions m'eurent persuadé qu'elle était nécessaire à l'explication des phénomènes de l'optique, j'attendis avant de la soumettre à l'examen des physiciens, que je me fusse assuré qu'elle n'était point contraire aux principes de la mécanique. M. Young, plus hardi dans ses conjectures, et moins confiant dans les vues des géomètres, l'a publiée avant moi (quoiqu'il y ait peut-être pensé plus tard), et par conséquent la priorité lui appartient sur cette idée théorique comme sur beaucoup d'autres. Ce sont les expériences du docteur Brewster sur les cristaux à deux axes qui l'ont conduit à penser que les vibrations de la lumière, au lieu de s'exécuter longitudinalement, dans la direction des rayons, pourraient bien être transversales, et semblables aux ondulations d'une corde indéfinie qu'on agiterait par une de ses extrémités; c'est du moins à l'occasion des observations de M. Brewster qu'il a publié cette hypothèse, c'est-à-dire trois ans après la découverte des caractères particuliers de l'interférence des rayons polarisés. En m'appuyant sur la première loi d'interférence de ces rayons, je vais essayer de prouver que les vibrations lumineuses s'exécutent uniquement dans une direction parallèle à la surface des ondes.

Démonstration de l'existence exclusive des vibrations transversales dans les rayons lumineux.

C'est en 1816 que nous avons reconnu, M. Arago et moi,

que deux faisceaux de lumière polarisés suivant des plans rectangulaires n'exercent plus l'un sur l'autre aucune influence, dans les mêmes circonstances où des rayons de lumière ordinaire présentent le phénomène des interférences; tandis que dès que leurs plans de polarisation se rapprochent un peu, on voit reparaître les bandes obscures et brillantes résultant de la rencontre des deux faisceaux, lesquelles deviennent d'autant plus marquées que ces plans sont plus près de se confondre.

Cette expérience apprend que deux faisceaux polarisés suivant des plans rectangulaires donnent toujours par leur réunion la même intensité de lumière, quelle que soit la différence des chemins qu'ils ont parcourus à partir de leur source commune. Or, de ce fait il résulte nécessairement que, dans les deux faisceaux, les vibrations des molécules éthérées s'exécutent perpendiculairement aux rayons et suivant des directions rectangulaires.

Pour le démontrer, je rappellerai d'abord que dans les oscillations rectilignes produites par un petit dérangement d'équilibre, la vitesse absolue de la particule vibrante est proportionnelle au sinus du temps compté de l'origine du mouvement, la durée d'une oscillation complète répondant à une circonférence entière. Si l'oscillation est curviligne, elle pourra toujours se décomposer en deux oscillations rectilignes perpendiculaires entre elles, auxquelles s'appliquera le même théorème.

Dans l'onde lumineuse produite par l'oscillation de la particule éclairante, les vitesses absolues qui animent les molécules de l'éther sont proportionnelles aux vitesses correspondantes de la particule éclairante, et par conséquent aussi au sinus du temps. D'ailleurs, l'espace parcouru par

chacun des ébranlements élémentaires dont l'onde se compose est proportionnel au temps; et autant cet espace contient de fois la longueur d'ondulation, autant d'oscillations entières se sont exécutées depuis le départ de l'ébranlement. Si donc on représente par π le rapport de la circonférence au diamètre, par t le temps écoulé depuis l'origine du mouvement; si de plus nous appelons λ la longueur d'ondulation et x l'espace parcouru par l'ébranlement pour arriver au point de l'éther que nous considérons; la vitesse absolue qui anime ce point après le temps t, sera représentée par $a \sin. 2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)$; a étant ici un coefficient constant proportionnel à l'amplitude des oscillations des molécules éthérées ou à l'intensité de leurs vitesses absolues (1).

Cela posé, considérons un des deux faisceaux interférents. Quelle que soit la direction de la vitesse absolue de la molécule éthérée, nous pouvons toujours décomposer cette vitesse à chaque instant suivant trois directions rectangulaires constantes; la première sera, par exemple, la direction même de la normale à l'onde, et les deux autres, perpendiculaires à celle-ci, seront l'une parallèle et la troisième perpendiculaire au plan de polarisation. D'après le principe général des petits mouvements, on peut considérer les oscillations exécutées par la molécule éthérée, de quelque nature

(1) On trouvera dans le tome V des Mémoires de l'Académie des Sciences, page 376 et suivantes, une démonstration de ces formules et une explication plus détaillée de leur usage. Les lecteurs qui ne seraient pas familiarisés avec la théorie des ondes lumineuses, pourront en étudier d'abord les principes élémentaires dans l'article sur la lumière du Supplément à la traduction française de la cinquième édition de la *Chimie de Thomson*.

qu'elles soient, comme résultant de la combinaison de trois séries d'oscillations rectilignes dirigées suivant ces trois axes rectangulaires, oscillations que, pour plus de généralité, nous supposerons avoir commencé à des époques différentes.

Appelons t le temps écoulé depuis une époque commune, et représentons par u, v et w ce qu'il faut ajouter à t pour avoir le temps total compté à partir de l'origine du mouvement dans chacun des trois modes de vibrations rectilignes; alors les vitesses absolues apportées à l'instant que nous considérons, seront :

$$a \sin. 2\pi\left(u + t - \frac{x}{\lambda}\right); \; b \sin. 2\pi\left(v + t - \frac{x}{\lambda}\right); \; c \sin. 2\pi\left(w + t - \frac{x}{\lambda}\right);$$

a, b et c étant les coefficients constants qui expriment l'intensité des vitesses absolues dans chaque système d'oscillation rectiligne.

Considérons maintenant le second faisceau polarisé, et décomposons ses vitesses absolues suivant les mêmes axes rectangulaires : si nous représentons par x' le chemin qu'il a parcouru pour arriver au même point, nous aurons pareillement pour les trois composantes apportées à l'instant t :

$$a' \sin. 2\pi\left(u + t - \frac{x'}{\lambda}\right); \; b' \sin. 2\pi\left(v + t - \frac{x'}{\lambda}\right); \; c' \sin. 2\pi\left(w + t - \frac{x'}{\lambda}\right)$$

Ces trois vitesses ayant respectivement les mêmes directions que les précédentes, il suffit de les ajouter pour avoir leurs résultantes, ce qui donne :

$$a \sin. 2\pi\left(u + t - \frac{x}{\lambda}\right) + a' \sin. 2\pi\left(u' + t - \frac{x'}{\lambda}\right),$$

$$b \sin. 2\pi\left(v + t - \frac{x}{\lambda}\right) + b' \sin. 2\pi\left(v' + t - \frac{x'}{\lambda}\right),$$

$$c\sin.2\pi\left(w+t-\frac{x}{\lambda}\right)+c'\sin.2\pi\left(w'+t-\frac{x'}{\lambda}\right).$$

Si l'on transforme chacune de ces expressions de manière à ce qu'elle ne renferme plus qu'un seul sinus, en suivant la méthode indiquée dans mon Mémoire sur la diffraction, tom. V des *Mémoires de l'Académie des sciences,* page 379, on trouve que le carré du coefficient constant qui multiplie ce sinus, est égal pour chacune d'elles respectivement à

$$a^2+a'^2+2aa'\cos.2\pi\left(u-u'+\frac{x'-x}{\lambda}\right),$$

$$b^2+b'^2+2bb'\cos.2\pi\left(v-v'+\frac{x'-x}{\lambda}\right),$$

$$c^2+c'^2+2cc'\cos.2\pi\left(w-w'+\frac{x'-x}{\lambda}\right).$$

Or, c'est le carré du coefficient constant des vitesses absolues qui représente, dans chaque système de vibrations, l'intensité de la lumière, toujours proportionnelle à la somme des forces vives; et comme ces vitesses sont rectangulaires, il suffit d'ajouter les trois carrés ci-dessus pour avoir la somme totale des forces vives résultant des trois systèmes de vibrations, c'est-à-dire l'intensité de la lumière totale.

L'expérience démontre que cette intensité reste constante, quelques variations qu'éprouve la différence $x'-x$ des chemins parcourus, quand les deux faisceaux interférents ont leurs plans de polarisation perpendiculaires entre eux. Ainsi, dans ce cas, la somme des trois expressions ci-dessus reste la même pour toutes les valeurs de $x'-x$. Il faut donc qu'on ait

$$a^2+b^2+c^2+a'^2+b'^2+c'^2+2aa'\cos.2\pi\left(u-u'+\frac{x'-x}{\lambda}\right)+$$
$$2bb'\cos.2\pi\left(v-v'+\frac{x'-x}{\lambda}\right)+2cc'\cos.2\pi\left(w-w'+\frac{x'-x}{\lambda}\right)=C,$$

équation dans laquelle il n'y a de variable que $x'-x$. Or, cette équation devant être satisfaite, quelle que soit la valeur de $x'-x$, il est clair que tous les termes qui contiennent $x'-x$ doivent disparaître, puisque sans cela on tirerait de l'équation des valeurs particulières pour $x'-x$. Par conséquent, l'on a

$$aa'=0;\ bb'=0;\ cc'=0.$$

Les deux faisceaux polarisés qui interfèrent ne diffèrent que par les azimuts de leurs plans de polarisation; c'est-à-dire que si l'on fait tourner l'un d'eux autour de son axe, de manière que son plan de polarisation soit parallèle à celui de l'autre, ces deux faisceaux lumineux présenteront dans tous les sens exactement les mêmes propriétés; ils se réfléchiront et se réfracteront de la même manière et dans les mêmes proportions sous les mêmes incidences. Il faut donc admettre que si l'un n'a pas de mouvements vibratoires perpendiculaires aux ondes, l'autre n'en a pas non plus. Or a et a' sont les coefficients constants des vitesses absolues normales aux ondes, dans ces deux faisceaux; et puisque $aa'=0$, ce qui exige qu'on ait au moins $a=0$ ou $a'=0$, on doit en conclure que a et a' sont tous les deux égaux à zéro. Il ne peut donc y avoir dans la lumière polarisée que des mouvements vibratoires parallèles à la surface des ondes.

Considérons maintenant les deux autres équations $bb'=0$ et $cc'=0$, qui contiennent les coefficients constants des

vitesses perpendiculaires aux rayons, ou plus généralement parallèles aux ondes : b est, pour le premier faisceau lumineux, la composante parallèle à son plan de polarisation, et c celle qui lui est perpendiculaire; tandis que pour le second, b' étant parallèle à b, est perpendiculaire au plan de polarisation, et c' lui est parallèle; ainsi b' et c' sont respectivement pour le second faisceau ce que c et b sont pour le premier. Par conséquent, d'après la remarque que nous venons de faire sur la similitude parfaite entre les propriétés des deux faisceaux interférents, si dans le premier $b=0$, dans le second c' sera nul, ou si c'est la composante c qui est nulle dans le premier, b' dans le second sera égal à zéro. Ainsi, l'on doit conclure des deux équations ci-dessus :

$$b=0 \text{ et } c'=0, \text{ ou } c=0 \text{ et } b'=0;$$

c'est-à-dire qu'il n'y a dans chacun des deux faisceaux que des vibrations parallèles ou perpendiculaires à son plan de polarisation.

Lorsque nous aurons exposé les causes mécaniques de la double réfraction, nous montrerons que ces vibrations sont perpendiculaires à la section principale, dans le faisceau ordinaire, c'est-à-dire au plan qu'on est convenu d'appeler *plan de polarisation*.

Ayant démontré que dans la lumière polarisée les molécules éthérées ne peuvent avoir aucun mouvement vibratoire normal aux ondes, nous devons supposer que ce mode de vibration n'existe pas davantage dans la lumière ordinaire. En effet, quand un faisceau de lumière ordinaire tombant perpendiculairement sur un cristal doué de la double réfraction, est divisé en deux faisceaux polarisés, ils ne contiennent plus de vibrations normales aux ondes. S'il y en avait

eu dans la lumière incidente, elles auraient donc été détruites; d'où serait résulté une diminution des forces vives, et par conséquent, un affaiblissement de la lumière; ce qui serait contraire à l'observation; car, lorsque le cristal est parfaitement diaphane, les deux faisceaux émergents réunis reproduisent une lumière égale à celle du faisceau incident, si on leur ajoute la petite quantité de lumière réfléchie sur les faces du cristal. Or, on ne peut pas supposer que c'est dans cette petite quantité de lumière que se sont réfugiées les vibrations normales aux ondes, puisqu'en la faisant passer à travers le cristal on la transformerait aussi presque entièrement en deux faisceaux polarisés, où l'on est certain que ce genre de vibrations n'existe pas. Il est donc naturel de supposer que la lumière ordinaire ne renferme aussi que des vibrations parallèles aux ondes, et de la considérer comme l'assemblage et la succession rapide d'une foule de systèmes d'ondes polarisées dans tous les azimuts. D'après cette théorie, l'acte de la polarisation ne consiste pas dans la création des vibrations transversales, mais dans la décomposition de ces vibrations suivant deux directions rectangulaires fixes, et dans la séparation des rayons résultant de cette décomposition.

Explication théorique des lois d'interférence des rayons polarisés.

D'après ce que nous venons de dire sur la nature des vibrations des rayons polarisés, il est clair qu'ils ne peuvent présenter des phénomènes d'interférences qu'autant que leurs plans de polarisation sont parallèles ou s'approchent du parallélisme. Quand ces plans sont perpendiculaires, les vitesses

absolues des molécules éthérées le sont aussi; si donc, en chaque point de la direction commune des deux rayons, on veut avoir la résultante des deux vitesses qu'ils impriment à la molécule éthérée, il faudra faire la somme des carrés des deux vitesses; ce sera le carré de la résultante : le même calcul s'appliquera à tous les points des deux systèmes d'ondes, quelle que soit d'ailleurs leur différence de marche; ainsi la somme des carrés des vitesses absolues imprimées aux molécules éthérées par la réunion des deux systèmes d'ondes, sera toujours égale à la somme des carrés des vitesses absolues apportées par l'un et l'autre rayon lumineux, ou, en d'autres termes, l'intensité de la lumière totale sera toujours égale à la somme des intensités des deux rayons interférents, quelle que soit leur différence de marche. Les variations de cette différence ne pourront donc pas produire les alternatives d'éclat et d'obscurité qu'on remarque dans la lumière ordinaire ou dans les rayons polarisés suivant des directions parallèles. On voit avec quelle facilité notre hypothèse explique la première loi de l'interférence des rayons polarisés; et cela devait être, puisque c'est de cette loi même que nous l'avons déduite.

Nous pouvons la regarder comme suffisamment établie par la démonstration que nous venons d'en donner; mais il ne sera pas inutile de montrer que la même hypothèse s'accorde tout aussi bien avec les autres lois de l'interférence des rayons polarisés, qui en deviennent des conséquences immédiates. Ces développements théoriques sur les propriétés de la lumière polarisée ne paraîtront pas déplacés dans un Essai sur la double réfraction, et trouveront d'ailleurs leur application dans les Mémoires que nous nous proposons de publier ensuite touchant la coloration des lames cristallisées.

Lorsque les faisceaux lumineux qui interfèrent ont leurs plans de polarisation parallèles, leurs mouvements vibratoires ont la même direction, et en conséquence, s'ajoutent tout le long des rayons, quand la différence de marche est nulle ou égale à un nombre pair de demi-ondulations, et se retranchent l'un de l'autre quand elle en contient un nombre impair. En général, pour avoir dans ce cas l'intensité de la lumière résultant du concours des divers systèmes d'ondes, on pourra employer les formules déja citées de mon Mémoire sur la diffraction, qui ont été calculées dans l'hypothèse que les vibrations des rayons interférents s'exécutaient suivant une direction commune.

J'arrive maintenant au troisième principe de l'interférence des rayons polarisés. Lorsque deux parties d'un faisceau lumineux qui avaient d'abord même plan de polarisation PP', reçoivent une polarisation nouvelle dans deux plans différents OO' et EE', et se trouvent ensuite ramenées à un plan commun de polarisation SS' ou TT', leur accord ou leur discordance répondent précisément à la différence des chemins parcourus, quand les deux plans de polarisation OC et E'C partis de la direction primitive CP, après s'être écartés l'un de l'autre, se rapprochent ensuite par un mouvement contraire pour se réunir en CS; mais lorsque les deux plans CO et CE' continuent de s'éloigner jusqu'à ce qu'ils se soient placés sur le prolongement l'un de l'autre, en CT et CT' par exemple, il ne suffit plus de tenir compte de la différence des chemins parcourus, il faut en outre changer les signes des vitesses absolues d'un des faisceaux interférents, en affectant d'un signe contraire leur coefficient constant, ou, ce qui revient au même, ajouter une demi-ondulation à la différence des chemins parcourus.

Il est facile de sentir la raison de cette règle. Pour ne pas compliquer la figure, nous supposerons que les lignes qui y sont tracées, au lieu de représenter les plans de polarisation, indiquent la direction des vibrations lumineuses qui leur sont perpendiculaires; c'est comme si nous avions fait tourner la figure d'un quart de circonférence autour de son centre C; cela ne change rien aux positions relatives des plans de polarisation. Considérons, en un point quelconque du rayon lumineux projeté en C, la vitesse absolue qui anime les molécules éthérées à un instant déterminé dans le faisceau primitif, dont les vibrations s'exécutent suivant PP′; et supposons qu'à cet instant la molécule C soit poussée de C vers P, c'est-à-dire que la vitesse absolue agisse dans le sens CP: ses composantes suivant CO et CE′ agiront, l'une dans le sens CO et l'autre dans le sens CE′. Or, d'après le principe général des petits mouvements, ces composantes sont les vitesses absolues dans les deux systèmes d'ondes qui résultent de la décomposition du premier. Si l'on suppose OO′ et EE′ rectangulaires, comme cela a lieu pour les directions des vibrations ordinaires et extraordinaires dans un cristal doué de la double réfraction, la composante CO sera égale à la première vitesse absolue multipliée par cos. i, et la composante CE′ à la même vitesse multipliée par sin. i. On est ainsi conduit à une explication bien simple de la loi de Malus sur les intensités relatives des images ordinaire et extraordinaire, en passant des vitesses absolues aux forces vives, qui sont proportionnelles à leurs carrés cos.$^2 i$ et sin.$^2 i$.

Mais revenons aux composantes CO et CE′. Si on les décompose chacune en deux autres suivant les directions SS′ et TT′, il en résultera pour la première CO, deux vitesses

agissant dans les sens CS et CT, et pour la seconde CE′, deux composantes agissant dans les sens CS et CT′. On voit que dans le plan SS′, les deux composantes définitives agissent dans le même sens et s'ajoutent; tandis qu'elles agissent en sens opposés dans le plan TT′ et doivent être, en conséquence, affectées de signes contraires; ce qui justifie la règle que nous avions énoncée. Car ce que nous venons de dire s'applique également à tous les points pris sur le rayon projeté en C, et par conséquent au coefficient constant qui multiplie toutes les vitesses absolues de chaque système d'ondes. Cette loi, dont l'énoncé a pu paraître compliqué au premier abord, n'est au fond, comme on voit, qu'une conséquence très-simple de la décomposition des forces (1).

Les principes de l'interférence des rayons polarisés que nous venons d'établir suffisent pour l'explication et le calcul

---

(1) Je crois inutile de donner ici l'explication de la quatrième loi de l'interférence des rayons polarisés, qui est une conséquence de celle-ci, comme je l'ai montré dans la note jointe au rapport de M. Arago, page 104 du tome XVII des *Annales de chimie et de physique:* cette loi consiste en ce que les rayons qui ont été polarisés à angle droit et sont ramenés ensuite à un même plan de polarisation, ne peuvent présenter des phénomènes d'interférence qu'autant que le faisceau primitif a reçu une polarisation préalable. Ce n'est pas qu'ils n'exercent nécessairement une influence mutuelle les uns sur les autres dès qu'une fois leurs mouvements vibratoires sont ramenés à une direction commune; mais la lumière qui n'a reçu aucune polarisation préalable, et qu'on peut considérer comme la réunion d'une infinité de systèmes d'ondes polarisés dans tous les sens, lorsqu'on l'analyse avec un rhomboïde de spath calcaire après son passage au travers d'une lame cristallisée, produit à-la-fois dans chacune des deux images des effets opposés qui se masquent mutuellement, ainsi qu'il est aisé de le conclure de la loi que nous venons d'expliquer.

de tous les phénomènes de coloration des lames cristallisées. Nous pourrions donc borner ici le développement de ces considérations, dont l'objet spécial était de donner la démonstration théorique des règles sur lesquelles repose le calcul des teintes des lames cristallisées. Nous pensons néanmoins qu'il ne sera pas inutile de montrer ici quelques-unes des conséquences les plus simples de ces principes.

Je suppose qu'un faisceau de rayons polarisés tombe perpendiculairement sur une lame cristallisée située dans le plan de la figure. Soit toujours PP′ la direction parallèlement à laquelle s'exécutent les vibrations du faisceau incident; soient OO′ et EE′ celles des vibrations des faisceaux ordinaire et extraordinaire en lesquels il se divise après avoir pénétré dans le cristal. Supposons que cette lame cristallisée soit assez mince pour qu'il n'y ait pas de différence de marche sensible entre les deux faisceaux émergents, ou qu'elle ait une épaisseur telle que la différence de marche contienne un nombre entier d'ondulations, ce qui revient au même: tous les points pris sur le rayon projeté en C, par exemple, seront sollicités simultanément dans les deux systèmes d'ondes par des vitesses qui répondront aux mêmes époques du mouvement oscillatoire; elles auront donc en chaque point du rayon le même rapport d'intensité, celui des coefficients constants des vitesses absolues des deux systèmes d'ondes; par conséquent, leurs résultantes seront parallèles, et se projetteront toutes suivant PP′, puisque ces composantes seront toutes deux à deux dans le rapport de cos. i à sin. i. Ainsi la lumière provenant de la réunion des deux faisceaux émergents sera encore polarisée, puisque toutes ses vibrations s'exécuteront dans des directions parallèles, et son

plan de polarisation sera le même que celui du faisceau incident.

Supposons maintenant que la différence de marche des faisceaux ordinaire et extraordinaire, au sortir du cristal, soit d'une demi-ondulation ou d'un nombre impair de demi-ondulations; c'est comme si, la différence de marche étant nulle, on changeait de signe toutes les vitesses absolues d'un des deux systèmes d'ondes; ainsi, la vitesse qui sollicite la molécule C à un certain instant, dans le premier faisceau, la poussant de C vers O, par exemple, celle qui est apportée par le second faisceau, au lieu de pousser cette molécule de C vers E', comme dans le cas précédent, la poussera de C vers E; en sorte que la résultante de ces deux impulsions, au lieu d'être dirigée suivant CP, le sera suivant une ligne située de l'autre côté de CO et faisant avec celle-ci un angle égal à l'angle *i* compris entre CO et CP. Il en sera de même pour tous les autres points pris le long du rayon projeté en C. Ainsi, la lumière totale composée des deux faisceaux émergents sera encore polarisée en sortant du cristal, puisque toutes ses vibrations seront parallèles à une direction constante; mais son plan de polarisation, au lieu de coïncider avec le plan primitif, comme dans le cas précédent, s'en trouvera éloigné d'un angle égal à 2 *i*. C'est cette nouvelle direction du plan de polarisation que M. Biot a appelée *l'azimut* 2 *i*.

On voit avec quelle simplicité la théorie que nous venons d'exposer explique comment la réunion de deux faisceaux de lumière polarisée à angle droit, l'un parallèlement, l'autre perpendiculairement à la section principale du cristal, forment par leur réunion une lumière polarisée dans le plan

primitif ou dans l'azimut $2i$, selon que la différence de marche entre les deux faisceaux est égale à un nombre pair ou impair de demi-ondulations. Nous n'imaginons pas comment on pourrait concevoir dans le système de l'émission ce phénomène remarquable, qu'on ne saurait cependant révoquer en doute, lorsqu'il a été mis en évidence par une expérience aussi décisive que celle des deux rhomboïdes, rapportée dans le tome XVII des *Annales de chimie et de physique*, page 94 et suivantes.

Considérons maintenant le cas où la différence de marche n'est plus un nombre entier de demi-ondulations; alors les vitesses correspondantes dans les deux systèmes d'ondes ne sont plus appliquées simultanément aux mêmes points du rayon projeté en C; il en résulte que les deux forces qui sollicitent chacun de ces points au même instant, n'ont pas le même rapport de grandeur tout le long du rayon, et conséquemment que leurs résultantes ne sont plus dirigées suivant un même plan : alors la réunion des deux systèmes d'ondes ne présente plus les caractères de la lumière polarisée. Appelons a leur différence de marche; les coefficients constants de leurs vitesses absolues sont respectivement égaux à $\cos. i$ et $\sin. i$, en prenant pour unité celui du faisceau primitif, dont les vibrations s'exécutent parallèlement à PP'. Ainsi, les vitesses absolues apportées par les deux faisceaux composants au même point du rayon projeté en C, à l'instant t, seront $\cos. i . \sin. 2\pi(t)$, et $\sin. i \sin. 2\pi\left(t-\frac{a}{\lambda}\right)$; et le carré de la résultante de ces deux forces rectangulaires sera égal à

$$\cos.^2 i.\sin.^2 2\pi t + \sin.^2 i.\sin.^2 2\pi\left(t-\frac{a}{\lambda}\right) \ldots\ldots (A).$$

Cette formule peut donner aussi les écarts de la molécule vibrante relativement à sa position d'équilibre, en changeant le temps t d'un quart de circonférence, ou le point de départ commun d'un quart d'ondulation; car ces écarts suivent la même loi que les vitesses, avec cette seule différence que la vitesse est nulle au moment où la molécule se trouve le plus loin de sa position d'équilibre, et que l'instant où elle passe par cette position est celui du *maximum* de sa vitesse.

Par la même raison, les écarts de la molécule vibrante mesurés parallèlement aux directions rectangulaires OO′ et EE′, sont proportionnels aux expressions

$$\cos. i . \cos. 2\pi t, \text{ et } \sin. i . \cos. 2\pi\left(t - \frac{a}{\lambda}\right).$$

Si l'on veut calculer la courbe décrite par la molécule en la rapportant à des coordonnées parallèles à OO′ et EE′, il suffit d'écrire

$$\cos. i . \cos. 2\pi t = x, \text{ et } \sin. i . \cos. 2\pi\left(t - \frac{a}{\lambda}\right) = y,$$

et d'éliminer t entre ces deux équations, ce qui donne :

$$x^2 . \sin.^2 i + y^2 . \cos.^2 i - 2xy . \sin. i . \cos. i . \cos. \frac{2\pi a}{\lambda} = \sin.^2 i . \cos.^2 i . \sin.^2 \frac{2\pi a}{\lambda};$$

équation d'une courbe du second degré rapportée à son centre. Sans discuter cette équation, on est certain d'avance que la courbe ne peut être qu'une ellipse, puisque les excursions de la molécule dans le sens des x et des y ont pour limites les constantes sin. i et cos. i.

Cette courbe devient un cercle lorsque i étant égal à 45°,

a contient un nombre impair de quarts d'ondulation, ou en d'autres termes, lorsque les deux systèmes d'ondes polarisés à angle droit, sont de même intensité et diffèrent dans leur marche d'un nombre impair de quarts d'ondulation : on a alors

$$\sin. i = \cos. i = \sqrt{\tfrac{1}{2}}, \cos. 2\pi\frac{a}{\lambda} = 0, \text{ et } \sin. 2\pi\frac{a}{\lambda} = 1 ;$$

ce qui réduit l'équation ci-dessus à

$$x^2 + y^2 = \tfrac{1}{2}.$$

Il était facile d'arriver à la même conséquence sans le secours de l'équation générale, en faisant attention que, puisque dans ce cas particulier

$$\sin. i = \cos. i, \text{ et } \cos. 2\pi\left(t - \frac{a}{\lambda}\right) = \sin. 2\pi . t,$$

les deux coordonnées $\cos. i . \cos. 2\pi t$, et $\sin. i . \cos. 2\pi\left(t - \frac{a}{\lambda}\right)$, sont toujours proportionnelles au sinus et au cosinus du même angle variable $2\pi t$.

Une autre particularité remarquable du mouvement oscillatoire dans le même cas, c'est que la vitesse de la molécule est uniforme. En effet, la formule (A), qui exprime le carré de cette vitesse, devient,

$$\tfrac{1}{2}\sin.^2 2\pi t + \tfrac{1}{2}\cos.^2 2\pi t, \text{ ou } \tfrac{1}{2}.$$

Ce mouvement circulaire uniforme a lieu dans le même sens pour toutes les molécules situées le long du rayon projeté en C; mais elles n'occupent pas au même instant les points correspondants des circonférences qu'elles décrivent ; c'est-

à-dire que les molécules qui, dans leur état de repos, se trouvaient sur la droite projetée en C, au lieu de rester sur une droite parallèle à celle-ci et qui décrirait autour d'elle un cylindre à base circulaire, forment une hélice dont le rayon est celui des petits cercles décrits par les molécules vibrantes, et dont le pas est égal à la longueur d'ondulation. Si l'on fait tourner cette hélice autour de son axe d'un mouvement uniforme, de manière qu'elle décrive une circonférence dans l'intervalle de temps pendant lequel s'accomplit une ondulation lumineuse, et que l'on conçoive en outre que, dans chaque tranche infiniment mince perpendiculaire aux rayons, toutes les molécules exécutent les mêmes mouvements que le point correspondant de l'hélice et conservent les mêmes situations respectives, on aura une idée juste du genre de vibration lumineuse que j'ai proposé de nommer *polarisation circulaire*, en appelant *polarisation rectiligne* celle qui a été remarquée pour la première fois par Huygens dans la double réfraction du spath d'Islande, et que Malus a reproduite par la simple réflexion sur la surface des corps transparents.

Ces vibrations circulaires s'exécutent tantôt de droite à gauche et tantôt de gauche à droite, selon que le plan de polarisation du système d'ondes en avant est à droite ou à gauche de celui du système d'ondes en arrière, la différence de marche étant égale à un quart d'ondulation ou à un nombre entier d'ondulations plus un quart; c'est l'inverse quand elle est de trois quarts d'ondulation, ou d'un nombre entier d'ondulations plus trois quarts.

Il est certains milieux réfringents, tels que le cristal de roche, dans la direction de son axe, les essences de térébenthine, de citron, etc., qui ont la propriété de ne pas transmettre

avec la même vitesse les vibrations circulaires de droite à gauche et celles de gauche à droite. On conçoit que cela peut résulter d'une constitution particulière du milieu réfringent ou de ses molécules intégrantes, qui établit une différence entre le sens de droite à gauche et celui de gauche à droite; tel serait, par exemple, un arrangement héliçoïdal des molécules du milieu, qui offrirait des propriétés inverses selon que ces hélices seraient *dextrorsum* ou *sinistrorsum*.

La définition mécanique que nous venons de donner de la polarisation circulaire fait concevoir comment peut avoir lieu la double réfraction singulière que le cristal de roche présente dans le sens de son axe; c'est que l'arrangement des molécules de ce cristal n'est pas le même apparemment de droite à gauche et de gauche à droite; en sorte que le faisceau lumineux dont les vibrations circulaires s'exécutent de droite à gauche, met en jeu une élasticité ou force de propagation un peu différente de celle qui est excitée par l'autre faisceau, dont les vibrations s'exécutent de gauche à droite.

Voilà le principal avantage théorique qu'on peut retirer des considérations géométriques que nous venons d'exposer sur les vibrations circulaires de la lumière résultant de la combinaison de vibrations rectilignes. Mais, dans le calcul des phénomènes que présente la lumière polarisée rectilignement ou circulairement après avoir traversé les milieux qui la modifient, il est inutile de chercher, par exemple, quelles sont les vibrations curvilignes résultant de la réunion des deux systèmes d'ondes qui sortent d'une lame cristallisée: on est obligé au contraire de décomposer en mouvements rectilignes les vibrations circulaires des deux systèmes d'ondes sortant d'une plaque de cristal de roche perpendiculaire à

l'axe, quand on veut connaître les intensités des images ordinaire et extraordinaire que produit cette lumière émergente à travers un rhomboïde de spath calcaire. Les calculs des intensités des images ordinaire et extraordinaire, pour une lumière homogène, ou celui des teintes développées par la lumière blanche polarisée, ramènent toujours à la considération des vibrations rectilignes et à l'emploi des formules d'interférences qui s'y rapportent.

En indiquant la cause mécanique de la double réfraction toute particulière que le cristal de roche exerce sur la lumière suivant son axe, nous nous sommes écarté de l'objet de ce mémoire, où nous traiterons seulement le cas dans lequel les particules du milieu vibrant ont leurs faces homologues parallèles, et présentent ainsi le même arrangement moléculaire de droite à gauche et de gauche à droite. Nous espérons que le lecteur nous pardonnera cette digression sur la polarisation circulaire, à laquelle nous conduisait naturellement ce que nous venions de dire sur la polarisation rectiligne. Il est d'ailleurs utile de se familiariser avec ces divers modes de vibrations lumineuses qu'on retrouve tous dans la double réfraction la plus simple, telle que celle des cristaux à un axe, dès qu'au lieu de séparer par la pensée les ondes ordinaires des ondes extraordinaires, on considère l'effet complexe qui résulte de leur existence simultanée.

Après avoir prouvé que la direction transversale des vibrations lumineuses est une conséquence nécessaire de l'absence des phénomènes ordinaires d'interférence dans la réunion des rayons polarisés à angle droit, il faut montrer que cette hypothèse établie par les faits, dans le système des ondes, n'est point contraire aux principes de la mécanique, et

expliquer comment de pareilles vibrations peuvent se propager dans un fluide élastique.

Possibilité de la progagation des vibrations transversales dans un fluide élastique.

Tous les physiciens conçoivent un fluide élastique comme l'assemblage de molécules ou points matériels séparés par des intervalles très-grands relativement aux dimensions de ces molécules, ainsi maintenues à distance par des forces répulsives qui font équilibre à d'autres forces contraires résultant de l'attraction mutuelle des molécules ou d'une compression exercée sur le fluide. Cela posé, pour fixer les idées, imaginons l'arrangement régulier de molécules représenté par la figure 2, et considérons le cas d'une onde plane et indéfinie dont la surface serait parallèle au plan projeté suivant AB. Si la partie du milieu supérieure à ce plan a éprouvé un petit déplacement parallèle à la file de molécules AMB, ces molécules se trouveront sollicitées à prendre un mouvement semblable. En effet, considérons une d'elles en particulier, la molécule M, par exemple, et examinons quel changement s'est opéré dans les actions exercées sur elle par la partie supérieure du milieu. Et d'abord, je remarque qu'elles seront les mêmes que si c'était la molécule M qui se fût déplacée de la même quantité et dans la même direction, la partie supérieure du milieu étant restée immobile. Je suppose donc que M se soit déplacée dans la direction AB d'une très-petite quantité M*m*. Les molécules E et F, par exemple, situées à égale distance de M et de la perpendiculaire MG, élevée sur AB, agissaient également sur la molécule M dans le sens MA et dans le sens MB, avant son déplacement; c'est-

à-dire que les composantes de leurs actions suivant AB se détruisaient mutuellement, tandis que les composantes perpendiculaires s'ajoutaient, mais étaient balancées par les actions contraires des molécules E′ et F′, situées au-dessous de AB. Lorsque le point matériel M est transporté en m, les composantes parallèles à AB des deux actions exercées sur lui par les molécules E et F, ne sont plus généralement égales entre elles, et les petits changements qu'elles ont éprouvés, ou leurs différentielles, agissent dans le même sens, et tendent à ramener le point m dans sa position primitive M, si c'était celle d'un équilibre stable.

En effet, représentons par $\varphi(r)$ l'action qu'exerce une molécule située à une distance r, telle que les molécules E et F. Prenons M pour origine des coordonnées, et les droites AB et MG pour axes des x et des y : représentons par x et y les coordonnées du point F; celles de E seront y et x. Les distances EM et FM, ou r, sont égales à $\sqrt{x^2+y^2}$, et par conséquent les forces qui agissent suivant FM et suivant EM sont l'une et l'autre représentées par $\varphi(\sqrt{x^2+y^2})$. De plus, le sinus de l'angle FMB est égal à $\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$, et son cosinus à $\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$; donc les deux deux composantes de la force dirigée suivant FM sont, parallèlement aux x, $\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\cdot\varphi(\sqrt{x^2+y^2})$, ou, $x\psi(x^2+y^2)$, et parallèlement aux y, $\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\cdot\varphi(\sqrt{x^2+y^2})$, ou, $y\psi(x^2+y^2)$, si l'on adopte pour le sens positif des forces parallèles aux axes des coordonnées celui dans lequel agit chacune de ces deux composantes. De même, les composantes de l'action exercée par la molécule E sont respectivement $-x\psi(x^2+y^2)$, et $y\psi(x^2+y^2)$; c'est-à-dire, qu'elles ne diffèrent des premières que par le signe de x. Maintenant, pour

calculer les petites quantités dont ces composantes ont changé par le déplacement du point M, il faut différentier leurs expressions relativement à x; on trouve ainsi, pour les différentielles des composantes de la force FM :

parallèlement aux x..... $[\psi(x^2+y^2)+2x^2\psi'(x^2+y^2)]dx$;
parallèlement aux y..... $2xy\psi'(x^2+y^2)dx$.

L'expression de la force EM ne différant de celle de la force FM que par le signe de x, on peut obtenir immédiatement les variations de ses composantes en changeant simplement le signe de x dans les deux expressions ci-dessus, sans changer, bien entendu, celui du petit déplacement dx, qui a lieu dans le même sens pour les deux forces. Or, on voit à la seule inspection des formules, que la différentielle de la composante parallèle aux x conservera le même signe et s'ajoutera par conséquent à celle de la force FM, tandis que la différentielle de la composante parallèle aux y se retranchera de la variation correspondante de l'autre force, et la détruira. Il résulte donc du petit déplacement du point M, suivant AB, une force parallèle à la même direction, et qui tend à ramener ce point vers sa position d'équilibre. Par conséquent, si le point M restant fixe, on déplace un peu la partie supérieure du milieu parallèllement à AB (ce qui revient au même), le point M sera poussé suivant la direction AB, ainsi que toutes les autres molécules de cette tranche : elle sera donc sollicitée dans toute son étendue à glisser suivant son plan AB. Par le déplacement de cette tranche, le même effet sera produit successivement sur les tranches parallèles A'B', A''B'', etc.; et c'est ainsi que les vibrations transversales de l'onde incidente pourront se transmettre dans toute l'étendue du milieu.

La force qui pousse le point M, suivant AB, par suite du déplacement de la tranche E et des tranches supérieures glissant dans leurs plans, est due à ce que leurs éléments matériels ne sont pas contigus; s'ils l'étaient, chaque point M de la tranche AB resterait indifférent au simple glissement des tranches supérieures, qui n'apporterait alors aucun changement dans l'action qu'elles exercent sur ce point. Mais si le déplacement de ces tranches avait lieu dans la direction perpendiculaire GM, il est clair que la contiguité des éléments de chacune d'elles n'empêcherait pas que la force avec laquelle ils tendent à repousser chaque point de AB n'augmentât à mesure que la distance diminuerait. Ainsi, dans cette supposition, la résistance que les tranches opposeraient à leur rapprochement serait infiniment plus grande que la force nécessaire pour faire glisser une tranche indéfinie.

Sans aller jusqu'à cette limite, qui n'est pas sans doute dans la nature, on peut supposer que la résistance de l'éther à la compression est beaucoup plus grande que la force qu'il oppose aux petits déplacements de ces tranches suivant leurs plans; or, à l'aide de cette hypothèse, il est possible de concevoir comment les molécules de l'éther n'auraient d'oscillations sensibles que parallèlement à la surface des ondes lumineuses.

Comment il peut se faire que les molécules de l'éther n'éprouvent point d'agitation sensible dans la direction de la normale à l'onde.

En effet, la résistance à la compression étant bien plus grande que l'autre force élastique qui est mise en jeu par le simple glissement des tranches, l'onde produite par la pre-

mière s'étendra beaucoup plus loin que celle qui résultera de la seconde, pendant la même oscillation de la particule éclairante dont les vibrations agitent l'éther; ainsi, lors même que les petits mouvements des molécules de ce fluide s'exécuteraient de manière que leurs forces vives se partageassent également entre les deux modes de vibration, les forces vives comprises dans l'onde condensante ou dilatante se trouvant distribuées sur une bien plus grande étendue du fluide que celles de l'autre onde, les oscillations parallèles aux rayons auraient bien moins d'amplitude que les oscillations perpendiculaires, et par conséquent ne pourraient imprimer au nerf optique que des vibrations beaucoup plus petites; car l'amplitude de ses vibrations ne peut pas excéder celle des vibrations de l'éther qui le baigne. Or, il est naturel de supposer que l'intensité de la sensation dépend de l'amplitude des vibrations du nerf optique, et qu'ainsi la sensation de lumière résultant des vibrations normales aux ondes serait sensiblement nulle relativement à celle qui serait produite par les vibrations parallèles à leur surface.

D'ailleurs on peut concevoir que pendant l'oscillation de la molécule éclairante, l'équilibre de tension se rétablisse si promptement entre la partie de l'éther dont elle se rapproche et celle dont elle s'éloigne, qu'il n'y ait jamais ni condensation ni dilatation sensible, et que le déplacement des molécules éthérées qui l'environnent se réduise à un mouvement circulaire oscillatoire qui les porte sur la surface sphérique de l'onde, du point dont la molécule éclairante se rapproche vers celui dont elle s'éloigne.

Je crois avoir suffisamment démontré qu'il n'y a point d'absurdité mécanique dans la définition des vibrations lumineuses que les propriétés des rayons polarisés m'ont forcé

d'adopter, et qui m'a fait découvrir les véritables lois de la double réfraction. Si les équations du mouvement des fluides imaginées par les géomètres ne peuvent pas se concilier avec cette hypothèse, c'est qu'elles reposent sur une abstraction mathématique, la contiguité des éléments, qui, sans être vraie, peut représenter cependant une partie des propriétés mécaniques des fluides élastiques, quand on admet en outre que ces éléments contigus sont compressibles. Mais par cela même qu'elle n'a point de réalité, et n'est qu'une pure abstraction, on ne doit pas s'attendre à y trouver tous les genres de vibrations dont les fluides élastiques sont susceptibles, et toutes leurs propriétés mécaniques ; c'est ainsi, par exemple, que d'après les équations dont nous parlons, il n'y aurait aucun frottement entre deux tranches fluides indéfinies qui glissent l'une sur l'autre. Il serait donc bien peu philosophique de rejeter une hypothèse à laquelle les phénomènes de l'optique conduisent si naturellement, par cela seul qu'elle ne s'accorde pas avec ces équations.

Comment les vibrations transversales s'éteignent à l'extrémité des ondes.

Nous n'avons considéré jusqu'ici que des ondes indéfinies : supposons les limitées, et examinons ce qui se passe à leurs extrémités, en admettant que l'éther est sensiblement incompressible. Je suppose qu'une partie de l'onde AE, fig. 3, ait été arrêtée par un écran EC; soit M un point situé derrière l'écran, à une distance très-grande relativement à la longueur d'une ondulation : pour peu que l'angle TEM de la droite EM avec le rayon direct ET soit sensible, la lu-

mière envoyée en M sera très-petite, comme on le sait par expérience, et comme on le conclut aisément de la théorie de la diffraction. Si donc l'angle TEM est un peu grand, le point M sera presque en repos, tandis que le point T et tout le reste de l'onde ST éprouveront des oscillations sensibles suivant le plan STM. Il semblerait qu'il doit en résulter des condensations et des dilatations alternatives de l'éther entre T et M; mais remarquons d'abord qu'au même instant où la face *ce* du petit parallélipipède *cdef* est poussée vers M par la demi-ondulation dont le milieu répond à ST, les faces homologues *ck, eg* des deux parallélipipèdes contigus s'éloignent de M par les mouvements contraires des deux demi-ondulations dont les milieux répondent aux lignes *st, s't'*; en sorte que tandis que le volume de *cdef* diminue, ceux des deux parallélipipèdes semblables, entre lesquels il est situé augmentent de la même quantité, et ainsi de suite dans la direction *kg*. Si donc l'éther résiste beaucoup à la compression, il est possible que l'équilibre de tension se rétablisse continuellement, et presque instatanément entre les éléments voisins, parallèlement à *gk*. D'ailleurs, les points qui restent immobiles pendant les oscillations des extrémités des ondes, sont assez éloignés de ET pour que les déplacements moléculaires occasionnés par ces oscillations, diminuent très-lentement jusqu'aux points qu'on peut regarder comme immobiles; en sorte que les condensations et les dilatations des tranches consécutives seraient presque insensibles, lors même que l'équilibre de pression ne se rétablirait pas rapidement d'une tranche à l'autre.

Démonstration de deux théorèmes de statique sur lesquels repose l'explication mécanique de la double réfraction.

Après avoir déduit des faits l'hypothèse que j'ai adoptée sur la nature des vibrations lumineuses, et avoir prouvé qu'elle n'est point en opposition avec les principes de la mécanique, je vais démontrer deux théorèmes de statique générale sur lesquels repose l'explication théorique des lois mathématiques de la double réfraction.

1er THÉORÊME.

Dans un système quelconque de molécules en équilibre, et quelle que soit la loi de leurs actions réciproques, le déplacement très-petit d'une molécule dans une direction quelconque produit une force répulsive égale en grandeur et en direction à la résultante des trois forces répulsives qui seraient produites séparément par trois déplacements rectangulaires de ce point matériel égaux aux composantes statiques du premier déplacement.

En effet, soit M, fig. 4, un des points matériels du système moléculaire; lorsque l'équilibre vient à être troublé par le petit déplacement MC de la molécule M, la résultante de toutes les forces exercées sur elle, qui auparavant était égale à zéro, acquiert une certaine valeur; pour la calculer, il suffit de déterminer les variations que ces forces ont éprouvées en grandeur et en direction, et de chercher la résultante de toutes ces différentielles. Cela posé, je considère l'action particulière d'une autre molécule quelconque N sur le point M déplacé d'une quantité MC que je suppose très-petite relativement à la distance MN qui sépare les deux molécules.

J'élève sur MN la perpendiculaire MS dans le plan CMN; si l'on joint CN, CP sera la petite quantité dont la distance MN a augmenté ou la différentielle de la distance, et $\frac{MP}{MN}$ sera le sinus du petit angle dont la direction de la force a varié. Si donc on rapporte la première force et la nouvelle aux deux directions rectangulaires MR et MS, la différentielle suivant MR ne proviendra que de la petite augmentation CP de la distance et sera proportionnelle à CP, tandis que la différentielle suivant MS résultera uniquement du petit changement de direction de la force et sera proportionelle à $\frac{MP}{MN}$, ou simplement à MP, la distance MN restant la même : ainsi la première différentielle peut être représentée par $A \times CP$ et la seconde par $B \times MP$, A et B étant deux facteurs qui restent constans tant qu'il s'agit de l'action exercée par la même molécule N.

Ne considérons encore que l'action particulière de cette molécule, et supposons que M soit déplacée successivement suivant trois directions rectangulaires, et de quantités égales aux projections de MC sur ces trois directions : par le point M menons un plan perpendiculaire à MN, qui coupera celui de la figure, c'est-à-dire le plan NMC, suivant la droite MS. Le déplacement MC a produit les deux forces différentielles $A \times CP$ et $B \times MP$, la première dirigée suivant MR, et la seconde suivant la ligne MS : les déplacements sur les trois directions rectangulaires quelconques, que nous concevons dans l'espace, produiront de même chacune une force différentielle parallèle à MR avec une autre force perpendiculaire à cette ligne, et comprise ainsi dans le plan normal MS mené par le point M : on aura la première en

multipliant par le même coëfficient A la distance de la nouvelle position de la molécule au plan normal, et la seconde en multipliant par le même coëfficient B la distance de M au pied de la perpendiculaire abaissée de cette nouvelle position sur le plan normal. Cela posé, cherchons la résultante des trois forces différentielles parallèles à MR, qui ont le même coëfficient A, et la résultante des trois forces différentielles contenues dans le plan normal, qui ont B pour coëfficient commun. Les déplacements en question étant les projections du déplacement MC sur les trois directions rectangulaires que l'on a choisies, la somme de leurs projections sur la direction MR doit être égale à CP, et par conséquent la résultante des trois forces différentielles parallèles à MR sera égale à $A \times CP$, c'est-à-dire à la force que le déplacement MC produit dans cette direction. Il est aisé de voir pareillement que la résultante des trois forces différentielles comprises dans le plan normal, est égale à $B \times MP$. En effet, elles ont pour expression le même coëfficient B, multiplié par les projections des trois déplacements rectangulaires sur ce plan; ainsi, chercher leur résultante, c'est chercher la résultante statique de ces trois projections considérées comme représentant des forces : or, sous ce point de vue, les trois déplacements rectangulaires sont les composantes statiques du déplacement MC, et par conséquent leurs projections sur le plan normal MS les composantes statiques de MP, qui est donc leur résultante; ainsi la résultante des trois forces différentielles contenues dans le plan normal, est dirigée suivant MP, et représentée par $B \times MP$, c'est-à-dire qu'elle est égale en grandeur et en direction à la force différentielle provenant du déplacement MC comprise dans le même plan normal.

Donc enfin, l'on trouve la molécule M sollicitée par les mêmes forces différentielles, soit qu'on lui fasse éprouver le petit déplacement MC, ou qu'en la supposant successivement déplacée dans trois directions rectangulaires et de quantités égales aux composantes statiques de MC suivant ces directions, on cherche la résultante des forces produites par ces trois déplacements rectangulaires.

Ce principe étant vrai pour l'action exercée par la molécule N, l'est également pour celles que toutes les autres molécules du milieu exercent sur M : ainsi il est vrai de dire que la résultante de toutes les petites forces provenant du déplacement MC, ou l'action totale du milieu sur la molécule M après son déplacement, est égale à la résultante des forces que produiraient séparément trois déplacements rectangulaires égaux aux composantes statiques du déplacement MC.

2e THÉORÈME.

Dans un système quelconque de molécules ou points matériels en équilibre, il y a toujours pour chacun d'eux trois directions rectangulaires suivant lesquelles tout petit déplacement de ce point, en changeant un peu les forces auxquelles il est soumis, produit une résultante totale dirigée dans la ligne même de son déplacement.

Pour démontrer ce théorème, je rapporte d'abord les diverses directions des petits déplacements de la molécule à trois axes rectangulaires pris arbitrairement, qui seront les axes des coordonnées x, y et z. Je suppose qu'on déplace successivement la molécule suivant ces trois directions, de

la même petite quantité, que je prends pour unité de ces déplacements différentiels; j'appelle a, b, c, les trois composantes selon ces axes de la force excitée par le déplacement parallèle aux x; a', b', c', les trois composantes de la force excitée par le déplacement parallèle aux y; et enfin a'', b'', c'', les composantes de la force produite par le déplacement parallèle aux z.

Pour avoir la force qui résulte d'un petit déplacement égal à 1, suivant une autre direction quelconque faisant des angles X, Y, Z avec les axes des x, des y et des z, il faut d'abord, d'après le théorême précédent, prendre sur ces axes les composantes statiques du déplacement, qui seront respectivement cos. X, cos. Y, cos. Z, et déterminer les forces produites séparément par chacun de ces déplacements; puis calculer la résultante de toutes ces forces.

Or, pour avoir les composantes de la force que produit le déplacement suivant l'axe des x égal à cos. X, il faut multiplier successivement cos. X par les coëfficients a, b, c, puisqu'ils représentent les composantes de la force excitée par un déplacement égal à 1, et que, comme il ne s'agit ici que de variations très-petites, les forces développées sont proportionnelles aux longueurs de ces déplacements différentiels: ainsi les composantes de la force résultant du déplacement cos. X sont,

parallèlement aux..... x , y , z ,

a cos. X, b cos. X, c cos. X;

de même, les composantes de la force produite par le déplacement cos. Y, suivant l'axe des y, sont,

parallèlement aux..... x , y , z ,
a' cos. Y, b' cos. Y, c' cos. Y;

et les composantes de la force excitée par le déplacement cos. Z, opéré suivant l'axe des z, sont,

parallèlement aux..... x , y , z ,
a'' cos. Z, b'' cos. Z, c'' cos. Z.

En ajoutant entre elles les composantes dirigées suivant le même axe, on a donc pour les composantes totales :

parallèlement aux x... a cos. X$+a'$ cos. Y$+a''$ cos. Z;
parallèlement aux y... b cos. X$+b'$ cos. Y$+b''$ cos. Z;
parallèlement aux z... c cos. X$+c'$ cos. Y$+c''$ cos. Z.

Ces composantes déterminent la grandeur et la direction de la résultante totale.

On pourrait croire au premier abord que les neuf constantes a, b, c, a', b', c', a'', b'', c'', sont indépendantes; mais il est aisé de reconnaître qu'il existe entre elles une relation qui en réduit le nombre à six.

En effet, soient Ax, Ay, Az (fig. 5.), les trois axes rectangulaires suivant lesquels la molécule A est successivement déplacée d'une quantité très-petite égale à l'unité: soit AP la direction dans le prolongement de laquelle se trouve placé un autre point matériel M qui agit sur A, et que je suppose toujours éloigné de ce point d'une quantité très-grande relativement à l'étendue des déplacements. Supposons d'abord qu'on le déplace dans la direction des x d'une quantité AB égale à l'unité; ce petit déplacement fera varier à la fois la direction et l'intensité de la force exercée par le

point M, en rapprochant l'autre molécule : si du point B l'on abaisse sur la direction APM la perpendiculaire BQ, AQ sera la variation de la distance, et l'on pourra considérer BQ comme proportionnel à la variation de la direction. La première variation produira une force différentielle $A \times AQ$ dirigée suivant APM, et la seconde une force différentielle $B \times BQ$, dirigée suivant BQ, les coëfficients A et B restant constants tant qu'il s'agit de l'action exercée par la même molécule M.

Pour fixer le sens dans lequel ces forces différentielles poussent le point A, supposons que la molécule M exerce sur ce point une action répulsive. La distance AM étant diminuée de AQ, cette action est augmentée, et la différentielle $A \times AQ$ agit dans le sens MA : de même, la différentielle $B \times BQ$ résultant du petit changement de direction de la force, agit dans le sens QB. Si donc on regarde comme positifs les sens d'action Ax, Ay et Az, pour les forces parallèles aux axes des coordonnées, la composante parallèle aux x de cette seconde différentielle sera négative, tandis que les composantes parallèles aux y et aux z seront positives, ainsi que les trois composantes rectangulaires de la première différentielle.

Cherchons maintenant les composantes des deux forces différentielles, et d'abord celles de la première $A \times AQ$. Si nous représentons par X, Y, Z, les angles que la droite APM fait avec les axes des x, des y et des z, AB étant égal à 1 par hypothèse, $AQ = \cos. X$, et la force différentielle dirigée suivant AM est représentée par $A \cos. X$; ses composantes sont donc,

parallèlement aux x, y, z,

$$A\cos.^2X,\quad A\cos.X\cos.Y,\quad A\cos.X\cos.Z.$$

Calculons actuellement les composantes de la seconde force différentielle $B\times BQ$ agissant suivant BQ. Puisque $AB=1$, $BQ=\sin.X$, et cette force est représentée par $B.\sin.X$. Je la décompose d'abord en deux autres forces dirigées, l'une suivant BA, et l'autre suivant BP perpendiculaire à BA : la première composante, qui est parallèle à l'axe des x, est égale à $-B.\sin.X\times\cos.ABQ$, ou $-B\sin.^2X$, et la seconde a pour valeur $B.\sin.X\times\sin.ABQ$, ou $B.\sin.X\cos.X$. Je décompose cette seconde composante en deux autres forces dirigées suivant EB et FB, c'est-à-dire, parallèlement aux axes des y et des z : la première sera égale à $B.\sin.X\cos.X\times\frac{BE}{BP}$, et la seconde à $B.\sin.X\cos.X\times\frac{BF}{BP}$; mais $\frac{BE}{BP}=\frac{\cos.Y}{\sin.X}$ et $\frac{BF}{BP}=\frac{\cos.Z}{\sin.X}$; ainsi les valeurs des composantes parallèles aux y et aux z deviennent respectivement $B.\cos.X\cos.Y$ et $B.\cos.X\cos.Z$. On a donc pour les trois composantes de la seconde force différentielle,

parallèlement aux....x, y, z,

$$-B.\sin.^2X,\quad B.\cos.X\cos.Y,\quad B.\cos.X\cos.Z.$$

Ajoutant ensemble les composantes parallèles des deux forces différentielles, on trouve pour les composantes totales,

parallèlement aux....x, y, z,

$$A\cos.^2X-B\sin.^2X,\quad (A+B)\cos.X\cos.Y,\quad (A+B)\cos.X\cos.Z.$$

Si l'on suppose maintenant le point matériel A déplacé

suivant l'axe des y d'une quantité égale à 1, on trouvera de même les composantes suivantes :

parallèlement aux.....y , x , z ;
$A\cos.^2 Y - B\sin.^2 Y$, $(A+B)\cos. X \cos. Y$, $(A+B)\cos. Y \cos. Z$;

Et pour un déplacement pareil dans la direction des z, on aura,

parallèlement aux.....z , x , y ,
$A\cos.^2 Z - B\sin.^2 Z$, $(A+B)\cos. X \cos. Z$, $(A+B)\cos. Y \cos. Z$.

La seule inspection des composantes des forces différentielles excitées par ces trois petits déplacements, montre que le déplacement parallèle aux x donne dans le sens des y la même composante que le déplacement parallèle aux y produit dans le sens des x, et donne dans le sens des z la même composante que le déplacement parallèle aux z produit dans le sens des x; et qu'enfin la composante parallèle aux z de la force excitée par le déplacement suivant l'axe des y, est égale à la composante parallèle aux y de la force excitée par le déplacement suivant l'axe des z; c'est-à-dire en général, *que la composante parallèle à un axe produite par le déplacement suivant un des deux autres, est égale à celle qui résulte parallèlement à celui-ci d'un déplacement semblable dans la direction du premier axe.*

Ce théorème étant démontré pour l'action individuelle de chaque molécule M sur le point A, l'est en conséquence pour la résultante des actions exercées par toutes les molécules du milieu sur le même point matériel : ainsi il existe toujours entre les neuf constantes, a, b, c, a', b', c', a'', b'', c'', les trois relations suivantes,

$$b = a', \quad c = a'', \quad c' = b'';$$

ce qui réduit à six le nombre des constantes arbitraires.

Nous pouvons donc, en général, représenter ainsi qu'il suit les composantes des trois forces résultant des trois petits déplacements égaux à l'unité et opérés successivement suivant les axes des x, des y et des z:

pour le déplacement suivant l'axe des x,

composantes...... a, h, g,
parallèles aux...... x, y, z;

pour le déplacement suivant l'axe des y,

composantes...... b, h, f,
parallèles aux...... y, x, z;

et enfin pour le déplacement suivant l'axe des z,

composantes...... c, g, f,
parallèles aux...... z, x, y.

Ainsi les trois composantes d'un déplacement pareil dans une direction quelconque, faisant avec les axes des x, des y et des z, des angles égaux respectivement à X, Y, Z, seront:

parallèlement aux x... $a \cos. X + h \cos. Y + g \cos. Z = p$,
parallèlement aux y... $b \cos. Y + h \cos. X + f \cos. Z = q$,
parallèlement aux z... $c \cos. Z + g \cos. X + f \cos. Y = r$.

Je vais démontrer maintenant qu'il existe toujours une direction pour laquelle la résultante de ces trois composantes coïncide avec cette même direction du déplacement; c'est-à-dire, qu'on peut donner aux angles X, Y, Z des valeurs réelles telles que la résultante des trois composantes fasse

avec les axes des x, des y et des z, des angles respectivement égaux à X, Y, Z; ou, en d'autres termes, telles que ces trois composantes soient entre elles dans le même rapport que les quantités cos. X, cos. Y, cos. Z.

Pour trouver la direction qui satisfait à cette condition, je vais substituer aux trois inconnues cos. X, cos. Y, cos. Z (qui se réduisent à deux par la relation $1=\cos.^2 X+\cos.^2 Y+\cos.^2 Z$), les tangentes des angles que les projections de la droite sur les plans xz et yz font avec l'axe des z, afin de pouvoir conclure la réalité des angles de celle des valeurs des lignes trigonométriques données par le calcul. Soient donc $x=mz$ et $y=nz$ les équations de la droite : on aura $m=\frac{\cos. X}{\cos. Z}$ et $n=\frac{\cos. Y}{\cos. Z}$: or les trois composantes ci-dessus, que je représenterai par p, q, r, doivent être entre elles dans le même rapport que les quantités cos. X, cos. Y, cos. Z, pour satisfaire à la condition dont nous venons de parler.

On a donc, $\frac{p}{r}=\frac{\cos. X}{\cos. Z}=m$, et $\frac{q}{r}=\frac{\cos. Y}{\cos. Z}=n$; ou mettant à la place de p, q, r, leurs valeurs,

$$m=\frac{a\cos. X+h\cos. Y+g\cos. Z}{c\cos. Z+g\cos. X+f\cos. Y}=\frac{a\frac{\cos. X}{\cos. Z}+\frac{h\cos. Y}{\cos. Z}+g}{c+g\frac{\cos. X}{\cos. Z}+f\frac{\cos. Y}{\cos. Z}},$$

et,

$$n=\frac{b\cos. Y+h\cos. X+f\cos. Z}{c\cos. Z+g\cos. X+f\cos. Y}=\frac{b\frac{\cos. Y}{\cos. Z}+h\frac{\cos. X}{\cos. Z}+f}{c+g\frac{\cos. X}{\cos. Z}+f\frac{\cos. Y}{\cos. Z}};$$

ou enfin,

$$m=\frac{am+hn+g}{c+gm+fn}\ldots\ldots(1),$$

et

$$n=\frac{bn+hm+f}{c+gm+fn}\ldots\ldots(2).$$

On tire de l'équation (2), $m=\frac{-fn^2+(b-c)n+f}{gn-h}$; substituant cette valeur de m dans l'équation (1), et chassant les dénominateurs, on a :

$$g[-fn^2+(b-c)n+f]^2+fn(gn-h)[-fn^2+(b-c)n+f]+$$
$$c(-a)(gn-h)[-fn^2+(b-c)n+f]-hn(gn-h)^2-g(gn-h)^2=0.$$

Cette équation en n, qui, sous cette forme, paraît du quatrième degré, tombe au troisième dès qu'on effectue les multiplications, parce qu'alors les deux termes qui renferment n^4 se détruisent mutuellement; ainsi l'on est sûr qu'elle contient au moins une racine réelle. Il y a donc toujours une valeur réelle de n et partant une valeur réelle de m. Par conséquent, il y a toujours au moins une droite qui satisfait à la condition qu'un petit déplacement du point matériel suivant cette droite fait naître une force répulsive, résultante générale des actions moléculaires, dont la direction coïncide avec celle du déplacement. Nous appellerons *axes d'élasticité* les directions qui jouissent de cette propriété.

En partant de ce résultat, il est facile de prouver qu'il y a encore deux autres axes d'élasticité perpendiculaires entre eux et au premier. En effet, prenons celui-ci pour axe des x; les composantes parallèles aux y et aux z, produites par un déplacement dirigé suivant l'axe des x, seront nulles; ainsi l'on aura, $g=o$, $h=o$; et les équations (1) et (2) deviendront :

$$m(c-a+fn)=0,$$

et,

$$n^2-\left(\frac{b-c}{f}\right)n-1=0.$$

La première équation donne $m=0$; et la seconde donne

pour n deux valeurs qui sont toujours réelles, le dernier terme —1 étant une quantité négative. Ainsi l'on voit qu'outre l'axe des x, il y a encore deux autres axes d'élasticité : ils sont perpendiculaires à l'axe des x, puisque pour l'un et l'autre $m=0$, c'est-à-dire que leurs projections sur le plan des xz se confondent avec l'axe des z : ils sont, de plus, perpendiculaires entre eux; car le produit des deux valeurs de n multipliées l'une par l'autre est égal au dernier terme —1 de la seconde équation. *Donc il existe toujours trois axes rectangulaires d'élasticité pour chaque point matériel dans un système moléculaire quelconque, et quelles que soient les lois et la nature des actions que ces points matériels exercent les uns sur les autres.*

Si l'on suppose que, dans un milieu homogène, les faces correspondantes des particules ou les lignes homologues des groupes moléculaires sont toutes parallèles entre elles, les trois axes d'élasticité pour chaque point matériel auront la même direction dans toute l'étendue du milieu; c'est le cas le plus simple d'un arrangement régulier des molécules et celui que les substances cristallisées sembleraient devoir offrir constamment, d'après l'idée qu'on se fait d'une cristallisation régulière; néanmoins les aiguilles de cristal de roche présentent des phénomènes optiques qui démontrent que cette condition du parallélisme des lignes homologues n'y est pas rigoureusement remplie. On conçoit en effet qu'il peut y avoir sans elle beaucoup d'arrangements réguliers de différentes espèces : mais je n'ai encore cherché les lois mathématiques de la double réfraction qu'en supposant aux axes d'élasticité la même direction dans toute l'étendue du milieu vibrant, et je me bornerai en conséquence

à considérer ce cas particulier, le plus simple de tous et qui paraît être celui de la plupart des substances cristallisées; car on ne connaît encore, je crois, que le cristal de roche qui fasse exception à cette règle.

Application des théorèmes précédents au déplacement complexe des molécules vibrantes qui constitue les ondes lumineuses.

Jusqu'à présent nous n'avons considéré que le déplacement d'un point matériel, en supposant toutes les autres molécules immobiles : nous aurions pu supposer, sans changer en rien le problème, que c'est le milieu qui se déplace, et le point matériel seul qui reste immobile. Mais les déplacements relatifs des molécules dans lesquels consistent les vibrations des ondes lumineuses sont plus compliqués. Considérons d'abord le cas le plus simple, celui d'une onde plane indéfinie : toutes les molécules, comprises dans le même plan parallèle à la surface de l'onde, sont restées dans les mêmes positions les unes à l'égard des autres ; mais elles se sont déplacées relativement au reste du milieu vibrant, ou, si l'on veut, c'est ce milieu qui s'est déplacé par rapport à elles, mais non pas de la même quantité pour les diverses tranches ou rangées moléculaires : la rangée voisine est la moins déplacée, et les molécules des tranches suivantes se trouvent d'autant plus écartées de leurs positions correspondantes à celles des molécules comprises dans le premier plan, qu'elles en sont plus éloignées. Si l'on considère toutes les molécules qui étaient primitivement situées sur la même ligne droite perpendiculaire à ce plan ou à la surface de l'onde, elles se

trouveront transportées, en raison du mouvement vibratoire, sur une courbe sinusoïdale, de part et d'autre de cette perpendiculaire, qui sera l'axe de la courbe; ses ordonnées parallèles à l'onde, c'est-à-dire les petits déplacements des molécules, seront proportionnelles aux sinus des abscisses correspondantes : telle sera du moins la nature de cette courbe toutes les fois que la particule éclairante qui a produit les ondes ayant été peu écartée de sa position d'équilibre, y sera ramenée par une force proportionnelle à l'écartement.

En se renfermant ainsi dans l'hypothèse des petits mouvements, on peut représenter la vitesse absolue dont une molécule éthérée est animée après un temps t, par la formule $u = a \sin. 2\pi \left(t - \frac{x}{\lambda}\right)$, dans laquelle u représente cette vitesse, a un coëfficient constant qui dépend de l'énergie des vibrations, 2π la circonférence dont le rayon est égal à l'unité, x la distance de la molécule au point lumineux, λ la longueur d'une ondulation et t le temps écoulé depuis l'origine du mouvement. Si l'on suppose que ces ondes planes et indéfinies soient réfléchies totalement sur un plan parallèle à leur surface, c'est-à-dire que sur ce plan les molécules éthérées soient assujetties à rester complètement immobiles, alors les ondes réfléchies auront la même intensité que les ondes incidentes, auxquelles elles seront d'ailleurs parallèles; en sorte qu'on devra employer le même coëfficient a dans l'expression des vitesses absolues qu'elles apporteront aux molécules éthérées. Appelons z la distance de l'onde directe au plan réfléchissant et c la distance constante de ce plan à la source du mouvement; l'espace parcouru par l'onde directe est $c - z$, et l'espace parcouru par l'onde réfléchie qui vient à sa ren-

contre est $c + z$. Ainsi les vitesses apportées en même temps et au même point de l'éther par les ondes directe et réfléchie, sont respectivement égales à $a \sin. 2\pi\left(t - \frac{c}{\lambda} + \frac{z}{\lambda}\right)$, et à $-a \sin. 2\pi\left(t - \frac{c}{\lambda} - \frac{z}{\lambda}\right)$. Cette seconde expression doit être affectée du signe —, puisque les molécules éthérées restant immobiles contre le plan réfléchissant, les vibrations lumineuses changent ainsi de signe par leur réflexion. Par conséquent la vitesse absolue résultant de la superposition de l'onde directe et de l'onde réfléchie, est à l'instant t,

$$a\left[\sin. 2\pi\left(t - \frac{c}{\lambda} + \frac{z}{\lambda}\right) - \sin. 2\pi\left(t - \frac{c}{\lambda} - \frac{z}{\lambda}\right)\right];$$

expression qu'on peut mettre sous la forme,

$$2a \sin. 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right) . \cos. 2\pi\left(t - \frac{c}{\lambda}\right):$$

telle est l'expression générale de la vitesse absolue, qui anime, à l'instant t, une molécule éthérée située à la distance z du plan réfléchissant. Elle nous apprend d'abord qu'à certaines distances de ce plan, pour lesquelles $\sin. 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right) = 0$, les molécules éthérées restent constamment immobiles; or, $\sin. 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right)$ devient nul, lorsque z est égal à zéro ou à un nombre entier de fois $\frac{1}{2}\lambda$; ainsi les plans nodaux, c'est-à-dire les plans de repos, sont séparés entre eux et de la surface réfléchissante par des intervalles égaux à $\frac{1}{2}\lambda$. Les ventres, au contraire, c'est-à-dire, les points où les vibrations ont le plus d'amplitude sont dans des positions intermédiaires et à égale distance

des plans nodaux; en effet $\sin. 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right)$ atteint son maximum quand z est égal à un nombre impair de fois $\frac{1}{4}\lambda$.

La formule ci-dessus peut servir également à représenter les déplacements moléculaires, en changeant seulement t en $t-90°$, ou, $\cos. 2\pi\left(t-\frac{c}{\lambda}\right)$ en $\sin. 2\pi\left(t-\frac{c}{\lambda}\right)$: elle devient alors

$$y=2b.\sin. 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right).\sin. 2\pi\left(t-\frac{c}{\lambda}\right).$$

Si l'on prend y pour l'ordonnée qui répond à l'abscisse z, on voit que la courbe représentée par cette équation coupe toujours l'axe des z aux mêmes points, à tous les instants t, que ce sont les points pour lesquels $z=0, z=\frac{1}{2}\lambda; z=\lambda$; $z=\frac{3}{2}\lambda$, etc. Les plus grands écarts des molécules ou les plus grandes valeurs de y correspondent au contraire aux valeurs de z qui contiennent un nombre impair de fois $\frac{1}{4}\lambda$. Lorsque l'on considère maintenant les changements que la courbe éprouve d'un moment à l'autre, en raison des différentes valeurs du temps t, on voit que les ordonnées conservent toujours le même rapport entre elles, comme dans les oscillations d'une corde vibrante; et la formule précédente montre que les vitesses dont les molécules sont animées à chaque instant suivent aussi la même loi que celles des éléments d'une corde vibrante. On peut donc assimiler chaque partie du milieu comprise entre deux plans nodaux consécutifs; à un assemblage de cordes vibrantes perpendiculaires à ces plans et qui leur seraient attachées par leurs extrémités; la tension de ces cordes produirait le même effet que l'élasticité du milieu, puisque, comme celle-ci, elle tendrait sans cesse à redresser les lignes droites devenues courbes par les petits déplacements des molécules perpendiculaires à ces

lignes, et cela avec une force proportionnelle à l'angle de contingence. Ainsi, puisque la direction des mouvements oscillatoires, leur loi et celle des forces accélératrices sont les mêmes dans les deux cas, les règles qui s'appliquent à l'un s'appliquent nécessairement à l'autre. Or, on sait que pour qu'une corde vibrante exécute toujours ses oscillations dans le même temps, quand sa tension varie, il faut que sa longueur croisse proportionnellement à la racine carrée de sa tension; donc la longueur des mêmes ondes lumineuses, (qui doivent rester isochrones dans tous les milieux qu'elles traversent) est proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité qui pousse les molécules du milieu vibrant parallèlement à leur surface; ainsi la vitesse de propagation de ces ondes *mesurée perpendiculairement à leur surface* est proportionnelle à la racine carrée de cette même élasticité.

Sans recourir aux lois connues des oscillations des cordes vibrantes, il est aisé de démontrer immédiatement, par des considérations géométriques, le principe que je viens d'énoncer.

Soit ABC (fig. 6) la courbe formée par une file de molécules du milieu vibrant, qui se trouvaient situées primitivement sur la ligne droite ADC : cette courbe peut être representée, comme nous venons de le voir, par l'équation,

$$y = 2b \sin. 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right) . \sin. 2\pi\left(t - \frac{c}{\lambda}\right),$$

qui devient $y = 2b \sin. 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right)$, quand les molécules arrivent à la limite de leur oscillation : en ce moment leur vitesse est nulle, et l'on peut le considérer comme l'origine du mouvement pour l'oscillation suivante, qui doit résulter des for-

ces accélératrices tendant à ramener les molécules dans leurs positions relatives d'équilibre.

Soient m et m' deux points matériels très-voisins et également distants de la molécule M; représentons par dx la longueur constante de l'intervalle pP ou Pp' compris entre deux ordonnées consécutives. La différence entre les ordonnées MP et $m'p'$ est la quantité dont le point M se trouve éloigné de sa position primitive *relativement* aux molécules comprises dans le plan mené par m' perpendiculairement à l'axe AC de la courbe; ainsi la force accélératrice exercée sur M par cette tranche du milieu, en conséquence de ce déplacement, est proportionnelle à $m'p'$-MP. Si l'on considère les molécules comprises dans le plan passant par le point m et perpendiculaire à AC, leur action sur M résultant de leur déplacement relatif, sera aussi proportionnelle à l'étendue de ce déplacement MP-mp, mais agira en sens contraire de l'autre force accélératrice; en sorte que l'action définitive de ces deux tranches équidistantes sur la molécule M sera proportionnelle à la différence des deux déplacements relatifs, ou à d^2y, si la distance Mp ou Mp' est très-petite à l'égard de la longueur d'ondulation (1).

En différentiant deux fois de suite la valeur de y, on

(1) Dans la note sur la dispersion de la lumière placée à la suite de la première partie de ce Mémoire, j'ai examiné les conséquences mécaniques qui résultent de la supposition que l'action mutuelle des molécules les unes sur les autres s'étend à des distances sensibles relativement à la longueur d'ondulation : je me borne ici pour le moment au cas plus simple traité par les géomètres, qui ont toujours supposé que la sphère d'activité de la force élastique était infiniment petite par rapport à l'étendue de l'ébranlement.

trouve,

$$d^2y = -8b \cdot \frac{\pi^2}{\lambda^2} \cdot \sin.\left(2\pi\frac{z}{\lambda}\right) \cdot dz^2.$$

Ainsi, les forces accélératrices, et par conséquent les vitesses imprimées à chaque point de la courbe ABC, au moment où l'oscillation recommence, sont proportionnelles aux ordonnées correspondantes; donc les petits espaces parcourus pendant le premier instant seront aussi dans le même rapport, et n'altéreront pas la nature de la courbe; ainsi, après le premier instant dt, les nouvelles forces accélératrices seront encore proportionnelles aux ordonnées correspondantes; et comme les vitesses acquises le sont aussi, les espaces parcourus pendant le second instant conserveront encore entre eux le même rapport : il en sera de même après le troisième instant, le quatrième, etc. Par conséquent tous les points de la courbe AMC arriveront ensemble sur la droite ADC, dont ils s'éloigneront ensuite de quantités égales à celles de leur écartement primitif, pour recommencer ensuite une oscillation en sens contraire. On voit que la loi de ces vibrations sera semblable à celle des petites oscillations d'un pendule, puisque la force accélératrice qui pousse chaque point matériel est toujours proportionnelle à l'espace qui lui reste à parcourir pour arriver à sa position d'équilibre. Ainsi, la durée des vibrations sera en raison inverse de la racice carrée de l'élasticité du milieu, élasticité qui est mesurée dans le cas dont nous nous occupons par l'énergie de la force résultant des déplacements relatifs des tranches parallèles du milieu, en les supposant égaux à une petite quantité constante prise pour unité.

Il est aisé de voir aussi que la durée des oscillations du

point M sera proportionnelle à la longueur λ de l'ondulation. En effet, pour comparer les durées d'oscillation correspondant à des valeurs différentes de λ, il faut toujours supposer dz constant, afin que les distances étant les mêmes, les actions moléculaires et les masses à mouvoir soient semblables de part et d'autre. En substituant dans la valeur de d^2y à la place de sin. $\left(2\pi\frac{z}{\lambda}\right)$ sa valeur, on a,

$$d^2y = -4\frac{\pi^2}{\lambda^2}.y.dz^2.$$

Pour un même degré d'élasticité du milieu vibrant, d^2y mesure l'énergie de la force qui tend à ramener le point M en P, et y est l'espace que ce point doit parcourir : ainsi pour des écartements égaux du point M, la force accélératrice est proportionnelle à $\frac{1}{\lambda^2}$; donc la durée de son oscillation sera proportionnelle à λ. Par conséquent, la durée des vibrations des concamérations est proportionnelle à $\frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon}}$, en représentant par ε l'élasticité du milieu. Or comme cette durée doit rester constante pour les mêmes ondes lumineuses, quelque milieu qu'elles traversent, il faut donc que la longueur d'ondulation λ, ou la vitesse de propagation soit proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité mise en jeu. Il suffit donc de déterminer la loi suivant laquelle cette élasticite varie dans un même milieu pour connaître toutes les vitesses de propagation que la lumière peut y affecter.

La loi que j'ai trouvée pour le cas où les axes d'élasticité ont des directions parallèles dans toute l'étendue du milieu, est fondée sur les théorêmes de statique générale qui viennent d'être démontrés, et sur le principe suivant : *l'élasticité*

mise en jeu par les déplacements relatifs des molécules reste toujours la même dans le même milieu, tant que la direction de ces déplacements ne change pas, et quelle que soit d'ailleurs celle du plan de l'onde. Je vais essayer de donner la raison théorique de ce principe, dont j'ai d'ailleurs vérifié l'exactitude par des expériences très-précises.

L'élasticité mise en jeu par les vibrations lumineuses dépend seulement de leur direction et non de celle des ondes.

Considérons les molécules comprises dans un même plan parallèle à la surface de l'onde : elles conservent toujours les mêmes positions relatives, et la résultante de toutes leurs actions sur l'une d'entre elles ne tend à lui imprimer aucun mouvement. Il n'en est plus de même de l'action de la tranche suivante du milieu sur cette molécule, qui ne se trouvant plus par rapport à elle dans la position primitive d'équilibre, exerce sur elle une petite action parallèle au plan de l'onde. Continuons de subdiviser ainsi le milieu vibrant par des plans parallèles infiniment rapprochés et équidistants : à mesure qu'ils sont plus éloignés du premier, les molécules qu'ils contiennent se trouvent plus écartées de leur position primitive relativement au point matériel que nous considérons; mais cet effet est plus que balancé par l'affaiblissement des forces résultant de l'augmentation de distance, et il cesse de se faire sentir à une certaine distance, qui sans être probablement tout-à-fait négligeable vis-à-vis la longueur d'une ondulation, n'en doit comprendre qu'une très-petite partie. Quelle que soit la loi suivant laquelle les actions moléculaires varient avec les distances, il est naturel de supposer que

cette loi reste la même pour le même milieu dans toutes les directions : je ne veux pas dire par-là que les molécules, situées à la même distance du point matériel, exercent sur lui, dans tous les sens, des répulsions égales ; mais seulement que ces répulsions, quoique inégales, varient de la même manière avec la distance. En admettant cette hypothèse, très-probable par sa simplicité, on peut en conclure, ce me semble, que l'élasticité mise en jeu par les petits déplacements des molécules ne change pas, tant que la direction et l'étendue de ces déplacements restent les mêmes à la même distance du plan de l'onde, quelle que soit d'ailleurs la direction de ce plan.

En effet, supposons que les déplacements moléculaires soient toujours parallèles à la même direction ; et considérons deux plans différents menés suivant cette direction, lesquels représenteront successivement la surface de l'onde dans deux situations différentes. Subdivisons le milieu vibrant en tranches infiniment minces et équidistantes, d'abord parallèlement au premier plan et ensuite parallèlement au second : appelons δ la petite quantité dont la seconde tranche ou la seconde rangée de molécules se trouve déplacée relativement à celle qui est contenue dans le plan de départ : les molécules originairement situées sur des lignes droites perpendiculaires à ce plan, forment actuellement des lignes courbes par l'effet du mouvement ondulatoire ; et les déplacements sont sensiblement proportionnels aux carrés des distances au plan de départ, dans les tranches assez voisines pour exercer une action appréciable. Ainsi, 4δ sera la quantité dont les molécules de la troisième rangée se seront déplacées relativement à celles du plan de départ, et de même

9δ, 16δ, etc., seront les déplacements relatifs des tranches suivantes. Nous supposons, bien entendu, des déplacements semblables de l'autre côté du plan.

Si tous ces déplacements, au lieu de croître avec la distance, étaient égaux à δ, l'élasticité mise en jeu serait la même que dans le cas où, le milieu restant immobile, les seules molécules comprises dans ce plan auraient glissé de la petite quantité δ. On remarquera de plus que s'il n'y avait qu'une de ces molécules qui se fût écartée de sa position d'équilibre, la direction du plan en question n'aurait aucune influence sur la force à laquelle elle se trouverait soumise.

Appelons F cette force; elle est la somme des actions exercées sur la molécule restée fixe par toutes les tranches du milieu : or, pour passer de ce cas à celui dont nous nous sommes occupés en premier lieu, il faudrait multiplier l'action de la première tranche par zéro, celle de la seconde par 1, celle de la troisième par 4, celle de la quatrième par 9, etc., puisque dans ce cas la première tranche n'a point changé de position, que la deuxième s'est déplacée de la quantité δ, la troisième de 4δ, au lieu de δ, la quatrième de 9δ, et ainsi de suite; on aurait d'ailleurs la même progression, quelle que fût la direction du plan de l'onde. Ainsi, l'on devra toujours multiplier les actions individuelles des tranches situées au même rang par les mêmes nombres, pour tenir compte de l'étendue de leurs déplacements; d'ailleurs, les coëfficients qui dépendent de la distance de chaque tranche à la molécule immobile, seront aussi les mêmes à égale distance, en supposant, comme nous l'avons fait, que les actions moléculaires décroîtraient dans tous les sens suivant la même

fonction des distances. Par conséquent, la série numérique totale par laquelle il faudrait multiplier F pour avoir la force élastique qui résulte du mouvement ondulatoire, restera constante pour les diverses directions des tranches parallèles, ou du plan de l'onde, et cette force ne dépendra que de la seule direction des déplacements moléculaires.

Application des principes précédents aux milieux dont les axes d'élasticité conservent la même direction dans toute leur étendue.

Si l'on admet ce principe, dont je viens de démontrer la probabilité théorique, et dont j'ai vérifié d'ailleurs l'exactitude par des expériences très-précises sur les vitesses de la lumière dans la topaze, il devient facile de comparer les élasticités mises en jeu par deux mouvements vibratoires qui ont des directions différentes et appartiennent à deux systèmes d'ondes lumineuses faisant entre eux un angle quelconque. Il suffit pour cela de comparer d'abord l'élasticité mise en jeu par le premier système avec l'élasticité mise en jeu par des vibrations toujours dirigées dans son plan, mais parallèles à l'intersection des plans des deux systèmes d'ondes; puis en changeant le plan des ondes sans changer la direction de ces nouveaux déplacements, on comparera dans le plan du second système d'ondes l'élasticité qu'ils développent avec celle qui est excitée par les vibrations de ce second système. En un mot, les variations d'inclinaison de la surface des ondes relativement aux axes du milieu vibrant n'apportant aucun changement dans la force élastique tant que la direction des déplacements moléculaires reste la même, le

problème se réduit toujours à comparer les élasticités mises en jeu par deux systèmes d'ondes dont les surfaces sont parallèles, et dont les vibrations font entre elles un angle quelconque.

Or, les élasticités excitées par deux systèmes d'ondes semblables qui coïncident quant à leurs surfaces, mais dont les vibrations s'exécutent suivant des directions différentes, sont évidemment entre elles comme les forces produites par les déplacements successifs d'une seule molécule suivant la première et la seconde direction. En effet, considérons la tranche située dans la position primitive d'équilibre, et par rapport à laquelle les tranches parallèles se sont déplacées : ce sont dans les deux cas les mêmes tranches du milieu qui se sont déplacées et de quantités égales, mais suivant deux directions différentes. Or, en considérant ces deux modes de déplacement, nous pouvons appliquer à l'influence que chaque molécule de la tranche immobile éprouve de la part d'une des autres tranches, les théorèmes que nous avons démontrés pour l'action d'un système moléculaire quelconque sur un point matériel qui a été un peu écarté de sa position primitive, puisque cela équivaut à laisser ce point fixe et à déplacer toutes les autres molécules du système de la même quantité. Ainsi, l'on peut calculer et comparer d'après ces théorèmes les actions qu'une tranche quelconque exerce sur la tranche fixe, et les actions des autres tranches seront dans le même rapport, puisque leurs déplacements sont supposés égaux dans les deux cas. Par conséquent les élasticités mises en jeu par les deux mouvements ondulatoires sont entre elles comme les élasticités qui seraient excitées par les deux déplacements successifs d'une seule molécule suivant des di-

rections pareilles, et l'on peut appliquer aux déplacements complexes résultant des ondes lumineuses les principes démontrés précédemment pour le cas où une molécule est écartée de sa position d'équilibre, pendant que toutes les autres restent fixes.

Cela posé, prenons les trois axes d'élasticité du milieu vibrant pour axes des coordonnées, et représentons par a^2, b^2, c^2 les élasticités que mettent en jeu les vibrations parallèles aux axes des x, des y, des z, de manière que les vitesses de propagation correspondantes, qui sont proportionnelles aux racines carrées des élasticités, se trouvent représentées par a, b, c : nous nous proposons de déterminer la force élastiqué résultant de vibrations de même nature, mais parallèles à une autre direction quelconque qui fait avec ces axes les angles X, Y, Z. Je prends pour unité l'amplitude de ces vibrations, ou le coëfficient constant des déplacements relatifs des tranches parallèles du milieu; car pour comparer les élasticités, il faut comparer les forces qui résultent de déplacements égaux : ce coëfficient étant égal à 1, ceux des composantes parallèles aux x, y, z, seront cos. X, cos. Y, cos. Z. L'on sait d'ailleurs que ces forces auront les mêmes directions, d'après la propriété caractéristique des axes d'élasticité. Ainsi, appelant f la résultante de ces trois forces, on aura :

$$f = \sqrt{a^4 \cos.^2 X + b^4 \cos.^2 Y + c^4 \cos.^2 Z};$$

et les cosinus des angles que cette résultante fait avec les axes des x, des y, des z, seront égaux respectivement à

$$\frac{a^2 \cos. X}{f}, \quad \frac{b^2 \cos. Y}{f}, \quad \frac{c^2 \cos. Z}{f}.$$

On voit qu'en général cette résultante n'a pas la même direction que les déplacements qui l'ont produite. Mais on peut toujours la décomposer en deux autres forces, l'une parallèle et l'autre perpendiculaire à la direction des déplacements. Lorsque la seconde force se trouvera en même temps normale au plan de l'onde, elle n'aura plus aucune influence sur la propagation des vibrations lumineuses, puisque, d'après notre hypothèse fondamentale, les vibrations lumineuses s'opèrent *uniquement* dans le sens de la surface des ondes. Or, nous aurons soin de ramener à ce cas tous les calculs relatifs aux vitesses de propagation; c'est pourquoi nous allons nous borner à déterminer la composante parallèle aux déplacements.

Les angles que cette direction fait avec les axes sont X, Y, Z; les cosinus des angles que les mêmes axes font avec la résultante, sont, $\frac{a^2 \cos. X}{f}$, $\frac{b^2 \cos. Y}{f}$, $\frac{c^2 \cos. Z}{f}$; par conséquent, le cosinus de l'angle que la résultante fait avec la direction du déplacement est égal à

$$\frac{a^2 \cos.^2 X + b^2 \cos.^2 Y + c^2 \cos.^2 Z}{f};$$

Or, il faut multiplier ce cosinus par la force f pour avoir sa composante parallèle à cette direction; la composante que nous cherchons est donc égale à

$$a^2 \cos.^2 X + b^2 \cos.^2 Y + c^2 \cos.^2 Z.$$

Si nous appelons v^2 cette composante de la force élastique, afin que la vitesse de propagation correspondante soit repré-

sentée par v, nous aurons,

$$v^2 = a^2 \cos.^2 X + b^2 \cos.^2 Y + c^2 \cos.^2 Z.$$

Surface d'élasticité, qui représente la loi des élasticités et des vitesses de propagation.

Je supposerai que l'on construise d'après cette équation une surface dont chaque rayon vecteur faisant avec les axes des x, des y et des z, des angles égaux à X, Y et Z, ait pour longueur la valeur de v : on pourra l'appeler *surface d'élasticité*, puisque les carrés de ses rayons vecteurs donneront les composantes de la force élastique suivant la direction de chaque déplacement.

Si l'on conçoit un système d'ondes lumineuses (toujours supposées planes et indéfinies) qui se propagent dans le milieu dont la loi d'élasticité est représentée par cette surface, en menant par son centre un plan parallèle aux ondes, on devra considérer toute composante perpendiculaire à ce plan comme n'ayant aucune influence sur la vitesse de propagation des ondes lumineuses. La force élastique, excitée par des déplacements parallèles à l'un des rayons vecteurs de cette section diamétrale, peut toujours être décomposée en deux autres forces, l'une parallèle et l'autre perpendiculaire au rayon vecteur : la première est représentée en grandeur par le carré de la longueur même de ce rayon vecteur; la seconde n'étant perpendiculaire au plan de la section diamétrale que pour deux positions particulières, peut se décomposer généralement en deux autres forces, l'une comprise dans ce plan et l'autre normale au plan : celle-ci, comme nous venons de le dire, n'exerce pas d'influence sur la pro-

pagation des ondes lumineuses; mais il n'en est pas ainsi de l'autre composante, qu'il faudrait combiner avec la première composante parallèle au rayon vecteur, pour avoir toute la force élastique excitée dans le plan des ondes.

On remarquera que pour ce cas général, la force élastique qui propage les ondes ne serait pas parallèle aux déplacements qui l'ont produite, d'où résulterait dans les vibrations qui passent d'une tranche à l'autre un changement graduel de leur direction et par conséquent de l'intensité de la force élastique qu'elles mettent en jeu, ce qui rendrait très-difficile le calcul de leur propagation et empêcherait d'y appliquer la loi ordinaire d'après laquelle la vitesse de propagation est proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité mise en jeu, loi que nous n'avons démontrée applicable que pour le cas particulier où la direction des vibrations et l'élasticité restent constantes d'une tranche à l'autre.

Mais il existe toujours dans chaque plan deux directions rectangulaires telles que les forces élastiques excitées par des déplacements parallèles à chacune d'elles étant décomposées en deux autres forces, l'une parallèle et l'autre perpendiculaire à cette direction, la seconde composante se trouve perpendiculaire au plan; en sorte que les vibrations sont uniquement propagées par une force élastique parallèle aux déplacements primitifs, qui conserve ainsi dans leur trajet la même direction et la même intensité. Or, quel que soit le sens des vibrations incidentes, on pourra toujours les décomposer suivant ces deux directions rectangulaires dans le plan diamétral parallèle aux ondes, et ramener ainsi le problème de leur marche au calcul des vitesses de propagation des vibrations parallèles à ces deux directions,

calcul facile à faire d'après le principe que les vitesses de propagation sont proportionnelles aux racines carrées des élasticités mises en jeu, qui devient alors rigoureusement applicable.

Les petits déplacements parallèles aux axes d'une section diamétrale quelconque de la surface d'élasticité, ne tendent point à écarter les molécules des tranches suivantes du plan normal mené par leur direction.

Je vais démontrer que le plus grand et le plus petit rayon vecteur, ou les deux axes de la section diamétrale, jouissent de la propriété que je viens d'énoncer; c'est-à-dire, que les déplacements suivant chacun de ces deux axes excitent des forces élastiques dont la composante perpendiculaire à leur direction se trouve en même temps perpendiculaire au plan de la section diamétrale.

En effet, soit $x = \mathrm{B}y + \mathrm{C}z$ l'équation du plan sécant passant par le centre de la surface d'élasticité : l'équation de condition, qui exprime que ce plan contient le rayon vecteur dont les inclinaisons sur les axes des x, des y et des z, sont respectivement X, Y et Z, est

$$\cos. \mathrm{X} = \mathrm{B} \cos. \mathrm{Y} + \mathrm{C} \cos. \mathrm{Z}.$$

On a d'ailleurs entre les angles X, Y et Z la relation

$$\cos.^2 \mathrm{X} + \cos.^2 \mathrm{Y} + \cos.^2 \mathrm{Z} = 1,$$

et pour équation de la surface d'élasticité

$$v^2 = a^2 \cos.^2 \mathrm{X} + b^2 \cos.^2 \mathrm{Y} + c^2 \cos.^2 \mathrm{Z}.$$

Le rayon vecteur v atteint son *maximum* ou son *minimum* quand sa différentielle devient nulle; on a donc dans ce cas, en différentiant l'équation de la surface par rapport à l'angle X,

$$o = a^2 \cos. X \sin. X + b^2 \cos. Y \sin. Y \frac{dY}{dX} + \cos. Z \sin. Z \frac{dZ}{dX}.$$

Si l'on différentie pareillement les deux équations précédentes, on aura encore,

$$\cos. X \sin. X + \cos. Y \sin. Y \frac{dY}{dX} + \cos. Z \sin. Z \frac{dZ}{dX} = o,$$

$$-\sin. X + B \sin. Y \frac{dY}{dX} + C \sin. Z \frac{dZ}{dX} = o;$$

d'où l'on tire pour $\frac{dY}{dX}$ et $\frac{dZ}{dX}$ les valeurs suivantes :

$$\frac{dY}{dX} = \frac{\sin. X (C \cos. X + \cos. Z)}{\sin. Y (B \cos. Z - C \cos. Y)}, \text{ et, } \frac{dZ}{dX} = \frac{-\sin. X (B \cos. X + \cos. Y)}{\sin. Z (B \cos. Z - C \cos. Y)}.$$

Substituant ces deux valeurs dans la première équation différentielle, qui exprime la condition commune du *maximum* ou du *minimum*, on trouve pour l'équation qui détermine la direction des axes de la section diamétrale :

$$a^2 \cos. X (B \cos. Z - C \cos. Y) + b^2 \cos. Y (C \cos. X + \cos. Z)$$
$$- c^2 \cos. Z (B \cos. X + \cos. Y) = o \ldots\ldots (A)$$

Concevons maintenant un plan mené par le rayon vecteur et la force accélératrice que développent les déplacements parallèles au rayon vecteur; c'est dans ce plan que nous décomposerons cette force en deux autres, la première dirigée suivant le rayon vecteur, la deuxième perpendiculaire à sa direction; et si ce plan est perpendiculaire au plan sécant,

il est clair que la seconde composante sera normale à celui-ci. Nous allons donc chercher l'équation qui exprime que ces deux plans font entre eux un angle droit, et si elle s'accorde avec l'équation (A), nous pourrons en conclure que les axes de la section diamétrale sont précisément les deux directions qui satisfont à la condition que la composante perpendiculaire au rayon vecteur soit en même temps perpendiculaire au plan sécant.

Soit $x = B'y + C'z$ l'équation du plan mené suivant le rayon vecteur et la direction de la force élastique développée par des vibrations parallèles au rayon vecteur. Les cosinus des angles que cette force fait avec les trois axes des coordonnées sont,

$$\frac{a^2 \cos. X}{f}, \quad \frac{b^3 \cos. Y}{f}, \quad \frac{c^2 \cos. Z}{f};$$

et puisqu'elle est contenue dans le plan $x = B'y + C'z$, on a,

$$\frac{a^2 \cos. X}{f} = B' . \frac{b^2 \cos. Y}{f} + C' . \frac{c^2 \cos. Z}{f}, \text{ ou}$$

$$a^2 \cos. X = B' b^2 \cos. Y + C' c^2 \cos. Z.$$

Ce plan contenant le rayon vecteur, on a pareillement,

$$\cos. X = B' \cos. Y + C' \cos. Z.$$

On tire de ces deux équations,

$$B' = \frac{(a^2 - c^2) \cos. X}{(b^2 - c^2) \cos. Y}, \text{ et, } C' = -\frac{(a^2 - b^2) \cos. X}{(b^2 - c^2) \cos. Z}:$$

substituant ces valeurs de B' et C' dans l'équation

$$BB' + CC' + 1 = 0,$$

qui exprime que le second plan est perpendiculaire au premier, on trouve,

$$B(a^2-c^2)\cos.X\cos.Z-C(a^2-b^2)\cos.X\cos.Y$$
$$+(b^2-c^2)\cos.Y\cos.Z=0,$$

relation semblable à celle de l'équation (1) qui détermine la direction des axes de la section diamétrale, comme il est aisé de le reconnaître en effectuant les multiplications. Donc les directions de ces deux axes jouissent effectivement de la propriété énoncée; d'où il résulte que les vibrations parallèles conservant toujours la même direction, ont une vitesse de propagation proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité mise en jeu, vitesse qui peut alors être représentée par le rayon vecteur v.

Détermination de la vitesse de propagation des ondes planes et indéfinies.

A l'aide de ce principe et de l'équation de la surface d'élasticité, toutes les fois que l'on connaîtra les trois demi-axes a, b, c, il sera facile de déterminer la vitesse de propagation des ondes planes et indéfinies dont la direction sera donnée. Pour cela, on mènera d'abord par le centre de la surface d'élasticité un plan parallèle aux ondes, et l'on décomposera leur mouvement vibratoire en deux autres dirigés suivant le grand et le petit axe de cette section diamétrale : si l'on appelle α l'angle que les vibrations incidentes font avec le premier de ces axes, $\cos.\alpha$ et $\sin.\alpha$ représenteront les intensités relatives des deux composantes; et leurs vitesses de propagation mesurées perpendiculairement aux

ondes seront respectivement égales à la moitié du demi-axe de la section diamétrale auquel les vibrations sont parallèles. Ces deux demi-axes étant généralement inégaux, les deux systèmes d'ondes parcourront le milieu avec des vitesses différentes, et cesseront d'être parallèles en sortant du milieu réfringent, si la surface d'émergence est oblique à celle des ondes, de manière que la différence des vitesses entraîne une différence de réfraction. Quant aux plans de polarisation des deux faisceaux divergents, ils seront perpendiculaires entre eux, puisque leurs vibrations sont rectangulaires.

Il y a deux plans diamétraux qui coupent la surface d'élasticité suivant des cercles.

Il est à remarquer que la surface

$$v^2 = a^2 \cos.^2 X + b^2 \cos.^2 Y + c^2 \cos.^2 Z,$$

qui représente les lois de l'élasticité de tout milieu dont les groupes moléculaires ont leurs axes d'élasticité parallèles, peut être coupée suivant deux cercles par deux plans menés suivant son axe moyen et également inclinés sur chacun de deux autres axes.

En effet, remplaçons les coordonnées polaires par des coordonnées rectangulaires dans cette équation qui devient ainsi,

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 :$$

la section circulaire faite dans cette surface peut toujours être considérée comme appartenant en même temps à la surface d'une sphère $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$; sa circonférence devra

donc se trouver à la fois dans le plan sécant $Z = Ax + By$, sur la surface de la sphère et sur la surface d'élasticité. La combinaison des équations de ces deux surfaces donne

$$r^4 = a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 :$$

en substituant dans cette relation la valeur de z tirée de l'équation du plan sécant, on a,

$$x^2(a^2 + A^2c^2) + y^2(b^2 + B^2c^2) + 2ABc^2xy = r^4 \qquad (1).$$

En substituant cette valeur de z dans l'équation de la sphère, on trouve pour la projection de la même courbe sur le même plan des $x\,y$,

$$x^2(1 + A^2) + y^2(1 + B^2) + 2ABxy = r^2 \qquad (2).$$

Les deux équations (1) et (2) devant être identiques, on a :

$$\frac{1 + B^2}{1 + A^2} = \frac{b^2 + B^2c^2}{a^2 + A^2c^2}; \quad \frac{2AB}{1 + A^2} = \frac{2ABc^2}{a^2 + A^2c^2}; \quad \frac{r^2}{1 + A^2} = \frac{r^4}{a^2 + A^2c^2}.$$

La seconde condition ne peut être satisfaite que par $A = o$, ou $B = o$, puisque sans cela il faudrait faire $c^2 + A^2c^2 = a^2 + A^2c^2$, ou, $a^2 = c^2$, quantités constantes dont on ne peut pas disposer. Si l'on suppose $A = o$, on tire de la première équation de condition, $B = \pm\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{c^2 - b^2}}$, quantité imaginaire si c'est b qui est l'axe moyen, puisque alors les deux termes de la fraction placée sous le radical sont de signes contraires. Ainsi, en supposant $a > b$ et $b > c$, il faut faire $B = o$, d'où l'on conclut pour A la valeur réelle.........
$A = \pm\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}}$. $B = o$ indique que le plan sécant doit passer par l'axe des y ou l'axe moyen de la surface d'élasticité;

les deux valeurs égales et de signes contraires qu'on trouve pour A, c'est-à-dire pour la tangente de l'angle que ce plan fait avec l'axe des x, montrent qu'il y a deux plans également inclinés sur le plan des xy, qui satisfont à la condition de couper la surface d'élasticité suivant un cercle, et qu'il n'y a que ces deux plans. Toute autre section diamétrale a donc deux axes inégaux; en sorte que les ondes qui lui sont parallèles peuvent parcourir le même milieu avec deux vitesses différentes, selon que leurs vibrations sont dirigées suivant l'un ou l'autre de ces axes.

La double réfraction devient nulle pour les ondes parallèles aux deux sections circulaires de la surface d'élasticité.

Au contraire, les ondes parallèles aux sections circulaires doivent toujours avoir la même vitesse de propagation, dans quelque direction que leurs vibrations s'exécutent, puisque les rayons vecteurs de chaque section sont tous égaux entre eux; et de plus, leurs vibrations ne peuvent éprouver de déviation en passant d'une tranche à l'autre, parce que la composante perpendiculaire à chacun de ces rayons vecteurs est en même temps perpendiculaire au plan de la section circulaire; car nous venons de démontrer par le calcul précédent que cette condition était remplie dès que la différentielle du rayon vecteur devenait égale à zéro: or, c'est ce qui a lieu pour tous les rayons vecteurs des sections circulaires, puisque leur longueur est constante. Par conséquent, si l'on coupe un cristal parallèlement à chacune des sections circulaires de la surface d'élasticité, et qu'on y introduise perpendiculairement à ces faces, des rayons polarisés suivant un

azimut quelconque, ils n'éprouveront dans le cristal ni double réfraction, ni déviation de leur plan de polarisation; ainsi ces deux directions jouiront des propriétés de ce qu'on appelle improprement les *axes du cristal*, et que je nommerai *axes optiques*, pour les distinguer des trois axes rectangulaires d'élasticité, qu'on doit considérer, à mon avis, comme les véritables axes du milieu doué de la double réfraction.

Il n'y a jamais plus de deux axes optiques dans les milieux réfringents dont les axes d'élasticité ont partout la même direction.

Une conséquence remarquable du calcul que nous venons de faire, c'est qu'un corps constitué comme nous le supposons, c'est-à-dire dont les particules sont disposées de manière que les axes d'élasticité pour chaque point du milieu vibrant soient parallèles dans toute son étendue, ne peut pas avoir plus de deux axes optiques. Ils se réduisent à un seul lorsque deux des demi-axes a, b, c de la surface d'élasticité sont égaux entre eux : lorsque a est égal à b, par exemple, $A=0$, les deux sections circulaires se confondent avec le plan des xy, et les deux axes optiques qui leur sont perpendiculaires, avec l'axe des z, ou l'axe c de la surface d'élasticité, qui devient alors une surface de révolution. C'est le cas des cristaux que l'on désigne sous le nom de *cristaux à un axe*, tels que le spath calcaire. Quand les trois axes d'élasticité sont égaux entre eux, l'équation de la surface d'élasticité devient celle d'une sphère; les forces ne varient plus avec la direction des déplacements moléculaires, et le

milieu vibrant ne jouit plus de la double réfraction : c'est ce qui paraît avoir lieu dans tous les corps cristallisés en cubes.

Jusqu'à présent nous n'avons calculé que la vitesse de propagation des ondes lumineuses mesurée perpendiculairement à leur plan tangent, sans chercher à déterminer la forme des ondes dans l'intérieur du cristal et l'inclinaison des rayons sur leur surface. Tant qu'il ne s'agit de calculer les effets de la double réfraction que pour des ondes incidentes sensiblement planes, c'est-à-dire qui émanent d'un point lumineux suffisamment éloigné, il suffit de déterminer les directions relatives du plan de l'onde en dedans et en dehors du cristal, puisqu'on trouve ainsi l'angle que l'onde émergente fait avec l'onde incidente, et par conséquent l'inclinaison mutuelle des deux lignes suivant lesquelles il faudrait diriger successivement le rayon visuel ou l'axe d'une lunette pour voir le point de mire, d'abord directement, et ensuite à travers le prisme de cristal : je dis le *prisme*, car si la plaque de cristal avait ses faces parallèles, l'onde émergente serait parallèle à l'onde incidente, dans le cas que nous considérons, où le point lumineux est supposé à l'infini, quelle que fût d'ailleurs l'énergie de la double réfraction et la loi des vitesses de propagation dans l'intérieur du cristal. Il ne peut donc y avoir de séparation angulaire sensible des images ordinaire et extraordinaire dans ce cas, qu'autant que la plaque cristallisée est prismatique ; et pour calculer les angles de déviation de faisceaux ordinaire et extraordinaire, qui par leur différence donnent l'angle de divergence des deux images, il suffit de déterminer la vitesse de propagation de chaque système d'ondes dans le cristal d'après la direction de son plan relativement aux axes.

Démonstration de la loi de la réfraction pour les ondes planes et indéfinies.

Soit, par exemple, IN (fig. 7) le plan de l'onde incidente, que je suppose, pour plus de simplicité, parallèle à la face d'entrée du prisme de cristal BAC, dont les axes sont d'ailleurs dirigés d'une manière quelconque; toutes les parties de cette onde arriveront simultanément sur le plan AB, et elle n'éprouvera aucune déviation de son plan en pénétrant et en parcourant le cristal. Il n'en sera pas de même quand elle sortira du prisme : pour déterminer la direction du plan de l'onde émergente, du point A comme centre, et d'un rayon AE égal au chemin parcouru par la lumière dans l'air pendant le temps que l'onde met à aller de B en C, je décris un arc de cercle, auquel je mène par C une tangente CE; cette tangente indiquera précisément le plan de l'onde émergente, comme il est facile de le démontrer (1). Si l'on considère chaque point ébranlé de la surface AC comme étant lui-même un centre d'ébranlement, on voit que toutes les petites ondes sphériques ainsi produites arriveront simultanément sur CE, qui sera leur plan tangent commun : or, je dis que ce plan sera la direction de l'onde totale résultant de la réunion de toutes ces petites ondes élémentaires, du moins à une distance de la surface très-grande relativement à la longueur d'une ondulation. En effet, soit H un point quelconque de ce plan pour lequel je cherche en position

(1) Je suppose le plan de la figure perpendiculaire aux deux faces du prisme.

et en intensité la résultante de tous ces systèmes d'ondes élémentaires. Le premier rayon arrivé en ce point est celui qui a suivi la direction GH perpendiculaire à CE, et les rayons gH et g'H partis des autres points g et g', situés à droite et à gauche de G, se trouveront en arrière dans leur marche d'un nombre entier ou fractionnaire d'ondulations, d'autant plus grand que ces points s'écarteront davantage du point G. Si maintenant on divise CA de telle sorte qu'il y ait toujours une différence d'une demi-ondulation entre les rayons émanés de deux points de division consécutifs, il est aisé de voir qu'en raison de l'éloignement de H, qui est très-grand relativement à une longueur d'ondulation, les petites parties dans lesquelles on aura divisé CA deviendront sensiblement égales entre elles pour les rayons qui font avec GH des angles un peu prononcés; on peut donc admettre que les rayons envoyés par deux parties consécutives se détruiront mutuellement dès qu'ils auront une obliquité prononcée sur GH, ou plus rigoureusement, que la lumière envoyée par une de ces parties sera détruite par la moitié de la lumière de celle qui la précède et la moitié de la lumière de celle qui la suit; car sa largeur ne diffère de la moyenne arithmétique de celles entre lesquelles elle est située, que d'une très-petite quantité du second ordre : de plus, les rayons envoyés par ces trois parties doivent avoir sensiblement la même intensité, quelle que soit la loi de leur variation d'intensité autour des centres d'ébranlement, puisque étant sensiblement parallèles entre eux (à cause de l'éloignement de H), ils sont dans les mêmes circonstances (1).

(1) On peut faire pour les intensités de ces rayons la même observation

D'ailleurs, il résulte de la nature du mouvement vibratoire primitif d'où proviennent tous ces centres d'ébranlement, et dont ils doivent nécessairement répéter les oscillations, que les ondes élémentaires qu'ils enverront en H, y apporteront alternativement des vitesses absolues négatives et positives, qui seront pareilles quant à la grandeur, et ne différeront que par le signe : il en sera de même des forces accélératrices résultant des déplacements relatifs des molécules, qui seront égales et de signes contraires pour les deux mouvements opposés de l'onde primitive : or cette égalité entre les quantités positives et négatives contenues dans chaque ondulation complète, suffit pour que deux systèmes qui diffèrent dans leur marche d'une demi-ondulation se détruisent mutuellement quand ils ont d'ailleurs la même intensité. Ainsi tous les rayons sensiblement inclinés sur GH se détruiront mutuellement, et il n'y aura que ceux qui lui sont presque parallèles qui concourront efficacement à la formation du système d'ondes résultant. On pourra donc les considérer dans le calcul comme ayant des intensités égales, et intégrer entre $+\infty$ et $-\infty$ suivant les deux dimensions, en employant les formules que j'ai données dans mon Mémoire sur la diffraction. Mais, sans recourir à ces formules, il est évident d'avance que si l'intensité de l'onde incidente AB est la même dans toutes ses parties, les éléments de l'intégration

---

que pour l'étendue des parties de AC qui les envoient, en remarquant que les rayons de deux parties consécutives différant seulement en intensité d'une quantité infiniment petite du premier ordre, l'intensité des rayons d'une partie intermédiaire ne diffère que d'un infiniment petit du deuxième ordre de la moyenne entre les intensités des rayons des deux parties contiguës.

seront les mêmes pour les différents points h', H, h, etc. de l'onde émergente, situés à une distance suffisante de la surface CA, quelle que soit d'ailleurs la forme de l'intégrale, et qu'en conséquence l'intensité et la position de l'onde résultante seront les mêmes dans chacun de ces points; elle sera donc parallèle à CE, lieu géométrique des premiers ébranlements; les formules d'intégration la placent à un quart d'ondulation en arrière de ce plan; mais cela ne change rien à sa direction, la seule chose qui détermine celle du rayon visuel ou de l'axe de la lunette avec laquelle on observe le point de mire (1). Ainsi les sinus des angles BAC et CAE de la surface réfringente avec les ondes incidente et réfractée, sont entre eux comme les longueurs CB et AE, c'est-à-dire comme les vitesses de propagation de la lumière dans les deux milieux contigus.

Nous voyons donc que pour calculer les effets prismatiques des milieux doués de la double réfraction, quand le point de mire est à l'infini et qu'en conséquence l'onde incidente est plane, il suffit de connaître la vitesse de propagation des ondes ordinaires et extraordinaires dans l'intérieur du cristal pour chaque direction du plan de l'onde, cette vitesse étant mesurée perpendiculairement à ce plan. Or c'est ce que donnent le plus grand et le plus petit rayon vecteur de la section diamétrale faite dans la surface d'élasticité par le plan de l'onde. Mais lorsque le point de mire est très-rapproché du

(1) J'ai cru utile de répéter ici d'une manière abrégée l'explication que j'ai donnée de la loi de Descartes pour la réfraction ordinaire, dans la dernière note de mon Mémoire sur la diffraction, afin d'épargner au lecteur la peine d'y avoir recours.

milieu réfringent et qu'on emploie un cristal dont la double réfraction est très-forte, tel que le spath calcaire, dans lequel la courbure des ondes diffère beaucoup de celle d'une sphère, il devient nécessaire de connaître la forme de ces ondes.

Principe qui détermine la direction des rayons réfractés, lorsque le point de mire n'est pas assez éloigné pour qu'on puisse faire abstraction de la courbure des ondes lumineuses.

Afin de me faire comprendre plus aisément, je prendrai un cas bien simple, celui où le point de mire est situé dans l'intérieur du cristal, ou bien contre sa surface inférieure. Soient M (fig. 8) le point lumineux, EC la surface supérieure de la plaque par laquelle sortent les rayons; soient MA, Ma, Ma', des rayons partis du point lumineux suivant une direction telle qu'ils viennent frapper l'ouverture bb' de l'œil ou de l'objectif de la lunette; je suppose que la courbe bBb' représente le lieu géométrique des ébranlements de première arrivée partis de la surface réfringente EC; elle sera parallèle, comme nous l'avons vu, à l'onde résultant de tous les ébranlements élémentaires. Or c'est de la direction de l'élément de l'onde émergente qui vient tomber sur l'ouverture de la pupille que dépend la position de l'image du point lumineux sur la rétine et par conséquent la direction du rayon visuel, qui est perpendiculaire à l'élément de l'onde; c'est donc la direction de cet élément ou de sa normale qu'il s'agit de déterminer. Cette normale est le rayon AB de plus prompte arrivée sur le milieu B de l'élément, puisque cet élément est tangent à la sphère décrite du point A comme

centre. Il ne s'agit donc que de chercher entre tous les rayons brisés MaB, MAB, $Ma'B$ celui qui apportera le premier ébranlement en B, et sa direction hors du cristal sera celle suivant laquelle on verra le point de mire.

Mais la section faite dans la surface d'élasticité ne fournit pas immédiatement les quantités nécessaires pour déterminer les intervalles de temps compris entre les arrivées de l'ébranlement parti de M aux points a, A, a'; car elle ne donne la vitesse de propagation qu'autant que l'on connaît la direction du plan sécant ou de l'élément de l'onde auquel il est parallèle, et il est à remarquer de plus que la vitesse de propagation a toujours été censée comptée dans cette construction sur la perpendiculaire au plan de l'onde, tandis qu'il faudrait ici l'avoir sur la direction du rayon; car, ainsi que nous venons de le dire, le problème se réduit à chercher le rayon de première arrivée. Il est donc nécessaire de calculer d'abord les vitesses de propagation de l'onde dont le centre est en M suivant les différents rayons Ma, MA, Ma', c'est-à-dire les longueurs de ces rayons comprises entre le centre M et la surface de l'onde au bout d'un temps déterminé, ou en d'autre termes l'équation de la surface de l'onde.

Théorème sur lequel repose le calcul de la surface des ondes.

Soit C (fig. 9) un centre d'ébranlement, ARBD la position de l'onde émanée de C, après l'unité de temps, que je prends assez grande pour que la distance de l'onde au point C contienne beaucoup d'ondulations, ou en d'autres termes, pour que la longueur d'ondulation soit négligeable à l'égard de cette distance. Cela posé, concevons une onde plane in-

définie ON passant par le même point C : je dis qu'au bout de l'unité de temps elle aura dû se transporter parallèlement à elle-même dans la position *on* tangente à la courbe ARBD. En effet, soit R le point de contact; cherchons la résultante de tous les systèmes d'ondes élémentaires émanés des différents points de ON qui arrivent en R; on voit que par les raisons exposées précédemment, il n'y aura que les rayons tels que *c*R, *c'*R peu inclinés sur CR qui concourront d'une manière efficace à la composition du mouvement oscillatoire en R. Soient *c* et *c'* deux centres d'ébranlement, d'où viennent ces rayons peu obliques sur CR; au bout de l'unité de temps, ils auront envoyé les deux ondes *arbd* et *a' r' b' d'* absolument pareilles à l'onde ARBD et tangentes au même plan *on* dans les points *r* et *r'*; ainsi elles arriveront en R un peu plus tard que l'onde émanée de C; CR est donc le chemin de première arrivée de l'ébranlement en R. Il est à remarquer d'abord que tout est symétrique de part et d'autre du *minimum* dans un petit intervalle tel que celui que nous considérons, et qu'ainsi les mouvements oscillatoires qui viennent par les rayons correspondants *c*R et *c'*R et sont légèrement obliques au plan *on*, formeront ensemble des mouvements composés exactement parallèles à ce plan, comme le mouvement oscillatoire qui vient de C; on pourrait en dire autant de deux autres points correspondants quelconques situés hors du plan de la figure; donc déja le mouvement oscillatoire aura la direction qu'il doit avoir dans l'onde *on*. Quant à la position de l'onde résultante, elle se trouve en arrière du point R d'un quart d'ondulation, en intégrant parallèlement et perpendiculairement au plan de la figure; mais dans un calcul où nous avons considéré la longueur

d'ondulation comme négligeable vis-à-vis la distance CR, nous pouvons dire que l'onde ON est effectivement arrivée en R au bout de l'unité de temps : en faisant un raisonnement semblable pour chacun des autres points de *on*, on prouverait de même que les ébranlements résultant de tous ceux qui partent de ON y arrivent aussi au bout de l'unité de temps, et en conséquence que l'onde entière se trouve en cet instant transportée en *on*. On démontrerait de même que toute autre onde plane PQ passant par le point C serait au bout de l'unité de temps dans la position parallèle *pq* tangente à la même surface courbe ARBD; donc cette surface doit être tangente à la fois à tous les plans occupés au bout de l'unité de temps par toutes les ondes planes indéfinies parties de C : or nous connaissons leurs vitesses relatives de propagation mesurées dans des directions perpendiculaires à leurs plans, et nous pourrons en conséquence déterminer leurs positions au bout de l'unité de temps et en conclure l'équation de la surface de l'onde émanée du point C. De cette manière, la question est réduite au calcul d'une surface enveloppe.

Calcul de la surface des ondes dans les milieux doués de la double réfraction.

En conséquence, l'équation d'un plan qui passe par le centre de la surface d'élasticité étant $z = mx + ny$, celle du plan parallèle auquel la surface de l'onde doit être tangente sera $z = mx + ny + C$, C étant déterminé de manière que la distance de ce plan à l'origine des coordonnées soit égale au plus grand ou au plus petit rayon vecteur de la surface

d'élasticité compris dans le plan diamétral $z = mx + ny$.

L'équation de la surface d'élasticité rapportée aux trois axes rectangulaires d'élasticité est,

$$v^2 = a^2 \cos.^2 X + b^2 \cos.^2 Y + c^2 \cos.^2 Z.$$

Soient $x = \alpha z$ et $y = \beta z$ les équations d'une droite qui passe par son centre, c'est-à-dire d'un rayon vecteur; on a, entre α, β et X, Y, Z, les relations suivantes :

$$\cos.^2 X = \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2 + \beta^2}, \ \cos.^2 Y = \frac{\beta^2}{1 + \alpha^2 + \beta^2}, \ \cos.^2 Z = \frac{1}{1 + \alpha^2 + \beta^2};$$

substituant ces valeurs de $\cos.^2 X$, $\cos.^2 Y$, $\cos.^2 Z$ dans l'équation ci-dessus, elle devient,

$$v^2 (1 + \alpha^2 + \beta^2) = a^2 \alpha^2 + b^2 \beta^2 + c^2.$$

C'est encore l'équation polaire de la surface d'élasticité, mais dans laquelle on a remplacé les cosinus des angles X, Y et Z que le rayon vecteur fait avec les axes, par les tangentes α et β des deux angles que ses projections sur les plans coordonnés xz et yz font avec l'axe des z.

Quand le rayon vecteur v atteint son *maximum* ou son *minimum*, $dv = 0$; ainsi, en différentiant la dernière équation polaire de la surface d'élasticité, on a pour équation de condition :

$$v^2 \left(\alpha + \beta . \frac{d\beta}{d\alpha}\right) = a^2 \alpha + b^2 \beta . \frac{d\beta}{d\alpha}.$$

Le rayon vecteur dont les équations sont $x = \alpha z$ et $y = \beta z$ devant être compris dans le plan sécant $z = mx + ny$, on doit avoir,

$$1 = m\alpha + n\beta;$$

équation qui donne par la différentiation,

$$0 = m\,d\alpha + n\,d\beta;$$

d'où l'on tire $\frac{d\beta}{d\alpha} = \frac{-m}{n}$; substituant dans l'équation différentielle ci-dessus, on trouve :

$$v^2(\alpha n - \beta m) = a^2 \alpha n - b^2 \beta m.$$

Si l'on combine cette relation avec l'équation $1 = m\alpha + n\beta$, on en tire les valeurs suivantes pour α et β :

$$\alpha = \frac{(b^2 - v^2)m}{(a^2 - v^2)n^2 + (b^2 - v^2)m^2}, \quad \beta = \frac{(a^2 - v^2)n}{(a^2 - v^2)n + (b^2 - v^2)m^2}.$$

Nous remarquerons en passant que ces expressions étant du premier degré, α et β ne peuvent pas avoir plus de valeurs que v^2. Or, en les substituant à la place de α et β dans l'équation de la surface d'élasticité, on trouve,

$$(a^2 - v^2)(c^2 - v^2)n^2 + (b^2 - v^2)(c^2 - v^2)m^2 + (a^2 - v^2)(b^2 - v^2) = 0 \ldots\ldots\ldots (A):$$

Cette équation étant seulement du second degré par rapport à v^2, n'en peut donner que deux valeurs; ainsi, il n'y a que deux élasticités différentes et deux directions du rayon vecteur qui satisfont à la condition du *maximum* ou du *minimum*. Il est aisé de reconnaître, sans calculer les doubles valeurs de α et de β, que ces deux directions doivent toujours être rectangulaires; car il résulte du théorème général sur les trois axes rectangulaires d'élasticité, que si l'on considère seulement les déplacements qui s'exécutent dans un plan et les composantes comprises dans le même plan, en faisant abstraction des forces qui lui sont perpendiculaires, il contient toujours deux directions rectangulaires, pour lesquelles la résultante des composantes comprises dans ce plan agit suivant la ligne même du déplacement : or ces

directions sont précisément celles que nous venons de chercher, puisque, ainsi que nous l'avons démontré, tout petit déplacement parallèle au plus grand ou au plus petit rayon vecteur d'une section diamétrale quelconque excite dans le plan de cette section une force parallèle au même rayon vecteur, l'autre composante étant toujours perpendiculaire à ce plan.

Des milieux constitués comme on l'a supposé, ne peuvent pas offrir plus de deux images du même objet.

Ainsi les deux modes de vibration qui se propagent sans déviation de leurs oscillations ni changement de vitesse, s'exécutent suivant des directions rectangulaires, c'est-à-dire de la manière la plus indépendante; et comme il n'y a d'ailleurs que deux valeurs de v^2 ou de l'élasticité qu'elles mettent en jeu, il ne saurait y avoir que deux systèmes d'ondes parallèles au plan de l'onde incidente, quelle que soit la direction primitive du mouvement vibratoire, puisqu'il peut toujours être décomposé suivant ces deux directions. Si donc on taille en prisme un cristal constitué comme nous supposons le milieu vibrant, c'est-à-dire, de telle manière que les axes d'élasticité soient parallèles dans toute son étendue, on ne devra jamais apercevoir que deux images d'un point de mire très-éloigné. Il en est de même encore lorsque ce point est assez près du cristal pour qu'il faille tenir compte de la courbure de l'onde.

En effet, il résulte du principe du chemin de plus prompte arrivée et de la construction que Huygens en a déduite pour déterminer la direction du rayon réfracté, que le nombre

des images est égal à celui des points de contact des plans tangents qu'on peut mener du même côté par une droite aux surfaces des différentes ondes dans lesquelles la lumière se divise en traversant le cristal. Or, il est évident que par la même droite et du même côté de leur centre commun, on ne peut leur mener que deux plans tangents; car si l'on pouvait en mener trois, il serait également possible de mener trois plans tangents parallèles du même côté du centre des ondes, d'où résulterait trois distances différentes de ces plans tangents au centre, et par conséquent trois vitesses de propagation pour les ondes planes indéfinies parallèles à un même plan; et nous venons de démontrer qu'il ne saurait y en avoir plus de deux. Par la même raison, il ne peut pas y avoir plus de deux points de contact, car l'existence de trois points de contact rendrait possible celle de trois plans tangents parallèles.

Suite du calcul de la surface des ondes.

Mais en calculant l'équation de la surface des ondes, le degré de cette équation va nous montrer plus clairement encore qu'il est impossible de leur mener par une droite plus de deux plans tangents du même côté du centre.

L'équation d'un plan qui passe par le centre de la surface d'élasticité étant

$$z = mx + ny,$$

Celle qui détermine les deux valeurs du plus grand et du plus petit rayon vecteur compris dans cette section diamétrale est, comme nous venons de le voir,

$$(a^2 - v^2)(c^2 - v^2)n^2 + (b^2 - v^2)(c^2 - v^2)m^2 + (a^2 - v^2)(b^2 - v^2) = 0 \ldots\ldots (A).$$

Nous avons déja posé pour équation d'un plan parallèle à la section,

$$z = mx + ny + C;$$

le carré de la distance de ce plan à l'origine des coordonnées est représenté par $\frac{C^2}{1+m^2+n^2}$; ainsi, pour exprimer que le plan parallèle à la section diamétrale en est distant d'une quantité égale au plus grand ou au plus petit rayon vecteur, il suffit d'écrire,

$$\frac{C^2}{1+m^2+n^2} = v^2, \text{ ou } C^2 = v^2(1+m^2+n^2).$$

Ainsi l'équation de ce plan, auquel l'onde lumineuse doit être tangente, devient

$$(z-mx-ny)^2 = v^2(1+m^2+n^2) \ldots\ldots (B):$$

l'équation (A) donne v^2 en fonction de m et de n.

Si l'on fait varier successivement m et n d'une quantité très-petite, on aura deux nouveaux plans tangents très-voisins du premier, et l'intersection commune de ces trois plans appartiendra à la surface de l'onde. Il faut donc d'abord différentier les équations (A) et (B) par rapport à m, en supposant n constant, ce qui donne :

$$(z-mx-ny)x + v^2 m + (1+m^2+n^2)\frac{vdv}{dm} = 0 \ldots\ldots\ldots (B');$$

$$\frac{vdv}{dm}\left[(1+n^2)(a^2-v^2)+(1+m^2)(b^2-v^2)+(m^2+n^2)(c^2-v^2)\right]$$
$$-(b^2-v^2)(c^2-v^2)m = 0 \ldots\ldots\ldots (A').$$

Différentiant ensuite par rapport à n, sans faire varier m, on trouve de même :

$$(z-mx-ny)y + v^2 n + (1+m^2+n^2)\frac{vdv}{dn} = 0 \ldots\ldots (B_1)$$

$$\frac{vdv}{dn}[(1+n^2)(a^2-v^2)+(1+m^2)(b^2-v^2)+(m^2+n^2)(c^2-v^2)]$$
$$-(a^2-v^2)(c^2-v^2)n=0\ldots\ldots.(A_1).$$

Maintenant si l'on élimine $\frac{vdv}{dm}$ entre les deux équations (A′) et (B′), et $\frac{vdv}{dn}$ entre les équations (A_1) et (B_1), on aura deux nouvelles équations qui ne renfermeront plus que les trois quantités variables v, m et n, en sus des coordonnées rectangulaires x, y, z; et en les réunissant aux équations (A) et (B), on aura quatre équations entre lesquelles on pourra éliminer v, m et n. La relation obtenue par cette élimination entre les coordonnées x, y, z, sera l'équation générale des ondes, et appartiendra à la fois à la surface de l'onde ordinaire et à celle de l'onde extraordinaire.

Autre manière de calculer la surface des ondes.

Cette marche directe semble devoir entraîner dans des calculs d'une longueur rebutante, à cause du nombre des quantités qu'il s'agit d'éliminer et du degré des équations. On peut, à la vérité, éliminer v^2 entre les équations (A) et (B), avant de les différentier, ce qui donne une équation du quatrième degré en m et n. On arrive à une équation plus simple et du troisième degré seulement en suivant une autre marche. On obtient aisément une équation du premier degré en v^2, en faisant varier le plan sécant et par suite le plan tangent qui lui est parallèle, de manière que dv soit nul; alors l'intersection commune des deux positions successives du plan tangent est la tangente qui passe par le pied de la perpendiculaire abaissée de l'origine des coordonnées sur le

plan tangent; et cette tangente passant par le point de contact peut servir à déterminer sa position aussi bien que le plan tangent et par la même méthode de différentiation et d'élimination.

Si l'on différentie l'équation (A), en considérant v comme constant, on trouve,

$$\frac{dn}{dm} = -\frac{m(b^2 - v^2)}{n(a^2 - v^2)}:$$

en différentiant de la même manière l'équation (B) du plan tangent, on a,

$$\frac{dn}{dm} = -\frac{v^2 m + x(z - mx - ny)}{v^2 n + y(z - mx - ny)}:$$

Ces deux valeurs égalées donnent la relation,

$$[v^2 n + y(z - mx - ny)](b^2 - v^2)m = \\ [v^2 m + x(z - mx - ny)](a^2 - v^2)n,$$

dans laquelle les deux termes contenant v^4 se détruisent, et qui devient :

$$mn(a^2 - b^2)v^2 + (z - mx - ny)(my - nx)v^2 + \\ (z - mx - ny)(nax^2 - mby^2) = 0;$$

ou mettant à la place de v^2 sa valeur $\frac{(z - mz - ny)^2}{1 + m^2 + n^2}$ et supprimant le facteur commun $z - mx - ny$,

$$(z - mx - ny)^2(my - nx) + mn(a^2 - b^2)(z - mx - ny) + \\ (na^2 x - mb^2 y)(1 + m^2 + n^2) = 0 \ldots\ldots (C).$$

Maintenant pour avoir la surface de l'onde, il suffit de différentier cette équation successivement par rapport à m et

à n, et d'en éliminer ensuite m et n, à l'aide de ces deux nouvelles équations.

Ayant trouvé l'équation de la surface de l'onde par un calcul beaucoup plus court, il me suffisait de vérifier si elle satisfaisait à l'équation (C), dans laquelle m et n représentent le $\frac{dz}{dx}$ et le $\frac{dz}{dy}$ de la surface cherchée. J'ai suivi cette marche synthétique, parce qu'elle me semblait devoir être plus simple que l'élimination, et cependant les calculs dans lesquels elle m'a entraîné sont tellement longs et fastidieux que je ne crois pas devoir les transcrire ici. Je me contenterai de dire que la condition exprimée par l'équation (C) est satisfaite par l'équation suivante,

$$(x^2+y^2+z^2)(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)-a^2(b^2+c^2)x^2-$$
$$b^2(a^2+c^2)y^2-c^2(a^2+b^2)z^2+a^2b^2c^2=0\ldots\ldots(\text{D}).$$

J'étais parvenu à cette équation en déterminant d'abord l'intersection de la surface de l'onde avec chacun des plans coordonnés, intersection qui présente la réunion d'un cercle et d'une ellipse : j'avais remarqué ensuite qu'on obtenait une surface qui offrait le même caractère, lorsque l'on coupait l'ellipsoïde par une suite de plans diamétraux et qu'on menait par son centre, perpendiculairement à chaque plan, des rayons vecteurs égaux à la moitié de chacun des axes de la section diamétrale; car la surface qui passe par les extrémités de tous ces rayons vecteurs ainsi déterminés, donne aussi la réunion d'un cercle et d'une ellipse dans son intersection avec les trois plans coordonnés; elle est d'ailleurs du quatrième degré seulement, et l'identité des sections faites par les trois plans diamétraux conjugués rectangulaires dans ces deux surfaces, m'aurait suffi pour établir leur

identité, si j'avais pu démontrer que l'équation de l'onde ne pouvait point passer le quatrième degré, ce qui paraissait résulter des conditions mêmes de sa génération; puisqu'il n'y a que deux valeurs pour le carré v^2 de la distance de l'origine au plan tangent, en sorte que la surface ne peut avoir que deux nappes réelles; mais comme il n'était pas impossible que l'équation cherchée contînt en outre des nappes imaginaires, il fallait s'assurer directement, comme je l'ai fait, que l'équation du quatrième degré à laquelle l'ellipsoïde m'avait conduit satisfaisait à l'équation (C), qui exprime la génération de la surface de l'onde.

Calcul très-simple qui conduit de l'équation d'un ellipsoïde à celle de la surface des ondes.

Le calcul par lequel je suis arrivé à l'équation (D) est si simple, que je crois pouvoir le placer ici.

Je prends un ellipsoïde qui a les mêmes axes que la surface de l'élasticité; son équation est,

$$b^2c^2x^2 + a^2c^2y^2 + a^2b^2z^2 = a^2b^2c^2.$$

soit $z = px + qy$, l'équation du plan sécant; les carrés des deux axes de la section sont donnés par la relation suivante,

$$a^2(b^2-r^2)(c^2-r^2)p^2 + b^2(a^2-r^2)(c^2-r^2)q^2 + c^2(a^2-r^2)(b^2-r^2) = 0;$$

dans laquelle r représente le plus grand et le plus petit rayon vecteur de cette section elliptique.

Les équations d'une droite menée par le centre de l'ellip-

soïde perpendiculairement au plan sécant sont,

$$x = -pz, \text{ et } y = -qz;$$

d'où l'on tire,

$$p = \frac{-x}{z}, \text{ et } q = \frac{-y}{z}:$$

substituant ces valeurs dans l'équation ci-dessus, on a;

$$a^2x^2(b^2-r^2)(c^2-r^2)+b^2y^2(a^2-r^2)(c^2-r^2)+ \\ c^2z^2(a^2-r^2)(b^2-r^2)=0;$$

ou, en effectuant les multiplications,

$$(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)r^4-[a^2(b^2+c^2)x^2+b^2(a^2+c^2)y^2+ \\ c^2(a^2+b^2)z^2]r^2+a^2b^2c^2(x^2+y^2+z^2)=0.$$

Enfin, observant que $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, et supprimant le facteur commun $x^2 + y^2 + z^2$, on arrive à l'équation (D),

$$(x^2+y^2+z^2)(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)-a^2(b^2+c^2)x^2-b^2(a^2+c^2)y^2- \\ c^2(a^2+b^2)z^2+a^2b^2c^2=0.$$

Si l'on veut rapporter la surface de l'onde à des coordonnées polaires, il faut mettre r^2 à la place de $x^2 + y^2 + r^2$ et substituer à x^2, y^2, z^2, leurs valeurs $r^2 \cos^2. X$, $r^2 \cos^2. Y$, $r^2 \cos^2. Z$, ce qui donne l'équation suivante,

$$(a^2\cos.^2X+b^2\cos.^2Y+c^2\cos.^2Z)r^4-[a^2(b^2+c^2)\cos.^2X+ \\ b^2(a^2+c^2)\cos.^2Y+c^2(a^2+b^2)\cos.^2Z]r^2+a^2b^2c^2=0,$$

à l'aide de laquelle on peut calculer la longueur du rayon vecteur de l'onde, c'est-à-dire, sa vitesse de propagation comptée suivant la direction même du rayon lumineux,

quand on connaît les angles que celui-ci fait avec les axes d'élasticité du cristal.

Il est aisé de s'assurer que les intersections de la surface représentée par l'équation (D), avec les plans coordonnés, se composent d'un cercle et d'une ellipse; en effet, si l'on y suppose $z = o$, par exemple, on trouve,

$$(a^2x^2 + b^2y^2)(x^2+y^2) - a^2(b^2+c^2)x^2 - b^2(a^2+c^2)y^2 + a^2b^2c^2 = o,$$

ou,

$$(a^2x^2 + b^2y^2 - a^2b^2)(x^2+y^2-c^2) = o,$$

équation qui se compose de l'équation d'un cercle dont le rayon est c, et de celle d'une ellipse dont les demi-axes sont a et b.

L'équation de la surface des ondes ne se décompose en deux facteurs rationnels du second degré, que lorsque deux des axes d'élasticité sont égaux.

Mais l'équation générale de la surface de l'onde n'est pas, comme celles de ces intersections, toujours décomposable en deux facteurs rationnels du second degré, ainsi que je m'en suis assuré par la méthode des coëfficients indéterminés : on ne peut effectuer cette décomposition que lorsque deux des axes sont égaux. Supposons, par exemple, que $b = c$, l'équation (D) devient alors :

$$[a^2x^2 + b^2(y^2+z^2)](x^2+y^2+z^2) - 2a^2b^2x^2 - b^2(a^2+b^2)(y^2+z^2) + a^2b^4 = o,$$

ou,

$$(x^2+y^2+z^2)[a^2x^2 + b^2(y^2+z^2) - a^2b^2] - b^2[a^2x^2 + b^2(y^2+z^2) + a^2b^2] = o,$$

18.

ou enfin,

$$(x^2+y^2+z^2-b^2)[a^2x^2+b^2(y^2+z^2)-a^2b^2]=0;$$

équation qui est le produit de celle d'une sphère par celle d'un ellipsoïde de révolution.

La Construction d'Huygens, qui détermine le chemin de plus prompte arrivée, ou la direction du rayon réfracté, s'applique aux cristaux à deux axes, comme au spath calcaire, et en général à toutes les ondes de forme quelconque.

C'est à ces deux surfaces qu'on mène successivement un plan tangent, dans la construction que Huygens a donnée pour le spath d'Islande. Dans le cas général des cristaux à deux axes, c'est-à-dire lorsque les trois axes d'élasticité sont inégaux, il faut mener un plan tangent à chacune des deux nappes de la surface représentée par l'équation (D), et en joignant les points de contact avec le centre de la surface, on aura les directions des deux chemins de prompte arrivée et par conséquent du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire. J'emploie ici l'expression reçue de *rayon ordinaire*, quoiqu'en réalité dans ce cas général aucun des deux faisceaux ne suive les lois de la réfraction *ordinaire*, ainsi qu'il résulte de l'équation.

La position de la droite par laquelle on doit mener le plan tangent se détermine ici, comme dans la construction d'Huygens, c'est-à-dire qu'il faut prendre sur une direction R'T (fig. 10) parallèle aux rayons incidents une quantité BT égale à l'espace parcouru par la lumière en dehors du cristal pendant l'unité de temps; puis par le point B mener

perpendiculairement à ces rayons le plan AB, qui représentera un élément de l'onde incidente au commencement de l'unité de temps, en supposant AB très-petit relativement à la distance du point lumineux. Maintenant, si par le point T on mène une droite parallèle à l'intersection de ce plan avec la face du cristal, cette ligne projetée en T (1) sera l'intersection de la surface avec l'élément AB de l'onde au bout de l'unité de temps; c'est donc par cette droite qu'il faut mener un plan tangent aux ondes formées dans le cristal au bout du même intervalle de temps, et dont les centres sont situés sur la première intersection A : les points de contact M et N avec les deux nappes de la surface de ces ondes détermineront les deux directions AN et AM des deux rayons réfractés, qui en général ne coïncideront pas avec le plan de la figure. La même construction serait applicable à des ondes d'une forme quelconque, et le principe général du chemin de plus prompte arrivée ramène tous les problèmes sur la détermination des rayons réfractés au calcul de la surface que l'onde affecte dans le milieu réfringent.

Détermination des axes d'élasticité et des trois constantes a, b, *et* c, *de l'équation de l'onde.*

Pour le cas qui fait l'objet de ce Mémoire, la surface de l'onde est représentée par l'équation (D) : les directions de ses axes sont données par l'observation, et doivent offrir probablement dans chaque cristal une relation très-simple avec

(1) Le plan de la figure est supposé perpendiculaire à l'intersection du plan AB avec la surface AT du cristal.

ses lignes de cristallisation et ses faces de clivage (1); deux de ces axes divisent en deux parties égales l'angle aigu et l'angle obtus compris entre les deux axes optiques, dont la direction peut être déterminée immédiatement par l'observation, et le troisième axe d'élasticité est perpendiculaire au plan des deux axes optiques. On peut encore trouver les directions des axes d'élasticité en observant celles des plans de polarisation de la lumière émergente, à l'aide de la règle très-simple relative à ces plans que M. Biot a déduite de ses expériences, et qui se trouve être une conséquence de notre théorie, comme nous allons le montrer bientôt (2). Quant aux constantes a, b, c, ou les trois demi-axes de la surface d'élasticité, ils représentent par hypothèse les vitesses de propagation des vibrations parallèles aux axes des x, des y et des z, c'est-à-dire les espaces qu'elles parcourent pendant l'unité de temps. On peut déterminer ces vitesses

(1) Il semblerait que les axes d'élasticité devraient toujours affecter des directions symétriques relativement aux faces correspondantes du cristal, c'est-à-dire qu'ils devraient être des axes de symétrie pour la forme, comme ils le sont pour l'élasticité : cependant M. Mitscherlich a remarqué plusieurs cristaux dans lesquels la ligne qui divise en deux parties égales l'angle des deux axes optiques, ne se trouve pas dirigée symétriquement par rapport aux faces correspondantes de cristallisation.

(2) En disant que la construction simple et élégante donnée par M. Biot pour déterminer les plans de polarisation est une conséquence de notre théorie, je ne veux pas faire entendre que j'aie quelque droit à partager l'honneur de cette découverte, puisque les travaux de M. Biot sur la double réfraction sont bien antérieurs aux miens; je veux dire seulement que la loi qu'il avait trouvée découle nécessairement de la théorie que je viens d'exposer, et qu'il s'agit ici d'une confirmation frappante et non pas simplement d'un fait qu'on ferait coïncider avec le calcul à l'aide d'une constante arbitraire ou par l'addition d'une hypothèse subsidiaire.

de bien des manières : la plus directe est de mesurer successivement les vitesses des rayons réfractés parallèles à chacun des axes d'élasticité, et dont les vibrations sont parallèles à l'un des deux autres axes; l'on emploiera à cet effet les observations ordinaires de réfraction, ou le procédé plus délicat que fournit le principe des interférences, et qui permet d'évaluer les plus petites différences de vitesse. En parcourant le cristal parallèlement à l'axe des x, la lumière affecte deux vitesses, qui mesurées donnent b et c; parallèlement aux y ces deux vitesses sont a et c; et parallèlement aux z elles sont a et b. Ainsi deux de ces mesures faites avec soin suffisent à la rigueur pour déterminer les trois quantités a, b, c.

On peut déduire de la construction d'Huygens appliquée à l'équation (D), des formules générales qui donnent la direction des rayons réfractés pour toutes les directions des rayons incidents et de la surface du cristal relativement à ces axes, comme Malus l'a fait pour le spath d'Islande, où l'onde extraordinaire est un ellipsoïde de révolution. Je n'ai point calculé ces formules, dont je n'avais pas besoin pour vérifier ma théorie sur la topaze. En général, tant qu'il s'agit de cristaux dont la double réfraction est faible, et quand on se borne à chercher la divergence des deux faisceaux obtenus en taillant le cristal en prisme, il suffit de déterminer d'abord approximativement la direction du rayon lumineux dans l'intérieur du cristal, d'après la loi de Descartes, avec l'index de réfraction des rayons ordinaires ou extraordinaires; et lorsque l'on connaît ainsi la direction approchée du rayon réfracté, on peut calculer les deux vitesses correspondantes au moyen de l'équation (D), ou les deux vitesses

de l'onde mesurées perpendiculairement à son plan au moyen de l'équation (C), qui représente la section faite dans la surface d'élasticité par un plan diamétral parallèle à l'onde, et dans laquelle m et n sont donnés dès que l'on connaît la direction de l'onde réfractée. Ces deux vitesses une fois connues, il devient facile d'en conclure la direction et la divergence des deux faisceaux ou des deux systèmes d'ondes émergents. Si l'on voulait d'ailleurs pousser plus loin l'exactitude, il faudrait déterminer avec la vitesse ainsi calculée une nouvelle direction plus approchée du rayon ou du plan de l'onde dans le cristal, et calculer de nouveau la vitesse correspondante, à l'aide de l'équation (D) ou de l'équation (C), selon qu'on voudrait obtenir la vitesse mesurée sur le rayon ou la normale au plan de l'onde; puis on en conclurait la direction de chacun des deux faisceaux émergents. Cette méthode est tout aussi exacte et bien moins pénible que l'emploi des formules dont nous venons de parler, qui seraient sans doute très-compliquées. Elle peut même s'appliquer aux cristaux dont la double réfraction est la plus énergique, en répétant l'opération un nombre de fois suffisant.

Quand il s'agit de vérifier la loi des vitesses par une expérience de diffraction, il suffit de considérer la vitesse de propagation de l'onde réfractée mesurée perpendiculairement à son plan; c'est même la méthode la plus simple, parce que l'expérience donne immédiatement la différence entre les nombres des ondulations exécutées dans l'épaisseur des plaques, dont il est aisé de conclure immédiatement la différence de marche des deux systèmes d'ondes, puisque ces nombres sont égaux à l'épaisseur de la plaque divisée

par les deux longueurs d'ondulation ou les deux vitesses mesurées perpendiculairement au plan des ondes, quelle que soit d'ailleurs l'obliquité des rayons sur la surface des ondes. Supposons, par exemple, qu'une plaque de cristal à faces parallèles ABFD (fig. 11) est traversée perpendiculairement par un faisceau lumineux venant d'un point assez éloigné pour qu'on puisse considérer comme plane la petite étendue de l'onde incidente AB qui subit la réfraction: l'onde réfractée sera, dans toutes ses positions successives, plane et parallèle à AB; par conséquent il suffira de connaître la vitesse de propagation de cette onde mesurée suivant CD perpendiculairement à AB, pour savoir quel temps relatif elle a employé à parcourir l'épaisseur de la plaque, ou quel nombre d'ondulations elle y a exécutées. Il est inutile de calculer la direction oblique ED par laquelle les *rayons réfractés* sont arrivés en D vis-à-vis la fente T pratiquée dans l'écran; mais si l'on suivait cette marche, au lieu d'employer la vitesse déduite de l'équation que nous venons de rappeler, et dans laquelle elle est supposée comptée sur la normale à l'onde, il faudrait se servir de la vitesse donnée par l'équation (D) où elle est comptée sur la direction du rayon ED, et l'on arriverait évidemment au même résultat.

Définition du mot rayon.

Le mot *rayon* dans la théorie des ondes, doit toujours être appliqué à la ligne qui va du centre de l'onde à un point de sa surface, quelle que soit d'ailleurs l'inclinaison de cette ligne sur l'élément auquel elle aboutit, ainsi que l'a remarqué Huygens; car cette ligne offre en effet toutes

les propriétés optiques de ce qu'on appelle *rayon* dans le système de l'émission. Ainsi, quand on veut traduire les résultats de la première théorie dans le langage de la seconde, il faut toujours supposer que la ligne parcourue par les molécules lumineuses, dans l'hypothèse de l'émission, a la même direction que le rayon mené du centre de l'onde au point de sa surface que l'on considère. Ce que nous avons dit précédemment pour établir ce principe aura peut-être paru suffisant : nous croyons utile cependant de l'appuyer encore sur une nouvelle considération tirée d'une autre manière de juger par expérience de la direction du rayon réfracté.

Nouvelle considération qui montre encore que le rayon vecteur de la surface de l'onde est bien la direction du rayon lumineux.

Supposons, comme tout-à-l'heure, que l'onde incidente soit plane et parallèle à la surface d'entrée du cristal, mais que l'écran percé d'un petit trou, soit placé sur la première face au lieu d'être sur la seconde, et qu'on veuille juger de la direction du rayon réfracté par le point D (fig. 12) où la lumière ainsi introduite va frapper la seconde face : le point que l'on regardera comme répondant à l'axe du faisceau lumineux sera le centre D des petits anneaux brillants et obscurs projetés sur la face FD, et c'est en ce point central que se trouvera le maximum de lumière, si le trou *m n* est assez petit relativement à la distance ED. La position du centre D est déterminée par la condition que les rayons partis des divers points *m* et *n* de la circonférence de l'ouverture arrivent en même temps en D ; ce point doit être

l'endroit le plus vivement éclairé, tant que le diamètre de l'ouverture est assez petit par rapport à la distance ED pour que la différence de marche entre les rayons partis du centre et de la circonférence n'excède pas une demi-ondulation. Or, pour comparer la marche des ébranlements élémentaires qui émanent des diverses parties de la surface de l'onde comprise dans l'étendue de la petite ouverture, il faut concevoir les ondes qu'ils produiraient séparément dans le même intervalle de temps, et en conclure la différence entre leurs instants d'arrivée en D. Soit rDs l'onde élémentaire ayant pour centre le milieu E de l'ouverture; si on lui mène un plan tangent FD parallèle à l'onde incidente AB, le point de contact D satisfera à la condition que nous venons d'énoncer; car l'onde élémentaire partie de E sera celle qui y arrivera la première; et, en raison de la propriété générale des *minimum* ou *maximum*, toutes les différences seront égales et symétriques à une petite distance autour du plus court chemin ED, c'est-à-dire que les ondes élémentaires parties des points m et n également distants de E, se trouveront en arrière de la même quantité en D relativement à l'onde partie de E, et arriveront ainsi en D en même temps; c'est d'ailleurs auprès du *minimum* ou du *maximum* d'une fonction que ses variations sont les plus insensibles; ce sera donc pour le point D qu'il y aura les plus petites différences possibles entre les chemins parcourus au même instant par les ondes élémentaires parties de l'ouverture $m\ n$, et qu'il y aura conséquemment le plus d'accord entre leurs vibrations, si, comme nous l'avons supposé, les plus grandes différences n'excèdent pas une demi-ondulation; c'est donc en D que se trouvera le *maximum* de lumière, et par con-

séquent ED sera sous ce rapport, comme sous tous les autres, la direction du *rayon lumineux dans le cristal.* Maintenant, si l'on supprime l'écran, on devra dire encore que les *rayons réfractés* qui partent des différents points de l'onde incidente, considérée alors comme indéfinie, sont parallèles à ED, c'est-à-dire au rayon vecteur dirigé vers le point de la surface d'une onde intérieure pour lequel le plan tangent est parallèle à l'onde réfractée.

Le sens qu'il faut attacher au mot *rayon lumineux* étant ainsi bien établi, on voit que l'ellipsoïde construit sur les mêmes axes rectangulaires que la surface d'élasticité donne *rigoureusement,* par les deux demi-axes de sa section diamétrale, les vitesses des *rayons réfractés perpendiculaires à cette section,* comme la construction analogue faite dans la surface d'élasticité donne les vitesses de propagation des ondes parallèles à la section diamétrale, ces vitesses étant comptées perpendiculairement au plan des ondes. Ainsi comprise, la première construction est une conséquence mathématique de la seconde, et représente les phénomènes d'une manière aussi rigoureuse, quelle que soit d'ailleurs l'énergie de la double réfraction ou l'inégalité des trois axes a, b, c.

En traduisant dans le langage du système de l'émission la loi d'Huygens pour la double réfraction du spath d'Islande, M. de Laplace a trouvé par une élégante application du principe de la moindre action, que la différence entre les carrés des vitesses des deux faisceaux ordinaire et extraordinaire était proportionnelle au carré du sinus de l'angle que le rayon extraordinaire fait avec l'axe du cristal. Guidé par l'analogie, M. Biot a pensé que dans les cristaux à deux axes

la même différence devait être proportionnelle au produit des sinus des angles que le rayon extraordinaire fait avec chacun des axes optiques, produit qui redevient égal au carré du sinus lorsque ces deux axes se réunissent en un seul. M. Biot a vérifié cette loi par de nombreuses expériences ayant pour objet de déterminer l'angle de divergence du faisceau ordinaire et du faisceau extraordinaire : il a comparé ces mesures avec les nombres déduits de la loi du produit des sinus par le principe de la moindre action, et a trouvé toujours un accord satisfaisant entre les résultats du calcul et ceux de l'expérience. En transformant les formules données antérieurement par M. Brewster, M. Biot a reconnu que la loi du produit des sinus à laquelle il avait été conduit par l'analogie, se trouvait implicitement renfermée dans les formules plus compliquées que M. Brewster avait déduites de ses observations; ainsi les expériences du physicien écossais, comme celles de M. Biot, établissent l'exactitude de la loi du produit des sinus. Pour la traduire dans le langage de la théorie des ondes, il faut se rappeler que les vitesses des rayons incidents et réfractés y sont en rapport inverse de ce qu'elles seraient d'après le système de l'émission : ainsi, la différence des carrés des vitesses des faisceaux ordinaire et extraordinaire considérées sous le point de vue de ce système, répond dans celui des ondes à la différence des quotients de l'unité divisée par les carrés des vitesses des mêmes rayons. Or, je vais démontrer que cette dernière différence doit être effectivement égale à un facteur constant multiplié par le produit des deux sinus, d'après la construction que j'ai donnée pour déterminer la vitesse des rayons lumineux par une section normale faite dans l'ellipsoïde construit sur les trois axes d'élasticité.

Démonstration théorique de la loi de MM. Biot et Brewster, sur la différence des carrés des vitesses.

Soient BB′ et CC′ (fig. 13) le plus grand et le plus petit diamètre de l'ellipsoïde : je prends toujours le premier pour axe des x et le second pour axe des z, le diamètre moyen coïncidant avec l'axe des y projeté en A centre de l'ellipsoïde. Si l'on appelle *axes optiques* du milieu, les directions suivant lesquelles les *rayons lumineux* qui le parcourent ne peuvent avoir qu'une seule vitesse, celles qui jouissent de cette propriété sont, d'après la construction qui détermine la vitesse des rayons lumineux, les deux diamètres de l'ellipsoïde perpendiculaires aux sections circulaires. Cela posé, soit

$$fx^2+gy^2+hz^2=1,$$

l'équation de l'ellipsoïde; si l'on y fait $y=0$, on aura $fx^2+hz^2=1$ pour l'équation de l'ellipse CMBN C′M′B′N′ située dans le plan de la figure, que nous supposons coïncider avec celui des xz. Les deux plans diamétraux MM′ et NN′ qui coupent l'ellipsoïde suivant un cercle, passent par l'axe moyen projeté en A, et doivent être inclinés sur l'axe des x d'un angle i tel que les demi-diamètres AM et AN soient égaux au demi-axe moyen de l'ellipsoïde, ou que les carrés de ceux-là soient égaux au carré de celui-ci, qui est $\frac{1}{g}$. Représentons AM ou AN par r, nous aurons

$$z=r\sin.i, \text{ et } x=r\cos.i;$$

substituant ces valeurs dans l'équation de l'ellipse $fx^2+hz^2=1$,

on a

$$fr^2 \cos.^2 i + hr^2 \sin.^2 i = 1,$$

ou, puisque $r^2 = \frac{1}{g}$,

$$f \cos.^2 i + h \sin.^2 i = g;$$

d'où l'on tire :

$$\sin.^2 i = \frac{f-g}{f-h}; \quad \cos.^2 i = \frac{g-h}{f-h}; \quad \text{tang.}^2 i = \frac{f-g}{g-h}.$$

Ainsi l'équation du plan AM est, $z = x\sqrt{\frac{f-g}{g-h}}$, et celle du plan AN de l'autre section circulaire, $z = -x\sqrt{\frac{f-g}{g-h}}$.

Soit $y = px + qz$ l'équation du plan diamétral mené perpendiculairement à un rayon lumineux d'une direction quelconque; il s'agit de calculer la différence entre les deux quotients de l'unité divisée successivement par les carrés des demi-axes de sa section elliptique, en fonction des angles que ce plan fait avec les deux sections circulaires; car ces angles sont égaux à ceux que la normale à ce plan, ou le rayon lumineux, fait avec les normales aux deux sections circulaires, c'est-à-dire avec les deux axes optiques du cristal. Or, si l'on appelle m l'angle compris entre le plan $y = px + qz$ et la section circulaire MM′, et n l'angle qu'il fait avec l'autre section circulaire NN′, on a :

$$\cos. m = \frac{p\sqrt{f-g} - q\sqrt{g-h}}{\sqrt{f-h} \times \sqrt{1+p^2+q^2}},$$

et

$$\cos. n = \frac{p\sqrt{f-g} + q\sqrt{g-h}}{\sqrt{f-h} \times \sqrt{1+p^2+q^2}};$$

d'où l'on tire

$$\frac{q^2}{p^2}=\frac{(f-g)(\cos.n-\cos.m)^2}{(g-h)(\cos.n+\cos.m)^2},$$

et

$$\frac{1}{p^2}=\frac{-(f-h)(g-h)(\cos.n+\cos.m)^2-(f-g)(f-h)(\cos.n-\cos.m)^2+4(f-g)(g-h)}{(f-h)(g-h)(\cos.n+\cos.m)^2}.$$

Calculons maintenant les deux diamètres de la section elliptique, qui donnent les vitesses des rayons ordinaire et extraordinaire perpendiculaires au plan de cette section : il suffit pour cela de former l'équation polaire de l'ellipsoïde, et de chercher les valeurs *maximum* et *minimum* du rayon vecteur dans ce plan. Soient $x=\alpha y$ et $z=\beta y$ les équations générales du rayon vecteur; le carré de sa longueur sera égal à $x^2+y^2+z^2$, ou à $y^2(1+\alpha^2+\beta^2)$, y répondant au point d'intersection de la droite avec la surface de l'ellipsoïde. Les équations de la droite et de la surface ayant lieu en même temps pour ce point, on a $y^2(f\alpha^2+h\beta^2+g)=1$; d'où l'on tire, $y^2=\frac{1}{f\alpha^2+h\beta^2+g}$; et par conséquent le carré du rayon vecteur est égal à $\frac{1+\alpha^2+\beta^2}{f\alpha^2+h\beta^2+g}$, expression que nous égalerons à $\frac{1}{t}$, afin que la variable t représente l'unité divisée par le carré du rayon vecteur : nous obtenons ainsi l'équation polaire de l'ellipsoïde

$$f\alpha^2+h\beta^2+g=t(1+\alpha^2+\beta^2),$$

dont Petit a fait une application si élégante à la discussion générale des surfaces du second degré.

Pour exprimer que le rayon vecteur particulier que nous considérons est contenu dans le plan $y=px+qz$, il faut écrire $1=p\alpha+q\beta$, équation qui étant différentiée par rap-

port à α et à β, donne,

$$\frac{d\beta}{d\alpha} = -\frac{p}{q}.$$

Si l'on différentie de même l'équation polaire de l'ellipsoïde en considérant β et t comme fonction de α, on a

$$2f\alpha + 2h\beta.\frac{d\beta}{d\alpha} = (1+\alpha^2+\beta^2)\frac{dt}{d\alpha} + 2t\alpha + 2t.\frac{d\beta}{d\alpha},$$

ou mettant pour $\frac{d\beta}{d\alpha}$ la valeur ci-dessus $-\frac{p}{q}$,

$$2qf\alpha - 2ph\beta - 2tq\alpha + 2tp\beta = (1+\alpha^2+\beta^2)\frac{dt}{d\alpha};$$

d'où l'on tire

$$\frac{dt}{d\alpha} = \frac{2qf\alpha - 2ph\beta - 2tq\alpha + 2tp\beta}{1+\alpha^2+\beta^2}.$$

Lorsque le rayon vecteur atteint son *maximum* ou son *minimum*, t est à son *minimum* ou son *maximum*, et par conséquent $\frac{dt}{d\alpha}$ devient égal à zéro, on a donc,

$$2qf\alpha - 2ph\beta - 2tq\alpha + 2tp\beta = 0,$$

ou,

$$\alpha q(t-f) - \beta p(t-h) = 0.$$

Si l'on joint à cette relation l'équation de condition,

$$p\alpha + q\beta = 1,$$

qui exprime que le rayon vecteur est contenu dans le plan de la section elliptique, on en tire les valeurs suivantes de α et β correspondant aux valeurs *maximum* et *minimum* du

rayon vecteur,

$$\alpha = \frac{p(t-h)}{p^2(t-h)+q^2(t-f)}, \qquad \beta = \frac{q(t-f)}{p^2(t-h)+q^2(t-f)}.$$

On peut mettre l'équation polaire de l'ellipsoïde sous a forme

$$\alpha^2(t-f)+\beta^2(t-h)+t-g=0;$$

et substituant à la place de α et β leurs valeurs, on a

$$p^2(t-h)^2(t-f)+q^2(t-f)^2(t-h)+(t-g)[p^2(t-h)+q^2(t-f)]^2=0,$$

ou,

$$(t-f)(t-h)[p^2(t-h)+q^2(t-f)]+(t-g)[p^2(t-h)+q^2(t-f)]^2=0,$$

ou enfin, en supprimant le facteur commun $p^2(t-h)+q^2(t-f)$,

$$(t-f)(t-h)+p^2(t-g)(t-h)+q^2(t-f)(t-g)=0;$$

équation du second degré qui doit donner à la fois les valeurs *maximum* et *minimum* de t, c'est-à-dire, les deux valeurs de t qui correspondent à celles des demi-axes de la section elliptique.

On peut diviser cette équation par p^2 et la mettre sous la forme

$$(t-f)(t-h)\frac{1}{p^2}+(t-g)(t-h)+\frac{q^2}{p^2}(t-f)(t-g)=0;$$

et en substituant pour $\frac{1}{p^2}$ et $\frac{q^2}{p^2}$ les valeurs que nous avons trouvées plus haut en fonction des angles m et n, on arrive

après plusieurs réductions à l'équation,

$$t^2 - t[f + h - (f-h)\cos. n \cos. m] + fh + \tfrac{1}{4}(\cos.^2 n + \cos.^2 m)(f-h)^2 - \tfrac{1}{2}\cos. n \cos. m (f^2 - h^2) = 0;$$

d'où l'on tire

$$t = \tfrac{1}{2}(f+h) - \tfrac{1}{2}(f-h)\cos. n \cos. m \pm \tfrac{1}{2}(f-h)\sqrt{1 + \cos.^2 n \cos.^2 m - \cos.^2 n - \cos.^2 m},$$

ou

$$t = \tfrac{1}{2}(f+h) - \tfrac{1}{2}(f-h)\cos. n \cos. m \pm \tfrac{1}{2}(f-h)\sin. n . \sin. m; \text{(1)}$$

donc la différence entre les deux valeurs de t, ou la quantité cherchée, est égale à

$$(f-h)\sin. n . \sin. m;$$

par conséquent cette différence est proportionnelle au produit des sinus des deux angles m et n; ce qu'il fallait démontrer.

Les angles dont il s'agit sont ceux que la direction commune des rayons ordinaire et extraordinaire fait avec les deux diamètres de l'ellipsoïde perpendiculaires aux sections circulaires, diamètres que nous avons appelés *axes optiques*, en admettant qu'on devait donner ce nom aux deux directions suivant lesquelles les *rayons lumineux* traversent le

---

(1) Les deux valeurs de t, qui donnent les quotients de l'unité divisée successivement par les carrés des vitesses du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire, peuvent être mises sous la forme suivante :

$$t = \tfrac{1}{2}(f+h) - \tfrac{1}{2}(f-h)\cos.(m+n),$$

et

$$t = \tfrac{1}{2}(f+h) - \tfrac{1}{2}(f-h)\cos.(m-n).$$

cristal sans y éprouver de double réfraction. Mais il est à remarquer qu'en général ces rayons rencontrent obliquement l'élément de la surface des ondes lumineuses auquel ils correspondent : or nous avons fait remarquer précédemment que si la surface du cristal était parallèle à cet élément ou à son plan tangent, la direction normale serait celle qu'il faudrait donner au faisceau incident pour qu'il n'éprouvât pas de double réfraction en pénétrant dans le cristal ; d'où il semblerait qu'on devrait aussi donner le nom d'*axes optiques* à ces deux directions des rayons incidents, qui ne coïncident pas avec les deux normales aux sections circulaires de l'ellipsoïde; ainsi, la direction des axes optiques serait différente, selon qu'on la jugerait d'après la direction des *rayons incidents*, perpendiculaires à la fois à la surface des ondes incidentes et des ondes réfractées, ou d'après la direction des *rayons réfractés correspondant à ces ondes.* A la vérité, cette différence est très-légère dans presque tous les cristaux à deux axes; mais il en est quelques-uns où elle devient plus sensible et où l'on ne peut plus confondre les deux directions : celle à laquelle il paraît le plus convenable de donner le nom d'*axe optique du cristal* est la direction des *rayons réfractés* qui le parcourent sans éprouver de double réfraction; en adoptant cette définition, la loi du produit des sinus des angles qu'un rayon quelconque fait avec les deux axes optiques, devient une conséquence rigoureuse de notre théorie, ainsi que nous venons de le démontrer.

Jusqu'ici nous nous sommes occupés uniquement de la vitesse et de la direction des ondes et des rayons; nous allons chercher maintenant leurs plans de polarisation.

Plans de polarisation des ondes ordinaires et extraordinaires.

D'après ce que nous avons dit au commencement de ce Mémoire, en déduisant notre hypothèse sur la nature des vibrations lumineuses des phénomènes que présente l'interférence des rayons polarisés, le plan de polarisation doit être parallèle ou perpendiculaire à la direction des vibrations lumineuses : il ne s'agit plus maintenant que de choisir entre ces deux directions celle qui s'accorde avec l'acception reçue : or on appelle *plan de polarisation* du faisceau ordinaire dans les cristaux à un axe, le plan mené par ce faisceau parallèlement à l'axe du cristal; et il est clair que les vibrations ordinaires, c'est-à-dire celles qui mettent toujours en jeu la même élasticité, sont les vibrations perpendiculaires à l'axe du cristal : en effet, dans le cas des cristaux à un axe, la surface d'élasticité devient une surface de révolution, et chaque section diamétrale a toujours son plus grand ou plus petit rayon vecteur situé sur l'intersection de son plan avec l'équateur; c'est donc ce rayon vecteur qui reste constant, puisque l'équateur est un cercle, et qui donne en conséquence la direction des vibrations ordinaires; d'où l'on voit que ces vibrations sont toujours perpendiculaires à l'axe du cristal; ainsi, le plan mené suivant cet axe et le rayon ordinaire est perpendiculaire à ces vibrations, puisqu'elles sont aussi perpendiculaires au rayon ordinaire, en raison de la sphéricité de l'onde à laquelle elles appartiennent; mais ce plan est précisément, comme nous venons de le dire, ce qu'on est convenu d'appeler *le plan de polarisation du rayon ordinaire;* ainsi nous appellerons *plan de polarisation d'une onde lumineuse*, le plan normal à la direction de ses vibrations.

Cette définition théorique s'accorde avec le sens qu'on attache à l'expression *plan de polarisation* dans le système de l'émission, tant que l'onde est sphérique et que ses vibrations sont perpendiculaires au rayon lumineux, parce qu'alors le plan de polarisation passe toujours par le rayon; mais quand les vibrations sont obliques au rayon, le plan de polarisation, qui doit leur être perpendiculaire d'après notre définition, ne contient plus le rayon lumineux, tandis que dans le système de l'émission on le suppose toujours dirigé suivant ce rayon. Ainsi, l'on n'attribuerait pas exactement la même direction, d'après les deux théories, aux plans de polarisation des rayons lumineux dans les milieux où leurs ondes n'ont plus la forme sphérique. Mais d'abord, cette différence serait toujours assez légère, parce que la surface des ondes lumineuses ne s'écarte pas beaucoup de la forme sphérique même dans les cristaux dont la double réfraction est la plus énergique; en second lieu, il devient inutile d'en tenir compte pour les expériences faites par M. Biot et les autres physiciens sur la direction des plans de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires, puisque c'est toujours en dehors du cristal et d'après la direction des plans de polarisation des rayons incidents ou émergents qu'ils ont jugé de celle des plans de polarisation des rayons réfractés.

Ainsi, par exemple, supposons qu'on veuille déterminer les plans de polarisation de la réfraction ordinaire et extraordinaire dans une plaque cristallisée à faces parallèles et perpendiculaires aux rayons incidents; il suffit pour cela d'employer de la lumière préalablement polarisée, et de tourner la plaque dans son plan, jusqu'à ce que le faisceau émer-

gent, analysé avec un prisme ou un rhomboïde de spath d'Islande, ne présente plus aucune trace de dépolarisation par l'effet de son passage au travers de la plaque cristallisée : lorsque cette condition est remplie, on peut en conclure que le plan de polarisation de l'onde réfractée coïncide avec celui de l'onde incidente : il y a toujours deux positions de la plaque qui satisfont à cette condition, et donnent ainsi le moyen de tracer sur le cristal la direction des plans de polarisation de la réfraction ordinaire et de la réfraction extraordinaire. Dans cette expérience, l'onde incidente étant parallèle aux faces de la plaque cristallisée, conserve ce parallélisme en la parcourant; et si la direction des vibrations de l'onde incidente coïncide avec celle de l'un des axes de la section diamétrale parallèle faite dans la surface d'élasticité, elles n'éprouvent plus de déviation en parcourant le cristal; alors, les ondes incidente, réfractée et émergente, ont toutes trois le même plan de polarisation, et leurs surfaces sont parallèles, quoique d'ailleurs les rayons réfractés puissent être obliques à leur onde, et ne pas se trouver ainsi sur le prolongement des rayons incidents et émergents. Dans ce cas, la définition du plan de polarisation selon le système de l'émission ne donne plus rigoureusement pour le plan de polarisation des rayons réfractés la même direction que la définition tirée de notre théorie, quoiqu'elles s'accordent d'ailleurs sur la direction des plans de polarisation des rayons incidents et émergents, les seuls qu'on puisse déterminer immédiatement par l'observation.

En considérant toujours comme le véritable plan de polarisation celui qui est perpendiculaire aux vibrations lumineuses, je vais démontrer que les plans de polarisation des

ondes ordinaires et extraordinaires divisent en deux parties égales les angles dièdres formés par les deux plans menés suivant la normale à l'onde et les deux normales aux plans des sections circulaires de la surface d'élasticité.

La règle donnée par M. Biot pour déterminer la direction des plans de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires s'accorde avec la théorie exposée dans ce Mémoire.

En effet, supposons que l'on coupe cette surface par un plan diamétral parallèle à l'onde, les deux axes de cette section donneront les directions des vibrations ordinaires et extraordinaires ; si donc on mène par le centre deux plans perpendiculaires à ces deux diamètres, ce seront les plans de polarisation respectifs des vibrations ordinaires et extraordinaires. Or, il faut remarquer, 1° qu'ils passeront chacun par un des axes de la section, puisque ceux-ci sont perpendiculaires entre eux ; 2° que les axes de la section diamétrale la coupant chacun en deux moitiés symétriques, doivent diviser en parties égales les angles aigus et obtus formés par les deux lignes suivant lesquelles le plan de cette section rencontre ceux des sections circulaires, puisque dans ces deux directions, les rayons vecteurs de la section diamétrale sont égaux entre eux comme appartenant en même temps aux deux sections circulaires qui ont le même diamètre.

Cela posé, concevons une sphère concentrique à la surface d'élasticité; le plan de la section diamétrale et les deux plans des sections circulaires traceront sur cette sphère un triangle sphérique, dont le côté compris dans le premier plan sera divisé en deux parties égales par un des plans de polarisation :

son triangle supplémentaire sera celui que formeront les normales de ces trois plans menées par le centre commun, c'est-à-dire celui qui résultera de l'intersection de la surface sphérique avec les trois plans menés suivant ces trois normales prises deux à deux : or, les plans qui divisent en deux parties égales les côtés du premier triangle, divisent en deux parties égales aussi les angles du second ; c'est une propriété des triangles supplémentaires facile à démontrer ; donc, le plan de polarisation, qui divise en deux parties égales le côté du premier triangle compris dans la section diamétrale, divise aussi en deux parties égales l'angle correspondant du second triangle, c'est-à-dire l'angle dièdre formé par les deux plans menés suivant la normale à l'onde et les diamètres perpendiculaires aux deux sections circulaires ; et par la même raison, l'autre plan de polarisation doit diviser en deux parties égales le supplément de cet angle dièdre.

M. Biot a déduit de ses observations sur la double réfraction de la topaze et de plusieurs autres cristaux à deux axes la règle suivante, pour déterminer la direction des plans de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires.

Concevez un plan mené par chacun des axes du cristal et par le rayon qui subit la réfraction ordinaire. Concevez par ce même rayon un troisième plan qui divise en deux parties égales l'angle dièdre que les deux premiers forment. Les molécules lumineuses qui ont subi la réfraction ordinaire sont polarisées suivant ce plan intermédiaire ; et les molécules qui ont subi la réfraction extraordinaire sont polarisées perpendiculairement au plan intermédiaire mené par le rayon extraordinaire suivant les mêmes conditions.

(Précis élémentaire de physique expérimentale, tom. II, pag. 502.)

Les lignes que M. Biot appelle ici *les axes du cristal*, sont celles que nous avons nommées *axes optiques*. Nous avons remarqué que pour accorder le mieux possible le langage du système des ondulations avec celui de l'émission, il fallait appeler *axe optique* la direction suivant laquelle les *rayons lumineux* parcourent le cristal sans y subir la double réfraction; et en adoptant cette définition, nous avons démontré que la loi du produit des deux sinus était une conséquence rigoureuse de notre théorie. Il n'en est plus de même de la règle de M. Biot relative à la détermination des plans de polarisation. Son énoncé ne s'accorde pas rigoureusement avec la construction que nous venons de déduire des propriétés de la surface d'élasticité; parce que les angles dièdres divisés en deux parties égales par les plans de polarisation, d'après cette construction, sont menés suivant la normale à l'onde et les deux normales aux sections circulaires de la surface d'élasticité, et qu'en général la normale à l'onde ne coïncide pas tout-à-fait avec la direction du rayon réfracté, ni les normales aux sections circulaires de la même surface avec les véritables axes optiques, qui sont les perpendiculaires aux sections circulaires de l'ellipsoïde. A la vérité, le théorème de géométrie que nous venons de démontrer pour la surface d'élasticité s'applique également à l'ellipsoïde; mais le plus grand et le plus petit rayon vecteur de la section diamétrale faite dans l'ellipsoïde perpendiculairement à la direction du rayon lumineux, ne donnent plus la direction de ses vibrations; en sorte que les plans qui leur sont perpendiculaires ne sont plus les véritables plans de polarisation des ondes réfractées. La règle de M. Biot ne s'accorde

donc pas rigoureusement avec notre théorie. Mais il faut faire attention, 1° que dans les cristaux qu'il a employés, les normales aux sections circulaires de la surface d'élasticité diffèrent si peu de la direction des véritables axes optiques, qu'on pourrait les confondre sans qu'il en résultât d'erreur sensible pour la direction des plans de polarisation; 2° que, dans les mêmes cristaux, les rayons dirigés suivant les axes optiques sont presque normaux aux ondes correspondantes; 3° enfin, que cet habile physicien n'a pu déterminer directement que le plan de polarisation des faisceaux incidents ou émergents, et non celui des rayons réfractés. Les petites différences qui nous sont indiquées ici par la théorie seraient sans doute très-difficiles à constater, même dans ceux des cristaux à deux axes dont la double réfraction est la plus énergique; car on ne saurait déterminer avec une grande précision, par les moyens connus, la direction du plan de polarisation d'un rayon lumineux; et il y a encore ici une difficulté de plus, celle de fixer la direction du plan de polarisation dans l'intérieur du cristal d'après des observations faites sur les rayons émergents. Ainsi, loin de voir une objection contre notre théorie dans la règle donnée par M. Biot, on doit plutôt la considérer comme en étant une confirmation, puisque la petite discordance qui existe entre elles devait échapper nécessairement à ses observations.

La plupart des cristaux présentent peu de différence entre les plans des sections circulaires de la surface d'élasticité et de l'ellipsoïde construit sur les mêmes axes.

Les deux sections circulaires de la surface d'élasticité sont également inclinées sur le plan des xy, qui passe par l'axe

moyen, et la tangente de cette inclinaison est, comme nous l'avons vu, $\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$: la tangente de l'angle que les deux sections circulaires de l'ellipsoïde font avec le même plan est égale à $\frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$. On voit par ces formules, que lorsque la double réfraction n'a pas une très-grande énergie, c'est-à-dire, lorsque c diffère peu de a, $\frac{c}{a}$ étant presque égal à l'unité, les plans des sections circulaires des deux surfaces se confondent sensiblement : pour la topaze, le rapport $\frac{c}{a}$ est 0,9939 ; ce même rapport est égal à 0,9725, d'après les observations de M. Biot, dans la chaux sulfatée anhydre, l'un des cristaux à deux axes dont la double réfraction est la plus énergique (1).

Observations sur la marche des ondes et des rayons lumineux dans la direction des axes optiques.

C'est aux sections circulaires de la surface d'élasticité

---

(1) D'après les observations de M. Biot, l'angle des deux axes optiques est dans la topaze limpide de 63°.14'.2", et dans la chaux sulfatée anhydre de 44°.41'.22"; ce qui donne 31°.37'.1", et 22°.20'.41" pour la valeur de l'angle dont la tangente est représentée par $\frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$; il résulte des mêmes mesures que l'angle qui a pour tangente $\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$, est dans le premier cristal de 31°.46'.25", et dans le second de 22°.54'.43"; ainsi la différence de direction entre les sections circulaires de l'ellipsoïde et de la surface d'élasticité est seulement pour la topaze de 9'.24", et pour la chaux sulfatée anhydre de 34'.2".

Nota. Les secondes marquées dans la valeur des angles donnés par M. Biot et que nous avons transcrites ici, ne signifient pas qu'on puisse porter jusque-là la précision des mesures; car il est déja difficile de déterminer l'angle des deux axes optiques à moins d'un demi-degré près.

qu'une onde plane doit être parallèle dans l'intérieur du cristal, pour n'y être susceptible que d'une seule vitesse de propagation; et cette condition est satisfaite lorsqu'on présente perpendiculairement au faisceau lumineux la plaque de cristal taillée parallèlement aux sections circulaires de la surface d'élasticité; mais il est à remarquer que les rayons ordinaires et extraordinaires qui en résultent ne suivent pas la même direction, et s'écartent un peu les uns et les autres de la normale à la section circulaire de l'ellipsoïde. Ceci devient plus facile à comprendre sur la fig. 14, qui représente l'intersection du plan des $x\ z$ avec les deux nappes de la surface de l'onde, et dans laquelle on a exagéré l'ellipticité de l'une d'elles, pour rendre la divergence des rayons plus sensible. Cette intersection se compose d'un cercle et d'une ellipse dont les équations sont,

$$x^2+z^2=b^2, \quad \text{et,} \quad a^2x^2+c^2z^2=a^2c^2.$$

Le plan TS mené parallèlement à la section circulaire de la surface d'élasticité, et distant du centre A d'une quantité égale à b, touche à la fois le cercle et l'ellipse en E et en O, points de contact de ce plan avec la surface de l'onde; ainsi les rayons vecteurs AO et AE sont les directions des rayons ordinaire et extraordinaire qui répondent à l'onde plane TS parallèle à la section circulaire de la surface d'élasticité, et ils traversent la plaque $ts\ t's'$ dans le même intervalle de temps, quoique en suivant des chemins différents. Le rayon vecteur AL, mené au point d'intersection de l'ellipse et du cercle, et pour lequel les deux valeurs tirées de l'équation de l'onde deviennent égales, est la direction suivant laquelle les *rayons lumineux* ne peuvent affecter qu'une seule vitesse,

et par conséquent celle de la normale à la section circulaire de l'ellipsoïde, que nous avons nommée *axe optique*. On trouve pour les tangentes des angles que ces trois rayons vecteurs font avec l'axe des x :

$$\text{tang.}\,\mathrm{OAT} = \frac{a^2}{c^2}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}};\ \text{tang.}\,\mathrm{LAT} = \frac{a}{c}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}};$$

$$\text{tang.}\,\mathrm{EAT} = \sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}}.$$

On voit que ces expressions ne diffèrent entre elles que par les facteurs $\frac{a}{c}$, $\frac{a^2}{c^2}$, qui s'approchent beaucoup de 1 dans la plupart des cristaux.

Tous les rayons ordinaires ou extraordinaires, parallèles à LA, parcourent le cristal dans le même intervalle de temps et avec la même vitesse (1), puisqu'ils suivent d'ailleurs le même chemin; mais ils divergent nécessairement en dehors du cristal, parce que les deux plans tangents menés par le point L aux deux nappes de la surface de l'onde, font entre eux un angle sensible : au contraire, les rayons AE et AO, qui emploient aussi le même temps à traverser la plaque *ts t's'*, tout en suivant l'un et l'autre des directions différentes, redeviennent parallèles entre eux en dehors du cristal.

Quand on fait varier l'inclinaison de la face de sortie du

(1) Quelles que soient les directions des faces d'entrée et de sortie, puisque ces rayons suivent la même route LA; tandis que les rayons EA et OA n'emploient exactement le même temps à parcourir la plaque cristallisée que lorsque ses faces *ts* et *t's'* sont parallèles à l'une des sections circulaires de la surface d'élasticité.

milieu réfringent, le rayon EA et celui des deux rayons LA, qui appartient à la même nappe EL, se réfractent conformément à la loi de Descartes, tandis que le rayon OA et l'autre rayon dirigé suivant LA qui répond à la seconde nappe LO, sont réfractés extraordinairement. Ceci établit encore une nouvelle différence entre les caractères des axes optiques des cristaux à un axe et à deux axes; car, dans les premiers, tous les rayons parallèles à l'axe optique dans l'intérieur du cristal sont réfractés suivant la loi de Descartes, quelle que soit la direction et l'inclinaison de la face de sortie, parce que ces rayons se trouvant alors parallèles à un des axes d'élasticité, sont perpendiculaires à la fois aux deux nappes de la surface de l'onde.

Après nous être appesantis sur des distinctions que la théorie montre clairement, mais qui échappent à la plupart des observations, et n'ont pu être mises en évidence par celles de M. Biot, nous allons considérer un moment les plans de polarisation d'une manière moins rigoureuse, et adopter la règle qu'il donne pour déterminer leur direction, sans rien changer à son énoncé, afin de pouvoir nous expliquer d'une manière plus simple et plus claire.

Les rayons nommés ordinaires *par MM. Biot et Brewster, sont ceux dont les variations de vitesse ont le moins d'étendue.*

Ainsi que nous l'avons déja remarqué, il n'y a plus de rayon ordinaire proprement dit dans les cristaux à deux axes, puisqu'aucun des deux faisceaux ne parcourt le cristal avec la même vitesse dans toutes les directions; mais celui qu'on

appelle faisceau ordinaire, par analogie avec la dénomination adoptée pour les cristaux à un axe, est celui dont les variations de vitesse sont les moins sensibles : or il est aisé de voir que c'est celui dont le plan de polarisation divise en deux parties égales l'angle dièdre aigu compris entre les plans menés par la direction des rayons lumineux et les deux axes optiques; tandis que le plan de polarisation du faisceau qui éprouve les plus grandes variations de vitesse, divise en deux parties égales l'angle dièdre obtus, supplément du premier. En effet, quelle que soit la direction du premier faisceau, son plan de polarisation passant en dedans de l'angle aigu QAP (fig. 15) des deux axes optiques, sa trace sur le plan de la figure est comprise dans l'intérieur de cet angle, et par conséquent la projection du diamètre de l'ellipsoïde perpendiculaire au plan de polarisation, qui est normale à la trace de ce plan, se trouve comprise nécessairement dans l'angle aigu MAN ou M'A'N' des deux sections circulaires, puisqu'elles sont normales aux axes optiques PP' et QQ'; donc ce diamètre ne peut rencontrer la surface de l'ellipsoïde en dehors des deux parties dont les projections ont pour limites MB'N'A et MBNA; mais si du point A comme centre, et d'un rayon égal à celui des sections circulaires, on décrit une sphère, sa surface passera par-dessous celle de l'ellipsoïde dans ces deux parties. Ainsi aucun des diamètres de l'ellipsoïde projeté dans l'espace angulaire MAN, M'A'N', ne sera plus petit que le diamètre MM' des sections circulaires, qui est égal à l'axe moyen de l'ellipsoïde ; la longueur des rayons vecteurs répondant à cette partie de la surface a donc pour limites d'une part le demi-grand-axe, et de l'autre le demi-axe moyen. On démontrerait de même

que la longueur des rayons vecteurs qui donnent la mesure des vitesses du second faisceau lumineux, est comprise entre le demi-axe moyen et le demi-petit-axe. Or, dans le cas représenté par la figure 15, où le petit axe d'élasticité partage l'angle aigu des deux axes optiques et le grand axe l'angle obtus, il y a plus de différence entre le petit axe et l'axe moyen qu'entre celui-ci et le grand axe, comme on le voit par l'expression $\frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$ de la tangente de l'angle que les plans des sections circulaires font avec le grand axe; car cet angle étant moindre que 45° par hypothèse, on a $c^2(a^2-b^2)<a^2(b^2-c^2)$, ou à peu près, $a-b<b-c$, en supprimant les facteurs $c(a+b)$ et $a(b+c)$, comme sensiblement égaux.

Les raisonnements que nous venons de faire pour l'ellipsoïde pourraient s'appliquer aussi bien à la surface d'élasticité, qui donne, par les axes de ses sections diamétrales, les véritables directions des vibrations lumineuses, et en conséquence celles de leurs plans de polarisation, perpendiculaires à ces vibrations. Seulement, les vitesses que l'on considérerait alors ne seraient plus celles des rayons lumineux, mais celles des ondes mesurées sur la normale à leur surface; et les deux plans formant les angles dièdres aigu et obtus que les plans de polarisation divisent chacun en deux parties égales, au lieu de passer par le rayon lumineux et les axes optiques proprement dits, seraient menés suivant la normale à l'onde et les normales aux deux sections circulaires de la surface d'élasticité. La tangente de l'inclinaison de ces sections sur le demi-grand-axe a est égale à $\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$,

expression plus petite que 1 quand $a^2 - b^2 < b^2 - c^2$, et plus grande quand $a^2 - b^2 > b^2 - c^2$, ou, ce qui revient à peu près au même, lorsque $a - b > b - c$: dans ce second cas, l'angle des deux sections circulaires ou de leurs normales qui contient le petit axe c est donc obtus, tandis qu'il est aigu dans le premier cas.

Ainsi les ondes, dont les plans de polarisation sont compris dans l'angle aigu des deux plans menés suivant la normale à l'onde et les normales aux plans des sections circulaires, sont celles dont les vitesses de propagation varient entre les limites les plus rapprochées, tandis que les vitesses des ondes dont les plans de polarisation passent dans l'angle dièdre obtus éprouvent des variations plus étendues. Il est donc naturel d'appeler les rayons correspondant aux premiers *rayons ordinaires*, et ceux des autres ondes *rayons extraordinaires*, comme l'ont fait M. Biot et M. Brewster.

Cas particulier où l'on n'aurait pas plus de raisons de donner le nom de rayon ordinaire à l'un des deux faisceaux qu'à l'autre.

On conçoit un cas où les deux faisceaux éprouvant des variations de vitesse également étendues, on n'aurait plus aucune raison pour donner le nom de faisceau ordinaire plutôt à l'un qu'à l'autre; cela aurait lieu si les deux axes optiques étaient perpendiculaires entre eux, parce qu'alors on aurait $\frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}} = 1$, ou, $c^2(a^2 - b^2) = a^2(b^2 - c^2)$; ce qui suppose que $a - b$ est à très-peu près égal à $b - c$, puisqu'on peut supprimer les facteurs $c^2(a + b)$ et $a^2(b - c)$ sans

altérer sensiblement l'équation, tant que a ne diffère pas beaucoup de c, c'est-à-dire, tant que la double réfraction n'a pas une très-grande énergie.

Quand on a l'angle des deux axes optiques, il suffit de connaître deux des trois constantes a, b, c, *pour déterminer la troisième.*

Il suffit de connaître a et c, c'est-à-dire la plus grande et la plus petite vitesse de la lumière dans le cristal, avec l'angle des deux axes optiques, pour déterminer l'autre demi-axe b, puisque la tangente de la moitié de cet angle est égale à $\frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$, fonction connue des trois quantités a, b, et c. C'est en suivant cette marche que j'avais calculé, d'après les éléments de la double réfraction de la topaze donnés par M. Biot, les variations de vitesse que le faisceau ordinaire devait y subir, avant d'avoir cherché à les constater par l'expérience, et je les ai trouvées telles à peu près que le calcul me les avait données. La théorie m'indiquait aussi dans quel sens le faisceau ordinaire avait les vitesses les plus différentes. Pour la topaze, c'est le plus petit axe de la surface d'élasticité ou de l'ellipsoïde qui divise en parties égales l'angle aigu des deux axes optiques, et les deux limites des vitesses du rayon ordinaire sont a et b : or le faisceau ordinaire a la vitesse a quand il est parallèle à l'axe des y, puisque a est le plus grand rayon vecteur de la section diamétrale perpendiculaire faite dans l'ellipsoïde, et que le plan de polarisation correspondant, c'est-à-dire, perpendiculaire au rayon vecteur a, est bien celui du faisceau

ordinaire, comme passant dans l'angle aigu des deux axes optiques. La vitesse de ce même faisceau devient égale à b quand la lumière traverse le cristal parallèlement à l'axe des x, parce qu'alors le plan diamétral perpendiculaire à cette direction coupe l'ellipsoïde suivant une ellipse dont le plus grand rayon vecteur est b; d'ailleurs le plan perpendiculaire à b ou le plan de polarisation correspondant appartient à la réfraction ordinaire; car il est encore contenu dans l'angle aigu formé par les deux plans menés suivant le rayon lumineux et chacun des axes optiques, angle dièdre qui devient alors égal à zéro, ces deux plans se confondant avec celui des deux axes optiques. Ainsi la théorie annonçait qu'il fallait que le faisceau ordinaire traversât le cristal, tantôt suivant la direction qui divise en parties égales l'angle obtus des deux axes, et tantôt perpendiculairement à leur plan, pour éprouver les variations de vitesse les plus sensibles; aussi est-ce d'après cette indication que j'ai fait la première expérience par laquelle j'ai constaté l'existence de ces variations.

Je me suis particulièrement attaché aussi, dans mes expériences, à m'assurer que la vitesse de propagation des ondes lumineuses dépend uniquement de la direction de leurs vibrations ou du plan de polarisation dans le cristal, et que tant que ce plan ne change pas, la vitesse des rayons reste constante, quelle que soit d'ailleurs leur direction. La diffraction me donnait des moyens très-délicats pour apercevoir les plus légères différences de vitesse. A la vérité, la topaze est le seul cristal sur lequel j'aie opéré jusqu'à présent; mais j'ai assez varié et multiplié mes observations pour m'assurer du moins que ce théorème était rigoureusement exact dans la topaze, et l'on doit supposer par analogie qu'il

l'est également pour tous les autres cristaux à deux axes. D'ailleurs, sans en donner une démonstration complète, les considérations mécaniques que j'ai exposées à ce sujet établissent en sa faveur de fortes probabilités théoriques.

Réflexions sur les probabilités que présente la théorie exposée dans ce Mémoire.

Le théorème que j'ai donné, si admissible par sa simplicité même, la définition mécanique des vibrations lumineuses déduite des lois de l'interférence des rayons polarisés, et la supposition que les lignes homologues de cristallisation sont parallèles dans toute l'étendue des milieux réfringents que nous avons considérés, sont les trois hypothèses, je pourrais dire les trois principes sur lesquels repose la théorie de la double réfraction exposée dans ce Mémoire. Si nous n'avions eu à calculer qu'un phénomène, tel que celui des interférences, qui dépend seulement de la nature des vibrations lumineuses, leur définition aurait dû suffire à l'explication des faits. Mais la double réfraction résultant de la constitution particulière du milieu réfringent, il fallait nécessairement définir cette constitution, en ne mettant toutefois dans sa définition que ce qui était nécessaire à l'explication du phénomène.

La théorie que nous avons adoptée, et les constructions si simples que nous en avons déduites, présentent ce caractère remarquable que toutes les inconnues sont déterminées en même temps par la solution du problème. On trouve à la fois la vitesse du rayon ordinaire, celle du rayon extraordinaire, et leurs plans de polarisation. Les physiciens qui ont

étudié avec attention les lois de la nature, sentiront que cette simplicité et ces relations intimes entre les diverses parties du phénomène offrent les plus grandes probabilités en faveur de la théorie qui les établit.

Long-temps avant de l'avoir conçue, et par la seule méditation des faits, j'avais senti qu'on ne pouvait découvrir la véritable explication de la double réfraction sans expliquer en même temps le phénomène de la polarisation, qui l'accompagne constamment : aussi est-ce après avoir trouvé quel mode de vibration constituait la polarisation de la lumière, que j'ai entrevu d'abord les causes mécaniques de la double réfraction. Il me semblait encore plus évident que les vitesses des faisceaux ordinaire et extraordinaire devaient être, en quelque sorte, les deux racines d'une même équation : je n'ai jamais pu admettre un seul instant l'hypothèse d'après laquelle ce seraient deux milieux différents, le corps réfringent et l'éther qu'il renferme, qui transmettraient l'un les ondes extraordinaires, l'autre les ondes ordinaires ; et en effet, si ces deux milieux pouvaient transmettre séparément les ondes lumineuses, on ne voit pas pourquoi les deux vitesses de propagation seraient rigoureusement égales dans la plupart des corps réfringents, et pourquoi des prismes de verre, d'eau, d'alcool, etc., ne diviseraient pas aussi la lumière en deux faisceaux distincts.

Nous avons supposé que c'était le même milieu vibrant qui, dans les corps doués de la double réfraction, propageait les ondes ordinaires et extraordinaires, mais sans spécifier si les molécules du corps participaient aux vibrations lumineuses, ou si celles-ci étaient uniquement propagées par l'éther contenu dans ce corps ; notre théorie peut se conci-

lier également avec les deux hypothèses. Il est plus aisé de comprendre dans le premier cas, à la vérité, comment l'élasticité d'un même milieu réfringent varie avec la direction suivant laquelle s'exécutent les déplacements moléculaires; mais l'on conçoit aussi, dans le second, que les molécules du corps doivent influer sur la dépendance mutuelle des tranches de l'éther entre lesquelles elles sont situées, et qu'elles peuvent être disposées de telle manière qu'elles affaiblissent plus cette dépendance mutuelle, ou l'élasticité de l'éther, dans une direction que dans une autre.

Le phénomène de la dispersion démontre que les rayons de diverses couleurs ou les ondes de différentes longueurs ne parcourent pas les corps avec la même vitesse, ce qui provient sans doute de ce que l'élasticité mise en jeu par les ondes lumineuses varie avec leur longueur. Lorsque la sphère d'activité des actions moléculaires est supposée infiniment petite relativement à l'étendue d'une ondulation, l'analyse démontre que l'élasticité qui propage les ondes ne varie pas avec leur largeur; mais il n'en est plus de même quand la dépendance mutuelle des molécules s'étend à une distance sensible relativement à la longueur d'une ondulation. Il est facile de démontrer que, dans ce cas, l'élasticité mise en jeu est un peu moindre pour les ondes étroites que pour les ondes plus larges, et qu'en conséquence les premières doivent se propager un peu plus lentement que les secondes, conformément à l'expérience (1). Il en résulte que

(1) La démonstration de cette conséquence de la théorie fait l'objet de la note II, à la suite du Mémoire.

les trois demi-axes a, b, c, qui représentent les racines carrées des élasticités mises en jeu par les vibrations parallèles, ou les vitesses de propagation correspondantes, doivent varier un peu pour les ondes de largeurs différentes, d'après la théorie comme d'après l'expérience : or, il est possible que cette variation n'ait pas lieu suivant le même rapport entre les trois axes; alors l'angle que les deux sections circulaires de l'ellipsoïde font entre elles, et partant l'angle des deux axes optiques, ne seraient plus les mêmes pour les rayons de diverses couleurs, ainsi que M. Brewster et M. Herschel l'ont remarqué sur la plupart des cristaux à deux axes.

Le phénomène de la dispersion a peut-être encore d'autres causes que celle que nous venons d'indiquer; mais quelles qu'elles puissent être, on doit toujours conclure des observations de ces deux habiles physiciens, que les longueurs des demi-axes a, b, c, ne varient pas suivant le même rapport pour les ondes de diverses largeurs, dans les cristaux où les axes optiques changent de direction avec la nature des rayons lumineux; c'est du moins la seule explication qu'on puisse en donner, d'après la théorie exposée dans ce Mémoire.

ESSAI

SUR LE TIR DES PROJECTILES CREUX,

Par M. le comte ANDRÉOSSY.

Lu à l'Académie Royale des Sciences, le 26 décembre 1825.

Le but que je me propose dans ce Mémoire est de réunir sous un seul point de vue les recherches que j'ai faites, en divers temps, sur le tir des projectiles creux, et son application au service de l'artillerie de terre et de mer: par *projectiles creux* j'entends les bombes, les obus et les grenades, quelle que soit la forme de ces mobiles.

En présentant l'historique de ce qui concerne, en partie, un des agents les plus importants de la force militaire, agent qui n'a peut-être pas été assez apprécié jusqu'à ce jour, nous nous attacherons à suivre la filiation des idées, ou le point duquel on est parti, celui auquel on est arrivé, et par conséquent ce qui revient à chacun. Sous ce rapport, les observations que j'aurai l'honneur de soumettre à l'Académie ne me paraissent pas indignes de son attention.

Le premier fait relatif au tir des projectiles creux remonte au siége d'Ostende, en 1602. C'est pendant ce siége qu'un ingénieur français, nommé Renaud-Ville, se rendit auprès de l'archiduc Léopold, et lui proposa des balles artificielles

creuses, qui, lancées avec le canon contre des parapets en terre, y éclateraient, et accéléreraient les brèches. Il y eut ordre de les essayer dans une butte : *Vrai est*, dit la relation du siége, par Bounouss, *qu'assenant bien la terre*, *elles firent merveilleux effet, et ne laissèrent pas leur auteur sans louange.* (1)

Cependant on n'employa point ces balles suivant leur véritable destination. Peut-être que les artilleurs firent éconduire Renaud-Ville, pour ne pas se voir enlever par un étranger le mérite du succès des attaques.

Cette expérience fait voir néanmoins l'essai des projectiles creux, comme corps choquants et comme fougasses. Le fait dont il s'agit, et que renferme la relation du siége d'Ostende, s'y trouvait isolé; il a été reproduit en 1811 par le général Lamartillière, dans ses excellentes *Recherches sur les meilleurs effets à obtenir dans l'artillerie* (2); ouvrage écrit vers la fin d'une longue carrière que l'auteur avait constamment honorée par ses talents et par ses services.

L'Art de jeter des bombes, par Blondel, imprimé en 1685, contient un autre fait de ce genre, moins remarquable peut-être, mais qu'il n'est pas sans intérêt de rappeler.

Au siége de Landrecy, en 1637, Maltus, ingénieur anglais, que Louis XIII avait fait venir pour diriger l'artillerie dans les attaques, ayant mis le feu à la fusée d'une bombe chargée, placée dans un mortier, et ne pouvant le mettre à l'amorce, parce que la mèche s'était éteinte, la bombe creva, et brisa le mortier en éclats, qui tuèrent et blessèrent beau-

(1) *Description du siége d'Ostende*, par Bounouss, page 232.

(2) Publié en 1811.

coup de monde (1). Cette épreuve indirecte aurait dû faire pressentir tout l'effet qu'on pouvait attendre des projectiles creux, lorsqu'ils agiraient par explosion dans des matières même d'une grande ténacité; mais les bombes, dont Maltus introduisit alors l'usage en France, étaient à peine connues, et les obus ne le furent que plus d'un demi-siècle après, en 1693, à la bataille de Nervinde.

Dès que l'usage des bombes fut accrédité, on dut chercher à en varier l'emploi.

Pendant le siége de Philisbourg, en 1688, le marquis de la Frézelière, lieutenant-général commandant l'artillerie, officier très-estimé dans son temps, et Vauban, qu'il suffit de nommer, imaginèrent de tirer des bombes avec le canon; mais ni le but, ni le résultat de cet essai ne nous ont été transmis.

Vers le milieu du siècle dernier, M. Leduc, maréchal-de-camp, fit d'abord à Strasbourg et puis à la Fère des essais du même genre, sur lesquels il ne reste non plus aucun renseignement.

Des expériences analogues ayant été entreprises à l'école d'Auxonne, en 1784, et répétées avec plus de soin au mois d'août 1786, on trouva que le tir des bombes de 8 pouces lancées sous l'angle de 40° fournissait d'assez bonnes portées pour qu'il pût être employé dans la défense des places. On remarqua en outre que la bombe attachée extérieurement à la bouche de la pièce, n'éprouvant point de battement, son tir était d'une grande justesse.

---

(1) L'*Art de jeter des bombes*, par M. Blondel, p. 5-6.

Tel fut le motif qui engagea M. Duteil, maréchal-de-camp commandant l'école, à donner des indications qui devaient avoir leur utilité dans la guerre des siéges. Officier d'une pratique consommée, il savait que, par la détérioration des canons et des mortiers, beaucoup de projectiles, des bombes surtout, restaient sans destination, et qu'il convenait de les utiliser pour une meilleure défense.

L'estimable professeur M. Lombard, connu par divers ouvrages sur l'artillerie, assista aux épreuves dont nous venons de parler, et en rendit compte à la suite de ses *Tables du tir des canons et des obusiers*, publiées en 1787. L'on doit dire à ce sujet qu'aucune des autres écoles ne présentait alors, d'après l'impulsion donnée par M. Duteil, et la coopération de M. Lombard, une plus grande activité dans les travaux et les expériences relatifs à notre arme, que l'école d'Auxonne, et il n'y a pas un officier de cette époque qui ne se soit rappelé avec le plus vif intérêt le temps qu'il y avait passé (1). Les recherches prescrites par M. Duteil ne furent pas poussées plus loin, même en 1786. Ce premier résultat devait cependant conduire à un second qui était d'une plus grande importance; on ne pensa point alors qu'en abaissant la bouche de la pièce, toutes choses restant dans le même état, on obtenait un tir à ricochet.

Cette idée m'étant venue à Neuf-Brisach, j'en fis l'essai

(1) L'estime et la reconnaissance pour le général Duteil s'étaient si bien conservées, qu'après le siége de Lyon on avait pu obtenir qu'il ne serait point sacrifié; mais il eût fallu qu'il déclarât n'avoir point servi pendant la catastrophe de cette ville : le général Duteil préféra la mort à l'idée de sauver sa vie par un mensonge.

vers la fin de 1791. Je me contentai de vérifier le fait, et de m'assurer si la fusée de la bombe placée en dehors, et du côté opposé à la bouche de la pièce, prendrait feu et le conserverait, ce qui ne manqua jamais. Les expériences que j'entrepris l'année suivante à Schélestatt m'offrirent des résultats analogues. Chargé pour lors de l'armement de la place, et cherchant à employer le plus avantageusement possible les moyens dont j'avais la direction, je crus que le tir des bombes à ricochet avec le canon pourrait donner lieu à une nouvelle manière de disposer l'artillerie dans les places assiégées, et je conçus l'idée des batteries à tranchées pour la défense des angles saillants de la fortification.

Mon premier soin fut de soumettre à l'expérience ce genre de tir. Les épreuves de Schélestatt, exécutées le 11 août 1792, m'apprirent que sous l'angle de 6 degrés $\frac{1}{2}$, et avec une charge de 7 ℔, une bombe de 8 po pesant 40 livres, attachée à la bouche d'une pièce de 16, était lancée du premier coup à plus de 200 mètres, et par conséquent franchissait tous les ouvrages de la fortification; qu'ensuite elle faisait en terrain horizontal neuf à dix ricochets, parcourait à peu près 40 mètres par le roulis, et donnait pour portée totale plus de 500 mètres.

Je vais présenter le tableau de ces épreuves, qui ne pouvaient être ni assez nombreuses, ni assez variées pour mener à des conclusions bien précises, mais qui dès lors constataient suffisamment les faits généraux que j'avais en vue. Nous remarquerons cependant que, toutes choses d'ailleurs égales, la grandeur des portées dépend de la manière plus ou moins exacte avec laquelle la bombe est attachée à la bouche du canon.

NUMÉROS DES COUPS.	CHARGES.	DEGRÉS.	CHUTE.	RICOCHETS.		ROULIS.	PORTÉE TOTALE.
1	6 k.	7	212 m.	10	198 m.	22 m.	432 m.
2	6	7	198	9	218	36	456
3	7	7	204	10	268	36	508
4	7	6 ½	284	10	216	56	496
5	7	6 ½	244	11	206	42	532
6	7	6 ½	416	10	226	40	520
7	5 k 8 on.	30					416

Le premier coup fut tiré à recul libre, et l'on tira les autres à recul arrêté. Le coup n° 2 indique, par la 1re chute, une portée moins grande que celle du coup n° 1, quoique toutes les circonstances fussent réunies pour qu'elle dût aller plus loin. Cela provient de ce que la bombe fut mal attachée et resta long-temps suspendue sur les ficelles, d'où résulta un jour entre elle et la partie supérieure de la bouche du canon. Mais l'angle de départ étant moindre, les ricochets et les roulis eurent plus d'étendue, et la portée totale fut plus considérable.

Le dernier coup inscrit sur ce tableau fut tiré sous un angle élevé, afin de pouvoir connaître, par une expérience comparative avec les épreuves d'Auxonne de 1786, la force de la poudre dont je me servais, l'usage n'étant pas encore de marquer, sur chaque baril, la portée exprimée en toises qu'elle avait donnée avec le mortier éprouvette.

Il était facile de juger qu'on pouvait obtenir de plus grands effets en augmentant les degrés, la quantité de poudre, et diminuant la distance de la charge au mobile.

L'expérience du 19 mars 1793, sur ce dernier objet, fut accompagnée d'une circonstance assez remarquable. Pour pouvoir rapprocher la charge de la bombe, je fis placer dans l'ame de la pièce un cylindre de bois de sapin de 25 décimètres de longueur, ce qui laissait 49 centimètres d'intervalle entre la tête du cylindre et la bouche du canon. La pièce chargée avec une livre de poudre, et le feu ayant été mis par l'intermédiaire d'une communication extérieure, le cylindre sortit d'environ 16 centimètres, et la bombe s'abattit à peu de distance de la pièce.

Ma curiosité étant excitée par ce résultat, je tirai un second coup avec une charge triple de la première, et il s'ensuivit des effets bien plus considérables. La bombe et le cylindre partirent en même temps, et eurent tous les deux leur première chute à 40 mètres de la bouche de la pièce; la bombe avec un écart de 29 décimètres à droite de la direction de la ligne de tir, et le cylindre avec un écart de 4 mètres à gauche de cette ligne. La bombe fit ensuite plusieurs petits ricochets qui altérèrent sa vitesse, et sa portée totale fut d'environ 84 mètres.

Le cylindre, de son côté, frappa d'abord la terre en deux points éloignés de 4 mètres l'un de l'autre, et fut porté du troisième bond à 114 mètres. Un couvercle en tôle, qui recouvrait la tête du cylindre sans y être fixé, fut lancé beaucoup plus loin. La pièce pointée sous 5° était solidement contenue dans son recul.

Il résulte de cette expérience, dont le hasard, au reste,

a fait tous les frais, 1° que l'action du fluide expansif de la poudre agit immédiatement sur le recul; 2° qu'il s'en faut de beaucoup que l'inflammation de la poudre soit instantanée. Cette expérience indique, en outre, combien la force élastique des bois est considérable dans le sens de leurs fibres; car on ne peut douter que ce ne soit par l'effet de la réaction que le cylindre a frappé la bombe, et déterminé leur écartement réciproque aux deux côtés de la ligne de tir.

Les batteries à tranchées, destinées à la défense des angles saillants de la fortification, ont été établies pour la première fois sur le bastion, côté 32, de la place de Schélestatt; elles sont décrites dans un autre Mémoire. Ces batteries réunissent contre les approches de l'ennemi les feux les plus directs dans une partie qui, par la nature du système bastionné, en était totalement dépourvue. Le tir des bombes à ricochet avec le canon ayant donné lieu à la construction des batteries à tranchées, les bombes doivent agir ici comme corps choquants et comme fougasses, ou si elles font explosion à la surface du terrain, il n'y aura pas un éclat de perdu.

C'est ainsi que, dans mon Mémoire de 1794, je faisais envisager le tir des projectiles creux comme devant étendre et multiplier les effets généraux de l'artillerie. Il n'existait point à cette époque d'expérience sur cette matière qui était absolument neuve : *il s'agirait donc*, disais-je alors, *de faire des recherches sur le choc des corps creux* (que j'ai appelés depuis *projectiles creux*), *afin de déterminer les progrès de leur enfoncement dans la terre, le bois et la maçon-*

nerie, ainsi que l'effet de l'explosion de ces mobiles dans ces différentes matières.

J'avais fait à Schélestatt des tentatives à ce sujet, mais en petit nombre, le local et les moyens m'ayant manqué. Elles m'avaient amené à proposer le tir des grenades avec les pièces de bataille, comme très-avantageux dans la guerre de campagne.

Je trouvai, d'après des expériences faites le 29 septembre 1792, que la portée de but en blanc d'une grenade pesant 3 livres avec une charge d'une livre et demie de poudre, est de 525 mètres. La force de percussion de ces projectiles creux est telle, qu'une grenade tirée dans une pièce de 4, avec une charge de 3^{on} et $\frac{1}{2}$ de poudre, à 80 mètres d'un saule dont le bois était parfaitement sain, traversa d'abord la partie antérieure de l'arbre qui avait 8 centimètres d'épaisseur, puis un vide de 13 centimètres, et se logea de 4 centimètres dans la partie opposée.

J'avais reconnu auparavant, c'est-à-dire le 13 août 1792, que la sphère d'activité des éclats de grenade est d'environ 10 mètres de rayon. Une grenade du calibre de 4 fournit dix à douze éclats.

Dans la vue de m'assurer quel serait l'effet de l'explosion des projectiles creux ayant de plus fortes dimensions que les grenades, le même jour 13 août, je fis éclater, dans le terrain d'une prairie, une bombe de 12 pouces du poids de 150 livres. Le mortier pointé à 43°, avec la charge d'une livre de poudre, donna 240 mètres de portée. La charge de la bombe était de 5 livres 8^{on}. L'entonnoir formé par l'explosion de la bombe dans une terre franche, et qui se trouva de bonne consistance, avait 2 mètres d'ouverture et

13 décimètres de profondeur. Il se trouvait à demi recomblé par les terres qui ayant été projetées en l'air, y étaient retombées. Après qu'elles furent dégagées, je reconnus parfaitement l'excavation produite par l'explosion de la bombe; les parois et le fond de cette excavation étaient entièrement noircis par la poudre, qui paraissait avoir agi uniformément dans son pourtour : 11 éclats, pesant ensemble 87 livres, avaient pénétré d'environ 24 centimètres dans les parois de l'entonnoir, d'où il résultait que les $\frac{2}{3}$ à peu près de la bombe s'y étaient logés.

En rapprochant de cette expérience celle du 29 novembre 1792, qui m'avait fait connaître la force de percussion et de *pénétration* (qu'on me passe ce mot) des projectiles creux à travers le corps d'un arbre, j'avais pu me faire une idée assez vraie de l'effet de l'explosion des projectiles creux dans le bois; c'est ce qui me détermina plus tard, sans autre indication, de proposer, comme nous allons le voir, de substituer le tir des projectiles creux au tir à boulets rouges dans la guerre maritime.

Au commencement de 1794, après la campagne du déblocus de Landau, étant passé de l'armée de la Moselle à celle d'Italie, dont le quartier-général était à Nice, j'y appris que les vaisseaux de nos escadres qui croisaient dans la la Méditerranée avaient des fourneaux à réverbère pour pouvoir employer le tir à boulets rouges contre les vaisseaux de nos ennemis.

Mais, jugeant qu'un tir de cette nature ne devait pas être moins dangereux pour les vaisseaux qui s'en servaient que pour ceux contre lesquels il était dirigé, je remis, le 28 novembre 1794, au général Bonaparte, qui, quoique encore très-

jeune, commandait en chef l'artillerie de l'armée, un écrit ayant pour titre : *Mémoire sur le tir des projectiles creux, qu'on propose de substituer au tir à boulets rouges dans les combats de mer.* J'établissais la force de percussion et de *pénétration*, ainsi que la force d'explosion de ces mobiles, sur les expériences faites à Schélestatt. Comme l'obus de 6 pouces convient au calibre de 36, je proposais d'armer les batteries basses de pièces de ce calibre, et de leur faire tirer des obus ensabotés qui, éclatant dans les bordages, y occasionneraient des brèches irrégulières qu'il serait impossible de réparer, et seraient dans le cas d'y mettre le feu. J'indiquais une plus grande extension à donner au tir des projectiles creux, en l'employant avec les pièces de campagne. Je proscrivais les balles incendiaires comme peu propres à obtenir une certaine justesse de direction, et à se loger facilement dans le bois. Enfin je me flattais, comme on se flatte toujours quand on présente des vues qu'on croit de quelque utilité, que le danger qui accompagnerait l'emploi d'un moyen aussi destructeur, ferait renoncer les puissances maritimes à cet appareil de forces navales qui est si ruineux pour un état, et rendrait la liberté aux mers : telles sont les expressions dont je me servais dans le Mémoire qui fut mis sous les yeux du général Bonaparte.

Voici les observations de ce général, datées du 1er novembre 1794, et dont l'original est dans mes mains :

« Si l'on pouvait adapter les boulets rouges au service de « la mer, une révolution navale serait inévitable.

» Les balles incendiaires ne font que peu d'effets ; l'on « pourrait les perfectionner, mais on ne leur donnera jamais « la vitesse ni l'étendue de portée.

» Les corps creux ne valent pas les boulets, mais valent « beaucoup mieux que les balles incendiaires.

» Je ne pense pas que cela pût opérer une révolution na- « vale, mais je crois que cela peut donner des avantages « très-grands.

» 1° Il faudrait tirer des obus avec des pièces de 36; « s'assurer que la fusée n'est point dérangée, et qu'il n'ar- « rive pas trop d'accidents.

» 2° S'assurer que les fougasses de 1 livre $\frac{1}{2}$ de poudre (1) « mettent le feu dans un bordage; évaluer la force d'ex- « plosion, et la comparer avec la ténacité du bois d'échan- « tillon de la marine.

» Je t'invite à t'occuper de la théorie de ce dernier ar- « ticle; il nous sera possible de faire des expériences sur le « premier objet. »

On reconnaît ici déja l'esprit d'analyse dont fut éminemment doué cet homme extraordinaire, qui, dans sa carrière marquée de si grandes vicissitudes, obtint le plus de résultats par des combinaisons rapides que secondait cet esprit d'analyse.

On n'avait pas encore d'expériences directes sur l'effet des projectiles creux contre les vaisseaux, lorsque des circonstances de service m'ayant appelé à Toulon, j'y trouvai dans la place de directeur de l'artillerie de la marine M. Léon Levavasseur, que j'avais connu pendant qu'il servait dans l'artillerie de terre. Outre les communications qu'il me fit sans réserve, je parvins à le décider à tirer quelques obus contre

(1) Ou 22 onces; c'est la quantité de poudre que contient un obus de 6 pouces chargé plein, comme doivent l'être tous les projectiles creux.

un vieux bordage de vaisseau. Rappelé au quartier-général plus tôt que je ne le pensais, je ne pus être témoin de cette expérience; mais, dès le lendemain qu'il l'eut exécutée, M. Levavasseur m'en apprit le succès par la lettre suivante, dont l'auteur de la *Nouvelle force maritime*, publiée en 1822, n'a rapporté que la première partie, et n'a pas indiqué à qui cette lettre avait été écrite :

« Nous avons fait hier, en présence du colonel Sugny, « l'épreuve des obus de 36, 24 et 18, tirés à 200 toises; ils « ont parfaitement rempli leur but, et ceux qui ont donné « dans le massif et y ont éclaté, en ont fracassé et éparpillé « les bordages. Un de 36, lancé à 100 toises par une carron- « nade à la charge de 18 onces de poudre et à 4° au-dessus « du but en blanc, a fait le plus d'effet en éclatant; il a mis « le feu au calfatage, et le bois se serait enflammé si on n'y « avait promptement avisé » (1).

Là s'arrête la citation faite par cet auteur; je vais transcrire la fin de la lettre :

« Nous nous sommes convaincus qu'il fallait renoncer à « ceux (les obus) garnis d'enveloppes en toile; le service « en est difficile et long, et les obus sont sujets à se retour- « ner dans la pièce, ce qui les expose à crever en sortant, « et cela nous est arrivé deux fois de suite, quoique l'œil « des obus eût été soigneusement tourné vers la bouche « de la pièce; ainsi, il faut s'en tenir exclusivement aux « sabots. »

Les derniers mots de cette lettre : *ainsi il faut s'en tenir exclusivement aux sabots*, prouvent que l'expérience de

(1) *Nouvelle force maritime*, page 99.

Toulon avait été concertée entre M. Levavasseur et moi. J'avais effectivement dit à M. Levavasseur, qu'afin de prévenir tout accident, il conviendrait d'ensaboter les obus. Il m'avait fait observer que le sabot n'était point en usage dans la marine, et il avait ajouté qu'il s'arrangerait de manière que l'œil de l'obus ne se retournât pas dans la pièce; mais il paraît que les moyens qu'il avait prescrits n'ayant pas été suivis avec assez de soin, ne réussirent pas toujours.

Malgré les objections solides qu'on pouvait élever contre l'emploi des balles incendiaires, comme plusieurs personnes qui jouissaient de quelque crédit en avaient fait depuis longtemps leur unique occupation, elles parvinrent à intéresser le gouvernement en faveur de ces projectiles, et les épreuves comparatives de Meudon furent ordonnées. Lorsque je connus le but de ces expériences, j'adressai une copie du Mémoire sur les projectiles creux à un membre du gouvernement qui avait été mon camarade d'études mathématiques à Paris. Je ne sais point l'usage qu'il fit de ce Mémoire. Il m'a dit depuis que les épreuves de Meudon devant être tenues secrètes, il avait cru devoir, par cela même, éviter d'entrer en explication à leur sujet. On a su, dans la suite, que ces expériences avaient prononcé la supériorité des projectiles creux sur les balles incendiaires, et confirmé l'avantage qu'on en pouvait tirer dans les combats de mer.

La proposition que j'avais faite d'armer les batteries basses des vaisseaux, de pièces de 36 avec lesquelles on lancerait des obus ensabotés, trouva bientôt son application, du moins quant à l'essai de ce tir.

En 1794, l'aile droite de l'armée d'Italie s'était portée jusqu'à Savone. Obligée l'année d'après de céder à des forces

supérieures, elle se replia sur le grand contre-fort de l'Apennin qui se termine à la mer en arrière de Loano. Ce contre-fort fut retranché, et armé dans les parties faibles, et devint la fameuse *Ligne de Borghetto*, où l'armée se maintint avec avantage pendant cinq mois consécutifs, et jusqu'à la bataille de Loano, dont le succès, le 23 novembre 1795, lui fit reprendre ses anciennes positions. Chargé, en ce qui me concernait, de concourir à l'organisation de la ligne de Borghetto, je plaçai sur un mamelon une pièce de 36 qui m'avait été fournie par la marine. Elle tira durant toute la campagne, et même au commencement de la bataille de Loano, des obus ensabotés, dont la portée était très-considérable, et qui produisirent les meilleurs effets.

L'application du tir des projectiles creux dont je viens de parler est la dernière que j'ai faite, et elle date de trente ans. Depuis lors, plusieurs personnes se sont occupées de ce genre de tir, mais principalement pour en constater les effets, et l'on s'est servi de projectiles sphériques, ou d'autres projectiles dont on a varié les formes.

Au mois de janvier 1798, étant en mission sur les côtes de la Manche avec M. Forfait, ingénieur en chef constructeur de marine, et depuis ministre de ce département, il eut occasion de me communiquer des observations qu'il adressait au ministère, sur un projectile creux en forme de poire qu'il avait fait couler. Sa partie la plus renflée n'était autre chose que le projectile creux ordinaire, auquel s'ajoutait un conoïde plein, dont la surface extérieure, formée par la révolution d'un arc de cercle, avait un rayon double de celui du projectile. Au moyen de cette figure, le projectile devait, suivant l'auteur, pénétrer plus facilement dans le

bois et s'y arrêter, et faire, en outre, son explosion vers le bordage extérieur.

Nous lisons dans M. de Montgéry, que M. Stevens, de New-York, s'est attaché depuis 1815 à donner aux projectiles creux une forme oblongue ou ovoïde, en sorte qu'avec le même poids et le même volume que les projectiles d'un calibre supérieur, ils peuvent être employés dans une arme d'un plus petit calibre.

M. de Montgéry nous apprend également que les Anglais ayant sans doute réfléchi que les balles tirées avec un fusil rayé en spirale réunissaient à la justesse du tir la force des coups, ont couvert les obus de M. Stevens de hélices qui contribuent à leur donner les mêmes avantages.

Ces projectiles, quelle que fût leur forme, ne devaient servir dans la guerre maritime que de vaisseau à vaisseau, lorsqu'un chef de bataillon de l'artillerie de terre, M. Vallier, a eu l'idée de les employer, sur de très-petites embarcations, contre les vaisseaux de haut-bord : *idée fondamentale, et qui renferme*, ajoute très-judicieusement M. Vallier, *tous les volumes que l'on pourrait écrire sur cette matière* (1).

Les embarcations de M. Vallier, qu'il appelle *obusières*, parce qu'elles sont armées d'un obusier destiné à lancer sous de petits angles des projectiles creux, avaient été proposées dans l'origine, c'est-à-dire en 1813, pour attaquer la station anglaise qui, dans les parages de Corfou, interceptait la communication de cette île avec les côtes d'Italie et d'Albanie.

---

(1) *Note sur les obusières*, page 1, Paris, 1822.

Quelque temps après sa rentrée en France, M. Vallier ayant perfectionné ses obusières par divers essais, communiqua son projet à plusieurs officiers généraux. Il envoya au ministre de la guerre un Mémoire détaillé sur les propriétés de cette arme nouvelle, et en remit une copie à M. le lieutenant-général comte Charbonnel, pour lors son inspecteur, qui la présenta au comité central d'artillerie.

Lorsque dans sa note sur les obusières, M. Vallier dit que l'idée d'employer les projectiles creux sur de petites embarcations, contre les vaisseaux de haut-bord, est *une idée fondamentale qui renferme tous les volumes que l'on pourrait écrire sur cette matière*, l'auteur fait allusion à deux traités ayant pour titre : *Nouvelle force maritime*, publiés, l'un en 1821, l'autre en 1822, et dont le second a été le complément du premier.

L'auteur semble présenter le tir des projectiles creux contre les vaisseaux comme une idée nouvelle, dont le résultat serait de donner à notre marine, au moins dans le premier moment, une grande supériorité.

Au lieu d'obus de 6 pouces, l'auteur propose des obus de 8 pouces qu'il appelle bombes; et il appelle conséquemment canons à bombes ce qui n'est à proprement parler que des obusiers allongés.

Nous ferons remarquer à ce sujet que les Russes, qui ont senti plus tôt que nous qu'on pouvait faire un meilleur usage des projectiles creux, emploient depuis long-temps l'obus dans des pièces de campagne longues, appelées *licornes*. Je ne saurais dire d'où vient cette dénomination; elle indique du moins une arme à part, qu'on n'a pas voulu confondre avec les canons, les obusiers et les mortiers en usage.

En proposant, pour être employées dans la guerre maritime, les bombes-obus lancées sous une direction faisant un petit angle avec l'horizon, l'auteur n'a pas même indiqué un tir nouveau. En effet, qu'on emploie les bombes proprement dites, ou bien qu'on se serve d'obus sphériques, ou conoïdes comme ceux de M. Forfait, ou ovoïdes comme les projectiles de M. Stevens, ou ovoïdes à hélices extérieures perfectionnées par les Anglais, après ceux de M. Stevens, ce sont toujours des projectiles creux qui doivent être lancés de manière à remplir les deux conditions essentielles de pénétrer et d'éclater dans la terre et le bois, car ils sont exclus de la maçonnerie, du moins de celle à revêtement; je ne serais pas en effet éloigné de croire qu'une fois le parement tombé par l'action des boulets, les projectiles creux tirés contre le moellonage ne s'y logeassent et n'y fissent explosion. Ce qui convient donc essentiellement, dans ce cas, c'est que les idées de ce genre, dérivées de l'observation, ou nées du besoin des circonstances, soient soumises en divers temps à des épreuves réitérées.

Ainsi, l'essai de Renaud-Ville, au siége d'Ostende, en 1602, celui du colonel Le Vavasseur à Toulon, en 1793, justifié par les épreuves de Meudon, et d'autres subséquentes, ont confirmé l'effet du tir des projectiles creux.

La seule épreuve qui fut faite, à ma prière, par le général Lariboissière en 1809, contre les remparts de Vienne, donna un résultat négatif; les obus se brisèrent en frappant le mur d'escarpe (1).

---

(1) Étant gouverneur de Vienne, en 1809, et le général Lariboissière,

Suggérées principalement par une suite de réflexions, ces expériences ont tout à la fois montré des faits nouveaux, et indiqué leur application, que depuis on a étendue aux diverses circonstances où il peut être utile d'en faire usage.

Au sujet de ma proposition de 1794, il s'agissait d'aller au plus pressé, savoir, de remédier, en se servant de projectiles creux, au danger du tir à boulets rouges pour ceux qui l'employaient, sans rien changer non-seulement aux constructions navales, mais encore à l'arrimage; et dès-lors, il ne pouvait être question que d'un combat de vaisseau à vaisseau.

M. Vallier a eu une idée plus heureuse, celle d'opposer à des vaisseaux de haut-bord, de simples embarcations portant des obusiers. Cette idée, à laquelle l'établissement des bateaux à vapeur donnerait tout son développement, est d'une application plus générale, et il serait à désirer qu'elle fût adoptée. On devrait donc chercher à procurer à ces embarcations la stabilité nécessaire pour obtenir la justesse et la célérité du pointement. Il me semble, du moins d'après le dessin qu'a publié M. Vallier, que son obusier a un grand profil, et qu'il est dans une position élevée, ce qui doit nuire aux effets de son tir.

L'armement des lacs de Mantoue, auquel je fus obligé de pourvoir pendant la campagne de 1795, me mit dans le cas d'établir sur des bateaux plats des affûts à coulisse dont je me trouvai très-bien. A l'ouverture de la tranchée, la nuit

---

commandant en chef l'artillerie de la grande armée, se trouvant dans cette capitale, je l'engageai à tirer dans un endroit écarté quelques obus à forte charge contre le mur de l'enceinte, et ils ne résistèrent pas.

du 10 juillet, trois bateaux du lac inférieur, en prenant des revers sur le camp retranché qui couvrait l'enceinte dans cette partie, firent une diversion avantageuse à l'attaque principale, et n'éprouvèrent d'autres avaries que celles qui furent occasionnées par le feu de la place. Il y aurait eu pour eux des chances moins défavorables, s'ils avaient pu se placer à des distances où la direction des coups est plus incertaine, à raison de la petitesse des objets sur lesquels on tire.

Lorsque, avec une bouche à feu d'un service et d'une manœuvre très-difficiles, d'où pourraient s'ensuivre de graves inconvénients (1), l'auteur de la Nouvelle force maritime a cherché à obtenir de ses obus de 8 pouces des effets qu'il serait facile d'augmenter encore, en se servant de projectiles d'un plus fort calibre, il n'a sûrement pas considéré qu'il dépassait le but. S'il fût parti de ce principe, qu'on ne peut réclamer d'un agent quelconque comme puissance que ce dont il est capable, l'auteur aurait vu que la force ordinaire de l'homme, les proportions de sa taille, la longueur de ses bras, ont des limites déterminées. Dès qu'on les franchit, on doit suppléer par des moyens mécaniques à ce qu'on ne saurait exiger de cet agent ; on s'écartera dès lors de cette simplicité de constructions qui assure aux machines de guerre célérité d'exécution, justesse et effet.

Dans la marine, on a cru pour cette raison devoir substituer le calibre de 30 à celui de 36 : l'emploi des projectiles

---

(1) Dernier procès-verbal des *Expériences faites par les deux commissions chargées de constater l'utilité des obusiers allongés dans la marine*, octobre 1824.

creux, dans ce calibre, serait plus facile, d'un effet suffisant, et n'exigerait ni une arme, ni des dispositions nouvelles.

Quant au tir horizontal, ou sous un petit angle, des projectiles de poids considérables, il n'offre rien de remarquable. On a vu, même dans l'enfance de l'art, au siége de Constantinople, en 1453, Mahomet II faire battre en brèche avec des boulets de pierre de 200 livres de balles. Suivant les historiens du temps, ces pierres étaient de couleur noirâtre, et il les faisait venir du Pont-Euxin. D'après l'inspection du local, elles devaient être tirées de la masse de basaltes qui existe à l'entrée de cette mer (1), et avoir par conséquent la solidité nécessaire pour remplir leur objet. Mais le canon qui lançait ces projectiles était servi à terre, sur un sol immobile, et non sur un plancher soumis à tous les mouvements d'un navire, et principalement au roulis, comme le sont les bouches à feu des vaisseaux.

En me livrant aux recherches dont j'ai rendu compte relativement au tir des projectiles creux, je ne faisais qu'acquitter le tribut que je croyais devoir au corps dans lequel il était si honorable de servir. Ce travail me paraissait d'ailleurs une conséquence tellement immédiate de ce qui était connu, que je devais me borner à le présenter comme renfermant quelques applications utiles, et non ce qu'on appelle des inventions; persuadé qu'on doit être sobre de ce titre, et le réserver pour ces idées simples et fécondes qui font faire un grand pas à un art ou à une science. Il est même désavantageux de vouloir faire considérer comme une

---

(1) Voir mon *Voyage à l'embouchure de la Mer Noire*, chap. VI, p. 91.

chose nouvelle ce que l'on savait déja : c'est rompre, en effet, le fil de ces idées qui en s'appuyant l'une sur l'autre, avancent le progrès des connaissances humaines ; c'est en arrêter la marche au lieu de l'accélérer.

MÉMOIRE

SUR LE MOUVEMENT DE LA TERRE AUTOUR DE SON CENTRE DE GRAVITÉ.

PAR M. POISSON.

Lu à l'Académie des Sciences, le 30 avril 1827.

L'UNE des plus fécondes méthodes d'analyse que les géomètres aient imaginées, est sans contredit celle qui consiste à faire varier les constantes arbitraires, comprises dans les intégrales des équations différentielles, soit pour en déduire les solutions particulières, soit pour étendre ces intégrales à d'autres équations. Dans la théorie des perturbations des planètes, cette méthode se trouve indiquée par l'observation même, au moins en ce qui concerne les inégalités séculaires; car les constantes arbitraires sont alors les éléments du mouvement elliptique, et d'après l'observation, ces éléments changent de siècle en siècle, excepté le grand axe qui reste invariable quand on fait abstraction des inégalités dépendantes de la configuration des planètes. Ces éléments sont au nombre de six : Euler a donné le premier des expressions différentielles de cinq d'entre eux, dans la pièce qui remporta le prix de notre ancienne Académie pour l'année 1756; mais ce n'est que vingt-cinq ans plus tard que la question a été

traitée d'une manière directe et sous son véritable point de vue, par Lagrange qui a déduit les différentielles des six éléments elliptiques, du même principe auquel il avait ramené peu de temps auparavant les solutions particulières des équations différentielles et l'intégration des équations linéaires qui contiennent un dernier terme indépendant de la variable principale. La matière semblait épuisée, lorsque cette importante théorie reçut dans ces derniers temps une extension et un perfectionnement auxquels on était loin de s'attendre. Lagrange et Laplace ont donné, en 1808, les différentielles des éléments elliptiques au moyen des différences partielles de la *fonction perturbatrice* prises par rapport aux éléments dont il s'agit et multipliées par des fonctions de ces éléments qui ne renferment pas le temps explicitement. Je n'ai pas besoin de rappeler l'avantage de cette heureuse transformation, surtout pour le calcul des inégalités séculaires, des équations à longues périodes et de celles qui dépendent d'une cause spéciale, comme les inégalités du mouvement de la lune, dues à la forme de la terre. En suivant la direction de son génie qui lui faisait saisir dans les résultats particuliers, ce qu'il était utile de généraliser, Lagrange étendit ses recherches au mouvement d'un système quelconque de corps, sollicité par des forces que l'on n'aurait pas considérées dans une première approximation; et il parvint à des formules qui expriment les différences partielles d'une fonction de ces forces, qu'on peut encore appeler la fonction perturbatrice, au moyen des différentielles des constantes primitives, multipliées par des fonctions de ces constantes. J'ai ensuite obtenu des formules inverses de celles-ci, qui donnent immédiatement les différentielles des constantes

arbitraires au moyen des différences partielles de la fonction perturbatrice, et dont les coëfficients sont aussi des fonctions qui ne contiennent pas le temps d'une manière explicite. L'application que j'en ai faite successivement aux perturbations du mouvement d'un point attiré vers un centre fixe suivant une loi quelconque, et à celles du mouvement de rotation d'un corps solide, m'a conduit à des formules identiques pour ces deux problèmes si différents l'un de l'autre; de sorte que les constantes analogues dans les deux questions, ont la même expression différentielle; résultat singulier que l'on peut considérer comme un théorème de mécanique. Ces deux questions comprennent toute l'astronomie : à la première se rapportent le mouvement des planètes, et celui de leurs satellites et des comètes; à la seconde, le mouvement de la terre sur elle-même, troublé par l'action du soleil et de la lune, et la libration de notre satellite. Mais quoique ces deux problèmes de la translation et de la rotation des corps célestes, puissent ainsi dépendre d'équations semblables, les solutions qu'on en a données jusqu'à présent ne sont pas les mêmes; et c'est à faire disparaître cette différence que je me suis attaché dans ce nouveau Mémoire. Si l'on excepte une inégalité à longue période qui paraît affecter la longitude moyenne de la lune, mais dont l'existence n'est pas encore bien constatée, toutes les circonstances du mouvement des astres et de la terre que les observations ont fait connaître, les géomètres, et particulièrement l'auteur de la *Mécanique céleste,* en ont déterminé les lois et la cause d'après le principe de la gravitation universelle. Il ne reste guère maintenant qu'à simplifier les méthodes qu'ils ont employées; et c'est, en effet, les rendre plus simples et

les perfectionner que de les ramener autant qu'il est possible à l'uniformité.

Dans le cas du mouvement des planètes autour du soleil, la petitesse des excentricités et des inclinaisons de leurs orbites, permet de développer la fonction perturbatrice en une série de sinus des multiples de leurs moyens mouvements; or, on peut donner une forme semblable à cette fonction relative au mouvement de rotation de la terre, en observant que la terre tourne à très-peu près autour d'un de ses axes principaux, et considérant l'amplitude des oscillations des pôles de rotation à sa surface, comme une très-petite constante arbitraire dont on aura à déterminer les variations dues aux forces perturbatrices. Cela étant, si l'on compare les six éléments arbitraires du mouvement de la terre autour de son centre de gravité, aux six éléments du mouvement elliptique, on aura d'une part cette amplitude et la longitude géographique de l'axe de rotation à une époque déterminée, qui répondront à l'excentricité de l'orbite et à la longitude du périhélie; ensuite l'inclinaison de l'équateur et la longitude de son nœud sur l'écliptique, quantités analogues à l'inclinaison et à la longitude du nœud de l'orbite; enfin, la vitesse angulaire de rotation et la longitude géographique à l'origine du temps, d'une droite tracée dans le plan de l'équateur, qui remplaceront le moyen mouvement ou le grand axe dont il se déduit, et ce qu'on appelle, dans la théorie des planètes, la longitude moyenne de l'époque. C'est sous ce point de vue que je vais envisager la question qui fait l'objet de mon Mémoire.

§ I.

Équations du mouvement de la terre autour de son centre de gravité.

(1) Le mouvement d'un corps solide autour d'un de ses points est complètement déterminé, lorsque l'on connaît à chaque instant la position de ses trois axes principaux passant par ce point, celle de l'axe instantané de rotation par rapport à ces trois droites, et la vitesse de rotation du corps autour de cet axe. Nous distinguerons entre eux les axes principaux de la terre qui se coupent à son centre de gravité, par la grandeur des moments d'inertie qui s'y rapportent, et que nous représenterons par A, B, C, en supposant A le plus petit et C le plus grand. Cela étant, menons arbitrairement par le centre de gravité un plan fixe et une droite fixe, tracée dans ce plan; au bout d'un temps t quelconque, soit θ l'inclinaison du plan des axes des deux moments A et B sur le plan fixe, ψ l'angle compris entre l'intersection de ces deux plans et la droite fixe, et φ l'angle que fait l'axe du plus petit moment A avec cette intersection; ces deux derniers angles pouvant s'étendre depuis zéro jusqu'à quatre angles droits, et le premier seulement depuis zéro jusqu'à deux droits; et celui-ci étant toujours l'angle dièdre formé par les deux autres. Ces trois angles θ, ψ et φ seront des fonctions de t; et quand leurs valeurs seront connues, la position des trois axes principaux, et, par conséquent, celle du sphéroïde, le seront aussi.

Au bout du même temps t désignons par δ la vitesse an-

gulaire de rotation, commune à tous les points de la terre, et par p, q, r, ses composantes relatives aux trois axes principaux ; de sorte qu'on ait

$$\delta^2 = p^2 + q^2 + r^2,$$

et que les rapports

$$\frac{p}{\delta}, \quad \frac{q}{\delta}, \quad \frac{r}{\delta}$$

expriment les cosinus des angles que l'axe instantané de rotation fait avec les axes principaux du plus petit, du moyen et du plus grand moment d'inertie. Les trois quantités p, q, r, seront aussi des fonctions de t; et l'on aura entre ces inconnues et les précédentes, les équations

$$\left.\begin{aligned} r\,dt &= d\varphi - \cos.\theta\,d\psi, \\ q\,dt &= \sin.\theta\cos.\varphi\,d\psi + \sin.\varphi\,d\theta, \\ p\,dt &= \sin.\theta\sin.\varphi\,d\psi - \cos.\varphi\,d\theta, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

qui ne dépendent pas des forces appliquées au mobile, et résultent uniquement de ce que tous ses points forment un système invariable. Nous ne rappellerons pas l'analyse qui y conduit d'après cette considération ; nous ferons seulement remarquer que r étant la vitesse de rotation autour de l'axe du plus petit moment, $r\,dt$ est l'angle décrit pendant l'instant dt par tous les points de la terre, parallèlement au plan de ses deux autres axes principaux ; cet angle serait $d\varphi$ si l'intersection de ce plan avec le plan fixe demeurait immobile ; mais cette intersection décrivant un angle $d\psi$ sur le plan fixe, dont la projection sur le plan mobile est $\cos.\theta\,d\psi$, il en résulte, en ayant égard au sens de l'accroissement des

angles ψ et φ, que rdt est l'excès de $d\varphi$ sur $\cos.\theta d\psi$; ce qui donne la première équation (1).

Soient encore M, M′, M″, les sommes des moments des forces qui agissent sur tous les points de la terre, rapportés respectivement aux axes du plus grand, du moyen et du plus petit moment d'inertie; nous aurons ces trois autres équations :

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{C}dr+(\mathrm{B}-\mathrm{A})pq\,dt=\mathrm{M}\,dt, \\ \mathrm{B}dq+(\mathrm{A}-\mathrm{C})pr\,dt=\mathrm{M}'dt, \\ \mathrm{A}dp+(\mathrm{C}-\mathrm{B})qr\,dt=\mathrm{M}''dt, \end{array}\right\} (2)$$

qu'il faudra joindre aux précédentes.

Le problème consistera donc à intégrer ces six équations différentielles du premier ordre, pour en déduire les valeurs des six inconnues p, q, r, θ, ψ et φ en fonctions de t et de pareil nombre de constantes arbitraires; ce qui sera possible par des approximations successives, fondées sur la petitesse des forces perturbatrices de la terre dans son mouvement de rotation. Nous n'irons pas au-delà, dans ce Mémoire, des quantités du second ordre par rapport à ces forces. En les négligeant tout-à-fait dans une première approximation, les équations (2) se réduiront à

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{C}dr+(\mathrm{B}-\mathrm{A})pq\,dt=0, \\ \mathrm{B}dq+(\mathrm{A}-\mathrm{C})pr\,dt=0, \\ \mathrm{A}dp+(\mathrm{C}-\mathrm{B})qr\,dt=0. \end{array}\right\} (3)$$

(2) On sait intégrer les équations (1) et (3) sous forme finie, au moyen de deux intégrales définies; mais dans la question qui nous occupe, il vaudra mieux employer des

intégrales approchées de ces équations, qui nous permettront d'exprimer explicitement les inconnues en fonctions du temps, ce qui ne serait pas possible d'après leurs intégrales exactes. Cette approximation sera fondée sur ce fait que les déplacements des pôles de rotation de la terre à sa surface sont très-petits, puisque les observations n'ont pu jusqu'à présent les rendre sensibles. Cela ne peut avoir lieu qu'autant que l'axe de rotation s'écarte très-peu de l'un des axes principaux, qui doit être celui du plus grand moment d'inertie, à cause que la terre est un sphéroïde aplati sur ses pôles. Il en résulte que les variables p et q sont très-petites par rapport à r; en négligeant leur produit, la première équation (3) donne d'abord

$$dr = 0, \qquad r = n;$$

n étant une constante arbitraire, qui representera à très-peu près la vitesse de rotation de la terre. Nous la supposerons positive, ce qui est permis, et revient à dire que l'angle φ est compté dans le sens de la rotation, l'inclinaison θ étant moindre qu'un angle droit : l'angle ψ se compte en sens contraire à partir de la ligne fixe qui en est l'origine. Si l'on substitue n à la place de r dans les deux autres équations (3), il vient

$$\begin{aligned} B\,dq - (C - A)\,np\,dt &= 0, \\ A\,dp + (C - B)\,nq\,dt &= 0. \end{aligned}$$

En intégrant celles-ci, faisant pour abréger,

$$\sqrt{\frac{C - B}{A}} = a, \qquad \sqrt{\frac{C - A}{B}} = b,$$

et désignant par e et c les deux constantes arbitraires, nous

aurons

$$p = ae \sin. ab(nt + c),$$
$$q = -be \cos. ab(nt + c).$$

Les quantités a et b étant réelles par hypothèse, il suffira et il sera nécessaire que la constante e soit très-petite pour que chacune des variables p et q le soit aussi, comme nous l'avons supposé.

Je substitue ces valeurs de p et q dans la première équation (3), d'où je déduis ensuite

$$r = n - \frac{(B - A)e^2}{4nC} \cos. 2ab(nt + c).$$

Cette seconde valeur de r étant substituée à son tour dans les deux dernières équations (3), on en déduira de nouvelles valeurs de p et q, plus approchées que les précédentes, et en continuant ainsi, il est évident qu'on obtiendra des valeurs de $p, q, r,$ ordonnées suivant les puissances de e. On voit aussi que les valeurs de p et q ne contiendront que des puissances impaires, et celle de r des puissances paires; si donc nous négligeons le cube et les puissances supérieures de e, il faudra s'arrêter aux valeurs de $p, q, r,$ que nous venons d'écrire.

(3) Après les avoir substituées dans les équations (1), on en déduit

$$d\varphi = ndt - \frac{(B - A)e^2}{4nC} \cos. 2ab(nt + c)dt + \cos. \theta \, d\psi,$$
$$d\theta = -[b \sin. \varphi \cos. ab(nt + c) + a \cos. \varphi \sin. ab(nt + c)]edt,$$
$$\sin. \theta \, d\psi = -[b \cos. \varphi \cos. ab(nt + c) - a \sin. \varphi \sin. ab(nt + c)]edt.$$

En négligeant la quantité e, et désignant par λ, g et l trois constantes arbitraires, on aura d'abord

$$\theta = \lambda, \quad \psi = g, \quad \varphi = nt + l.$$

Si l'on tient compte de la première puissance de e, que l'on ait égard aux valeurs de a et b, et que l'on fasse, pour abréger,

$$\frac{\mathrm{B}b}{\mathrm{C}} \cos.(nt+l) \cos. ab(nt+c) - \frac{\mathrm{A}a}{\mathrm{C}} \sin.(nt+l) \sin. ab(nt+c) = k,$$

$$\frac{\mathrm{B}b}{\mathrm{C}} \sin.(nt+l) \cos. ab(nt+c) + \frac{\mathrm{A}a}{\mathrm{C}} \cos.(nt+l) \sin. ab(nt+c) = k',$$

on trouvera, dans cette seconde approximation,

$$\theta = \lambda + \frac{ke}{n}, \qquad \psi = g - \frac{k'e}{n \sin.\lambda},$$

$$\varphi = nt + l - \frac{k'e \cos.\lambda}{n \sin.\lambda}.$$

Soient ensuite $\delta\theta$, $\delta\psi$ et $\delta\varphi$, les parties de θ, ψ et φ qui dépendent du carré de e; en faisant, encore pour abréger,

$$\frac{1}{8\mathrm{C}^2} \Big\{ [\mathrm{B}(\mathrm{C}-\mathrm{A}) + \mathrm{A}(\mathrm{C}-\mathrm{B})][1 - \cos. 2(nt+l) \cos. 2ab(nt+c)]$$
$$- \mathrm{C}(\mathrm{B}-\mathrm{A})[\cos. 2(nt+l) - \cos. 2ab(nt+c)]$$
$$+ 2\mathrm{AB}ab \sin. 2(nt+l) \sin. 2ab(nt+c) \Big\} = h,$$

$$\frac{1}{8\mathrm{C}^2} \Big\{ [\mathrm{B}(\mathrm{C}-\mathrm{A}) + \mathrm{A}(\mathrm{C}-\mathrm{B})] \sin. 2(nt+l) \cos. 2ab(nt+c)$$
$$+ \mathrm{C}(\mathrm{B}-\mathrm{A}) \sin. 2(nt+l)$$
$$+ 2\mathrm{AB}ab \cos. 2(nt+l) \sin. 2ab(nt+c) \Big\} = h',$$

on trouvera facilement

$$\delta\theta = \frac{he^2 \cos.\lambda}{n^2 \sin.\lambda}, \qquad \delta\psi = \frac{2h'e^2 \cos.\lambda}{n^2 \sin.^2\lambda},$$

$$\delta\varphi = \frac{(2\mathrm{C}-\mathrm{A}-\mathrm{B})e^2 t}{4n\mathrm{C}} + \frac{h'e^2(1+\cos.^2\lambda)}{n^2 \sin.^2\lambda}.$$

Il est évident qu'en continuant ces approximations successives, on formera des valeurs de θ, ψ et φ en séries ordonnées suivant les puissances de e : nous nous arrêterons, comme plus haut, au carré inclusivement; mais afin que n soit la seule constante multipliée par t, nous comprendrons le premier terme de $\delta\varphi$ dans le terme nt de φ, ou, autrement dit, nous mettrons $n - \frac{(2C - A - B)e^2}{4nC}$ à la place de n; ce qui modifiera les valeurs de r et φ, et ne changera rien à celles de p, q, θ et ψ, puisqu'on néglige les puissances de e supérieures à la seconde. De cette manière, la solution complète des six équations (1) et (3) sera exprimée par ces formules :

$$\left.\begin{aligned}
p &= ae\sin.ab(nt+c),\\
q &= -be\cos.ab(nt+c),\\
r &= n - \frac{(2C-A-B)e^2}{4nC} - \frac{(B-A)e^2}{4nC}\cos.2ab(nt+c),\\
\theta &= \lambda + \frac{ke}{n} + \frac{he^2\cos.\lambda}{n^2\sin.\lambda},\\
\mu &= g - \frac{k'e}{n\sin.\lambda} + \frac{2h'e^2\cos.\lambda}{n^2\sin.^2\lambda},\\
\varphi &= nt + l - \frac{k'e\cos.\lambda}{n\sin.\lambda} + \frac{h'e^2(1+\cos.^2\lambda)}{n^2\sin.^2\lambda},
\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

qui comprennent les six constantes arbitraires n, e, c, λ, g, l.

(4) Maintenant pour avoir égard aux forces perturbatrices, et étendre cette solution aux équations (1) et (2) qui les contiennent, nous emploîrons la méthode connue de la variation des constantes arbitraires. Les formules qui expriment leurs variations, renferment deux fonctions que nous représenterons par Ω et T, dont la première prise avec un signe contraire, sera l'intégrale de la somme des force perturba-

trices, multipliées chacune par l'élément de sa direction, et la seconde désignera la demi-somme des forces vives de tous les points du sphéroïde. On y regarde Ω comme une fonction donnée de t et des constantes arbitraires, et T comme une fonction aussi donnée des variables indépendantes qui fixent la position du mobile à chaque instant, et de leurs différentielles par rapport à t. Dans le cas actuel, ces variables sont les trois angles θ, ψ et φ; en faisant donc

$$\frac{d\theta}{dt}=\theta', \quad \frac{d\psi}{dt}=\psi', \quad \frac{d\varphi}{dt}=\varphi',$$

on supposera qu'on ait exprimé T sous la forme :

$$\mathrm{T}=\text{fonct.}(\theta, \psi, \varphi, \theta', \psi', \varphi').$$

Cela étant, faisons

$$\frac{d\mathrm{T}}{d\psi'}=\xi, \quad \frac{d\mathrm{T}}{d\theta'}=\eta, \quad \frac{d\mathrm{T}}{d\varphi'}=\omega,$$

de sorte que ξ, η et ω soient, ainsi que ψ, θ et φ des fonctions données de t et des six constantes n, c, e, λ, g, l. Désignons par f et f', deux de ces constantes; et soit

$$(f,f')=\frac{d\psi}{df}\frac{d\xi}{df'}-\frac{d\psi}{df'}\frac{d\xi}{df}+\frac{d\theta}{df}\frac{d\eta}{df'}-\frac{d\theta}{df'}\frac{d\eta}{df}$$
$$+\frac{d\varphi}{df}\frac{d\omega}{df'}-\frac{d\varphi}{df'}\frac{d\omega}{df}; \qquad (5)$$

notation d'après laquelle on aura

$$(f,f')=-(f',f), \quad (f,f)=0.$$

Les formules d'où dépendent les différentielles des constantes arbitraires devenues variables, seront de la forme :

$$\frac{d\Omega}{df}dt = (f,n)\,dn + (f,e)\,de + (f,c)\,dc + (f,\lambda)\,d\lambda + (f,g)\,dg + (f,l)\,dl. \quad (6)$$

On y mettra successivement n, e, c, λ, g, l, à la place de f, ce qui donnera six équations linéaires, d'où l'on tirera les valeurs des six différentielles de ces constantes. Il existe d'autres formules inverses de celle-ci, qui donnent immédiatement les valeurs de ces différentielles au moyen des différences partielles de Ω par rapport à ces mêmes constantes, mais pour lesquelles le calcul des coëfficients serait moins facile que celui des quantités que nous désignons par (f, f'). On sait, au reste, que ces quantités doivent être des constantes absolues ou des fonctions d'une ou plusieurs des six arbitraires, qui ne renferment pas le temps explicitement; et c'est, en effet, ce qu'on va vérifier par le calcul de leurs valeurs.

(5) A un instant quelconque, soit r_1 la distance d'un point quelconque du sphéroïde à l'axe instantané de rotation, et x_1, y_1, z_1 ses trois coordonnées parallèles aux axes principaux du plus petit, du moyen et du plus grand moment d'inertie. A cause que les cosinus des angles que fait l'axe de rotation avec ces trois droites, sont respectivement $\frac{p}{8}$, $\frac{q}{8}$, $\frac{r}{8}$, on aura

$$r_1^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - \left(\frac{p x_1}{8} + \frac{q y_1}{8} + \frac{r z_1}{8}\right)^2.$$

D'ailleurs en désignant par dm l'élément différentiel de la masse, et intégrant dans toute l'étendue du sphéroïde, nous aurons aussi à cause des axes principaux :

$$\int x_1 y_1\, dm = 0, \quad \int x_1 z_1\, dm = 0, \quad \int y_1 z_1\, dm = 0,$$

$$\int(x_1^2+y_1^2)dm=\text{C},\ \int(z_1^2+x_1^2)dm=\text{B},\ \int(y_1^2+z_1^2)dm=\text{A};$$

au moyen de quoi, nous conclurons de l'équation précédente :

$$\int \delta^2 r_1^2 dm = \text{A}p^2+\text{B}q^2+\text{C}r^2;$$

or, cette intégrale exprime évidemment la somme des forces vives de tous les points du sphéroïde; nous aurons donc pour la demi-somme

$$\text{T}=\tfrac{1}{2}\text{A}p^2+\tfrac{1}{2}\text{B}q^2+\tfrac{1}{2}\text{C}r^2.$$

D'après les équations (1), on a

$$\begin{aligned} p&=\psi'\sin.\theta\sin.\varphi-\theta'\cos.\varphi,\\ q&=\psi'\sin.\theta\cos.\varphi+\theta'\sin.\varphi,\\ r&=\varphi'-\psi\cos.\theta'; \end{aligned}$$

si donc on différentie T par rapport à ψ', θ' et φ', il en résultera

$$\begin{aligned} \xi&=\text{A}p\sin.\theta\sin.\varphi+\text{B}q\sin.\theta\cos.\varphi-\text{C}r\cos.\theta,\\ \eta&=\text{B}q\sin.\varphi-\text{A}p\cos.\varphi,\\ \omega&=\text{C}r; \end{aligned}$$

et en substituant dans ces formules, à la place de p, q, r, θ, ψ et φ, leurs valeurs données par les équations (4), on aura celles de ξ, η et ω dont on a besoin, c'est-à-dire en fonctions de t, n, e, c, λ, g et l.

La substitution faite, et en négligeant toujours les puissances de e supérieures au carré, on trouve

$$\xi=-\text{C}n\cos.\lambda+\frac{(\text{C}-\text{A})(\text{C}-\text{B})e^2\cos.\lambda}{2\text{C}},$$

$$\eta = -Cek' + \frac{2Ch'e^2\cos.\lambda}{n\sin.\lambda},$$

$$\omega = Cn - \frac{(2C-A-B)e^2}{4n} - \frac{(B-A)e^2}{4n}\cos.2ab(nt+c).$$

On peut remarquer que la quantité ξ est elle-même une constante arbitraire; ce qui tient à ce que ξdt exprime la somme des projections sur le plan perpendiculaire à l'axe du plus grand moment d'inertie C, des aires décrites pendant l'instant dt par toutes les molécules de sphéroïde, multipliées par leurs masses respectives.

(6) Il faut donc mettre ces valeurs de ξ, η et ω, et celles de ψ, θ et φ dans l'équation (5) pour en déduire les valeurs de (f, f') relatives aux six constantes prises deux à deux. Mais quoique nous ayons tenu compte jusqu'ici des quantités du second ordre par rapport à e, les différences partielles de ξ, η, etc. relatives à cette quantité, et par conséquent les valeurs de (n, e), (c, e), etc. qui en dépendent, ne seront exactes qu'aux quantités près de cet ordre exclusivement; c'est pourquoi nous nous bornerons à ce degré d'approximation pour toutes les valeurs de (f, f'), c'est-à-dire, que nous rejeterons dans ces valeurs les termes dépendants du carré et des puissances supérieures de e; ce qui en rendra le calcul plus facile.

On trouve alors neuf de ces quantités égales à zéro, savoir,

$$(n,e)=0,\ (n,c)=0,\ (n,\lambda)=0,\ (e,\lambda)=0,\ (c,\lambda)=0,\ (c,g)=0,$$
$$(c,l)=0,\ (\lambda,l)=0,\ (g,l)=0;$$

et pour les autres, il vient

$$(n,g) = C\cos.\lambda,$$
$$(n,l) = -C,$$

$$(e,c)=-\frac{(C-A)(C-B)e}{nC},$$
$$(e,g)=-\frac{(C-A)(C-B)e\cos.\lambda}{nC},$$
$$(e,l)=\frac{(C-A)(C-B)e}{nC},$$
$$(\lambda,g)=-Cn\sin.\lambda.$$

(7) Au moyen de ces résultats, l'équation (6) donne :

$$\frac{d\Omega}{dn}dt=C\cos.\lambda\, dg-C\,dl,$$
$$\frac{d\Omega}{de}dt=\frac{(C-A)(C-B)}{nC}(edl-edc-e\cos.\lambda\, dg),$$
$$\frac{d\Omega}{dc}dt=\frac{(C-A)(C-B)}{nC}ede,$$
$$\frac{d\Omega}{d\lambda}dt=-Cn\sin.\lambda\, dg,$$
$$\frac{d\Omega}{dg}dt=-C\cos.\lambda\, dn+\frac{(C-A)(C-B)\cos.\lambda}{nC}ede+Cn\sin.\lambda\, d\lambda,$$
$$\frac{d\Omega}{dl}dt=Cdn-\frac{(C-A)(C-B)}{nC}edc;$$

d'où l'on tire réciproquement

$$\left.\begin{aligned}
dn&=\left(\frac{d\Omega}{dc}+\frac{d\Omega}{dl}\right)\frac{dt}{C},\\
ede&=\frac{d\Omega}{dc}\frac{Cndt}{(C-A)(C-B)},\\
edc&=-\frac{d\Omega}{de}\frac{Cndt}{(C-A)(C-B)}-\frac{d\Omega}{dn}\frac{edt}{C},\\
d\lambda&=\frac{d\Omega}{dg}\frac{dt}{Cn\sin.\lambda}+\frac{d\Omega}{dl}\frac{\cos.\lambda\, dt}{Cn\sin.\lambda},\\
dg&=-\frac{d\Omega}{d\lambda}\frac{dt}{Cn\sin.\lambda},\\
dl&=-\frac{d\Omega}{d\lambda}\frac{Cn\sin.\lambda}{\cos.\lambda\, dt}-\frac{d\Omega}{dn}\frac{dt}{C}.
\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

D'après les valeurs de θ, ψ et φ que l'on devra mettre dans Ω, cette quantité sera une fonction de $n, nt+c$ et $nt+l$; si donc on désigne pour un moment par $\left(\frac{d\Omega}{dn}\right)$ la partie de la différence partielle, relative aux n non comprises dans $nt+c$ ou $nt+l$, sa valeur entière sera

$$\frac{d\Omega}{dn}=\left(\frac{d\Omega}{dn}\right)+t\frac{d\Omega}{dc}+t\frac{d\Omega}{dl};$$

et en vertu des équations précédentes, on aura

$$e(dc+tdn)=-\frac{d\Omega}{de}\frac{Cn\,dt}{(C-A)(C-B)}-\left(\frac{d\Omega}{dn}\right)\frac{e\,dt}{C},$$

$$dl+tdn=-\frac{d\Omega}{d\lambda}\frac{\cos.\lambda\,dt}{Cn\sin.\lambda}-\left(\frac{d\Omega}{dn}\right)\frac{dt}{C}.$$

Il en résulte que si l'on remplace c et l, respectivement par $c-\int t\,dn$ et $l-\int t\,dn$, et si l'on fait attention qu'on a identiquement

$$nt-\int t\,dn=\int n\,dt,$$

la quantité Ω se changera en une fonction de n, $c+\int n\,dt$ $l+\int n\,dt$, et les différentielles des nouvelles quantités c et l seront toujours données par la troisième et la sixième équation (7), dans lesquelles les différences partielles relatives à n se rapporteront seulement à cette variable en dehors du signe $\int$, en sorte que si nous faisons

$$\int n\,dt=\mu,$$

elles seront prises en regardant la quantité μ comme con-

stante, ce qui en simplifiera l'expression. En même temps nous aurons

$$\frac{d\Omega}{de}+\frac{d\Omega}{dl}=\frac{d\Omega}{d\mu};$$

et la première équation (7) deviendra

$$dn=\frac{d\Omega}{d\mu}\frac{dt}{C}. \qquad (8)$$

On pourra aussi transformer plusieurs des quantités n, e, c, λ, g, l en d'autres, et exprimer les différentielles de celles-ci au moyen de différences partielles de Ω qui s'y rapportent. Soit, par exemple,

$$e\sin.abc=f, \qquad e\cos.abc=f';$$

on en conclura

$$\begin{aligned}
df&=\sin.abcde+abe\cos.abcdc,\\
df'&=\cos.abcde-abe\sin.abcdc,\\
\frac{d\Omega}{de}&=\frac{f}{e}\frac{d\Omega}{df}+\frac{f'}{e}\frac{d\Omega}{df'},\\
\frac{d\Omega}{dc}&=abf'\frac{d\Omega}{df}-abf\frac{d\Omega}{df'};
\end{aligned}$$

et d'après la deuxième et la troisième équation (7), on aura pour les remplacer :

$$\left.\begin{aligned}
df&=-\frac{d\Omega}{df'}\frac{Cndt}{ABab}-\frac{d\Omega}{dn}\frac{abf'dt}{C},\\
df'&=\frac{d\Omega}{df}\frac{Cndt}{ABab}+\frac{d\Omega}{dn}\frac{abfdt}{C},
\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

en observant que

$$(C-A)(C-B)=ABa^2b^2.$$

Ces différentes formules, jointes aux équations (4), renferment la solution demandée des équations (1) et (2). Nous allons développer les conséquences qui en résultent, soit relativement aux pôles et à la vitesse de rotation de la terre, soit par rapport au mouvement de ses axes principaux autour de son centre de gravité. Ces formules conviendraient aussi au mouvement de rotation de la lune, troublé par l'action de la terre; mais on n'en déduirait par les mêmes conséquences que pour le sphéroïde terrestre, parce que dans le cas de la lune, il existe un rapport commensurable, le rapport d'égalité, entre le moyen mouvement de rotation et le moyen mouvement du centre de la force perturbatrice.

§ II.

Permanence de la vitesse et des pôles de rotation.

(8) Les dimensions de la terre étant petites relativement aux distances des astres qui agissent sur ses différents points, on pourra toujours réduire Ω en une série convergente, ordonnée suivant les puissances négatives de ces distances. Les termes de cette série renfermeront des sinus ou cosinus des multiples de μ et de $ab\mu$, provenant des valeurs de θ, ψ et φ, et ils varieront en outre en raison du mouvement des astres auxquels on aura égard. Ils seront tous très-petits; et parmi les termes correspondants des valeurs de dn, df, etc., on devra rejeter ceux dont la période sera d'un jour ou d'un sous-multiple du jour, et ne conserver que les termes constants, s'il en existait, ou bien les termes à longues périodes qui acquirront par l'intégration de petits diviseurs, capa-

bles de les rendre sensibles dans les valeurs de $n, f,$ etc. Cela posé, occupons-nous d'abord de la formule (8).

Si l'on ne tient compte que de la première puissance des forces perturbatrices, et si l'on regarde conséquemment dans cette formule, $n, f,$ etc., comme des constantes, la différentiation relative à μ n'y laissera subsister que des termes périodiques dépendants de nt, ou d'autres termes dépendants de $abnt$ et affectés du facteur ab, de sorte que les uns et les autres resteront insensibles après l'intégration. A la vérité, la valeur numérique de ab est telle que $abnt$ ne surpasse le moyen mouvement du soleil que d'environ un septième; il en résulte que les termes qui auront pour argument $abnt$ moins ce moyen mouvement seront sept fois plus grands dans l'intégrale de la formule (8) que dans l'expression de $\frac{\Omega}{n\bar{C}}$; mais on verra bientôt qu'ils sont si petits dans le devéloppement de Ω, que cette circonstance particulière ne peut les rendre aucunement appréciables dans la valeur de n, ni même dans celle de μ qui s'en déduit par une seconde intégration.

Nous pouvons donc, sans crainte d'erreur, considérer comme constante la valeur de n qui résulte de l'équation (8). S'il ne s'agissait que de cette quantité, il ne serait pas nécessaire de considérer les termes de Ω, d'un ordre supérieur au premier par rapport aux forces perturbatrices; mais il importe de faire voir que les termes du second ordre ne sauraient non plus devenir sensibles dans la valeur de μ, quoiqu'ils y subissent deux intégrations successives.

(9) Pour le prouver, désignons par $\delta\mu$, δn, δf, etc. les parties de $\mu, n, f,$ etc., qui sont du même ordre que ces forces, et par $\delta^2\mu$ et $\delta^2 n$ les parties de μ et n qui sont du

second ordre et qu'il s'agit de considérer. D'après l'équation (8), nous aurons

$$C\frac{d.\delta u^2}{dt}=\frac{d^2\Omega}{d\mu^2}\delta\mu+\frac{d^2\Omega}{d\mu\,dn}\delta n+\frac{d^2\Omega}{d\mu\,df}\delta f$$
$$+\frac{d^2\Omega}{d\mu\,df'}\delta f'+\frac{d^2\Omega}{d\mu\,d\lambda}\delta\lambda+\frac{d^2\Omega}{d\mu\,dg}\delta g+\frac{d^2\Omega}{d\mu\,dl}\delta l.$$

On regardera dans ces différences partielles secondes, les quantités n, f, f', λ, g, l, comme constantes, et l'on y fera $\mu=nt$; on traitera de même les seconds membres des équations (7), (8) et (9) pour en déduire par l'intégration, les valeurs de $\delta\mu$, δn, δf, etc.; de cette manière, on aura

$$C\frac{d.\delta^2 n}{dt}=\frac{1}{C}\frac{d^2\Omega}{d\mu^2}\iint\frac{d\Omega}{d\mu}dt^2+\frac{1}{C}\frac{d^2\Omega}{d\mu\,dn}\int\frac{d\Omega}{d\mu}dt$$
$$+\frac{Cn}{ABab}\left(\frac{d^2\Omega}{d\mu\,df'}\int\frac{d\Omega}{df}dt-\frac{d^2\Omega}{d\mu\,df}\int\frac{d\Omega}{df'}dt\right)$$
$$+\frac{ab}{C}\left(f\frac{d^2\Omega}{d\mu\,df'}-f'\frac{d^2\Omega}{d\mu\,df}-\frac{1}{ab}\frac{d^2\Omega}{d\mu\,dl}\right)\int\frac{d\Omega}{dn}dt$$
$$+\frac{1}{Cn\sin.\lambda}\left(\frac{d^2\Omega}{d\mu\,d\lambda}\int\frac{d\Omega}{dg}dt-\frac{d^2\Omega}{d\mu\,dg}\int\frac{d\Omega}{d\lambda}dt\right)$$
$$+\frac{\cos.\lambda}{Cn\sin.\lambda}\left(\frac{d^2\Omega}{d\mu\,d\lambda}\int\frac{d\Omega}{dl}dt-\frac{d^2\Omega}{d\mu\,dl}\int\frac{d\Omega}{d\lambda}dt\right).$$

D'ailleurs, on a identiquement

$$ab\left(f'\frac{d\Omega}{df}-f\frac{d\Omega}{df'}\right)=\frac{d\Omega}{dc},\qquad \frac{d\Omega}{dc}+\frac{d\Omega}{dl}=\frac{d\Omega}{d\mu};$$

le coëfficient de $\int\frac{d\Omega}{dn}dt$ se réduira donc à

$$-\frac{1}{C}\frac{d^2\Omega}{d\mu^2};$$

et la formule précédente pourra s'écrire ainsi :

$$\frac{d.\delta^2 n}{dt} = \frac{1}{C^2}\frac{d^2\Omega}{d\mu^2}\iint \frac{d\Omega}{d\mu}\,dt^2 + R; \qquad (10)$$

où l'on représente par R une quantité composée de parties qui seront toutes de la forme :

$$\gamma\left(\frac{dP'}{d\mu}\int P\,dt - \frac{dP}{d\mu'}\int P'dt\right);$$

γ étant un coëfficient constant, P et P' désignant deux fonctions de t, pour lesquelles on prendra successivement

$$\frac{d\Omega}{d\mu} \text{ et } \frac{d\Omega}{dn},\ \frac{d\Omega}{df} \text{ et } \frac{d\Omega}{df'},\ \frac{d\Omega}{dg} \text{ et } \frac{d\Omega}{d\lambda},\ \frac{d\Omega}{dl} \text{ et } \frac{d\Omega}{d\lambda}.$$

Cette formule (10) se compose ainsi de deux parties distinctes que nous allons examiner l'une après l'autre.

(10) Si l'on fait abstraction des termes de la première partie dont les périodes seront d'un jour ou d'un sous-multiple du jour, pour ne conserver que ceux dans lesquels les multiples de nt auront disparu, il est évident qu'il faudra employer en dehors et sous le signe $\iint$, des termes de Ω dépendants d'un même multiple de nt. Soit donc

$$\Omega = H\cos.(int + jabnt - \alpha t - 6)$$
$$+ H'\cos.(int + j'abnt - \alpha' t - 6');$$

i, j, j' étant des nombres entiers ou zéro, $H, H', \alpha, \alpha', 6, 6'$, des constantes données, et $\alpha t, \alpha' t$, provenant des mouvements des astres qui agissent sur la terre. En négligeant, comme nous le disons, les termes à courte période, nous aurons

$$\frac{d^2\Omega}{d\mu^2}\iint\frac{d\Omega}{d\mu}dt^2 = \tfrac{1}{2}HH'(i+jab)(i+j'ab)\left[\frac{i+jab}{(int+jabnt-\alpha)^2}\right.$$

$$\left.-\frac{i+j'ab}{(in+j'abnt-\alpha')^2}\right]\sin.[(j'-j)abnt+(\alpha-\alpha')t+6-6');$$

et d'après la première partie de la formule (10), on aura en même temps

$$\delta^2 n = \frac{HH'}{4n^3C^2}\left[\frac{(j-j')abI}{(j-j')ab+\frac{1}{n}(\alpha-\alpha')}\right.$$

$$\left.-I'\right]\cos.[(j'-j)abnt+(\alpha-\alpha')t+6'-6];$$

où l'on a fait pour abréger

$$(i+jab)(i+j'ab)\left[\frac{1}{\left(i+jab\,t-\frac{\alpha}{n}\right)^2}+\frac{1}{\left(i+j'ab-\frac{\alpha'}{n}\right)^2}\right]=I,$$

$$\frac{(i+jab)(i+j'ab)[2i+(j+j')ab][2i+(j+j')ab-\frac{1}{n}(\alpha+\alpha')]}{\left(i+jab-\frac{\alpha}{n}\right)^2\left(i+j'ab-\frac{\alpha'}{n}\right)^2}=I'.$$

Or, si i n'est pas nul, on aura à peu près $I=2$ et $I'=4$ à cause que ab, $\frac{\alpha}{n}$ et $\frac{\alpha'}{n}$ sont de petites fractions; si l'on a $i=0$, ces quantités I et I', aussi bien que la fraction qui multiplie I, ne pourront devenir très-grandes, à moins que parmi les valeurs numériques de $jab-\frac{\alpha}{n}$, il y en ait une ou plusieurs qui soient de très-petites fractions de jab; ce qui n'a pas lieu, puisque le cas le plus favorable serait celui où l'on aurait $j=1$ et αt égal au moyen mouvement du soleil, cas dans lequel $ab-\frac{\alpha}{n}$ serait encore un septième à peu près de ab : d'un autre côté, il résulte des expressions de θ, ψ et φ

(n° 3) que les termes de Ω qui renfermeront des sinus ou cosinus de $jabnt$, auront en même temps pour facteur la puissance j de e, ce qui les rendra beaucoup moindres que les autres; la plus grande valeur de $\delta^2 n$, résultant de la formule précédente, aura donc lieu dans le cas de $j=0$ et $j'=0$, sans que i soit nul; et elle sera à très-peu près

$$\delta^2 n = \frac{HH'}{n^3 C^2} \cos. [(\alpha' - \alpha) t + 6' - 6)].$$

La valeur correspondante de $\delta^2 \mu$ qui s'en déduira par une nouvelle intégration, sera

$$\delta^2 \mu = \frac{HH'}{(\alpha' - \alpha) n^3 C^2} \sin. [(\alpha' - \alpha) t + 6' - 6];$$

quantité qui ne pourrait être sensible qu'autant que $\alpha' - \alpha$ serait du même ordre de grandeur que le produit HH', ou de l'ordre du carré des forces perturbatrices; ce qui ne se rencontre pas dans la nature.

(11) La même analyse s'applique à la partie R de la formule (10). Les développements des quantités P et P' auront la même forme que celui de Ω dont ils se déduiront par des différentiations relatives à $\mu, n, f, f', \lambda, g, l$; et si l'on ne conserve dans R que les termes qui ne sont pas à courte période, il faudra prendre pour P et P' des termes dépendants d'un même multiple de nt. Soit donc

$$P = F \cos. (int + jabnt - \alpha t - 6),$$
$$P' = F' \cos. (int + j'abnt - \alpha' t - 6');$$

F et F' désignant des coëfficients donnés, différents de H et H', et les autres constantes étant les mêmes que précédemment. On aura

$$\frac{dP'}{d\mu}\int P\,dt-\frac{dP}{d\mu}\int P'\,dt=\tfrac{1}{2}FF'\left(\frac{i+j'ab}{in+jabn-\alpha}\right.$$
$$\left.-\frac{i+jab}{in+j'abn-\alpha'}\right)\cos.[(j'-j)abnt+(\alpha-\alpha')t+6-6'],$$

en rejetant le terme dépendant de $2nt$ dont la période serait d'à peu près un demi-jour. En multipliant par une constante γ, on aura la partie correspondante de R ; d'où l'on conclura ensuite

$$\delta^2 n=\frac{\gamma FF'I''}{2n^2}\sin.[(j'-j)abnt+(\alpha-\alpha')t+6-6'],$$

où l'on a fait pour abréger

$$\frac{[2i+(j+j')ab](j'-j)ab+\frac{i}{n}(\alpha-\alpha')+\frac{1}{n}(j\alpha-j'\alpha')ab}{\left(i+jab-\frac{\alpha}{n}\right)\left(i+j'ab-\frac{\alpha'}{n}\right)\left[(j'-j)ab+\frac{1}{n}(\alpha-\alpha')\right]}=I''.$$

Si l'on a $j=0$ et $j'=0$, les coëfficients F et F' seront indépendants de e ou de f et f' ; mais si i est nul en même temps, cette valeur de $\delta^2 n$ s'évanouira, et si l'on n'a pas $i=0$, on aura à très-peu près

$$\delta^2 n=\frac{\gamma FF'}{2in^2}\sin.[(\alpha-\alpha')t+6-6'];$$

quantité du second ordre par rapport aux forces perturbatrices, comme avant l'intégration. La différence $\alpha-\alpha'$ n'étant pas de cet ordre de petitesse, la valeur correspondante de $\delta^2\mu$ sera encore insensible.

Si l'on a $j=1$ et $j'=1$, et qu'on prenne

$$P=\frac{d\Omega}{df},\quad P'=\frac{d\Omega}{df'},$$

les coëfficients F et F' seront aussi indépendants de f et f'.

On devra prendre en même temps

$$\gamma = \frac{n}{\mathrm{AB}ab};$$

par conséquent on aura

$$\delta^2 n = \frac{\mathrm{FF}'(i+ab)\sin.[(\alpha-\alpha')t+6-6']}{2\,\mathrm{AB}abn\left(i+ab-\frac{\alpha}{n}\right)\left(i+ab-\frac{\alpha'}{n}\right)}.$$

Lorsque i ne sera pas nul, cette quantité sera du second ordre, et son intégrale ou la valeur de $\delta^2\mu$, ne pouvant s'abaisser qu'au premier, sera insensible comme précédemment. Dans le cas de $i=0$, nous aurons

$$\delta^2 n = \frac{\mathrm{FF}'\sin.[(\alpha-\alpha')t+6-6']}{2\,\mathrm{AB}n\left(ab-\frac{\alpha}{n}\right)\left(ab-\frac{\alpha'}{n}\right)},$$

et en même temps

$$\delta^2\mu = \frac{\mathrm{FF}'\cos.[(\alpha-\alpha')t+6-6']}{2\,\mathrm{AB}n\left(ab-\frac{\alpha}{n}\right)\left(ab-\frac{\alpha'}{n}\right)(\alpha'-\alpha)}.$$

En supposant le diviseur $\alpha'-\alpha$ de l'ordre des forces perturbatrices, on pourrait croire que la petitesse des deux autres diviseurs $ab-\frac{\alpha}{n}$ et $b-\frac{\alpha'}{n}$ suffirait pour rendre sensible cette dernière quantité; mais il n'en est pas ainsi parce que, dans le cas de $i=0$, les coëfficients F et F' sont tout-à-fait insensibles, comme on le verra bientôt.

Cette discussion et celle du n° précédent prouvent donc qu'aucun terme de la formule (10) ne peut s'abaisser au premier ordre par une intégration, ni de deux ordres par deux intégrations, et qu'il n'y a non plus aucune circonstance numérique qui puisse, malgré cela, rendre sensibles quel-

ques termes de $\delta^2\mu$. En rapprochant cette conséquence de celle du nº 8, il en résulte que la quantité n doit être regardée comme invariable, et la quantité μ comme proportionnelle au temps ou égale à nt.

(12) Pour déterminer les variations de f et f', d'où dépendent celles des pôles à la surface de la terre, il est nécessaire d'effectuer le développement de Ω que nous avons seulement supposé jusqu'à présent. Soit donc L la masse de l'un des astres qui agissent sur le sphéroïde terrestre; α, β, γ les coordonnées du centre de gravité de L, rapportées respectivement aux axes des moments d'inertie A, B, C; x_1, y_1, z_1, les trois coordonnées relatives à ces mêmes axes, d'un point quelconque de la terre; et dm l'élément de sa masse. L'attraction étant en raison inverse du carré des distances, la partie de Ω relative à l'astre L, aura pour expression :

$$\Omega=\int\frac{\mathrm{L}dm}{[(\alpha-x_1)^2+(\beta-y_1)^2+(\gamma-z_1)^2]^{\frac{1}{2}}},$$

en étendant l'intégrale à la masse entière de la terre. Chaque astre que l'on voudra considérer donnera lieu à un terme semblable. Pour avoir égard à sa non-sphéricité, il faudrait remplacer L par l'élément de sa masse, et intégrer dans toute son étendue; mais il est facile de s'assurer que le terme dont le précédent se trouverait augmenté, peut être négligé à l'égard de celui-ci, l'un étant à l'autre dans le rapport du carré du rayon de l'astre au carré de sa distance à la terre. Dans la question qui nous occupe, les astres que l'on considère sont le soleil à cause de la grandeur de sa masse, et la lune à raison de sa proximité de la terre.

D'après les propriétés du centre de gravité et des axes

principaux, on a

$$\int x_1 dm = 0, \quad \int y_1 dm = 0, \quad \int z_1 dm = 0;$$

$$\int x_1 y_1 dm = 0, \quad \int x_1 z_1 dm = 0, \quad \int y_1 z_1 dm = 0.$$

Si donc on appelle δ et r_1 les distances de l'astre L et de l'élément dm au centre de gravité de la terre, en sorte que nous ayons

$$\alpha^2 + \mathcal{E}^2 + \gamma^2 = \delta^2, \quad x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = r_1^2,$$

et que l'on développe suivant les puissances de x_1, y_1, z_1, la quantité comprise sous le signe $\int$, on aura

$$\Omega = \frac{L}{\delta}\int dm - \frac{L}{2\delta^3}\int r_1^2 dm$$
$$+ \frac{3L}{2\delta^5}\left(\alpha^2\int x_1^2 dm + \mathcal{E}^2\int y_1^2 dm + \gamma^2\int z_1^2 dm\right) + D,$$

en désignant par D la partie de Ω qui résulterait des termes de trois dimensions et au-dessus par rapport à x_1, y_1, z_1. Les coordonnées $\alpha, \mathcal{E}, \gamma$, dépendront des angles θ, ψ, φ, et par suite des quantités n, e, c, λ, g, l; la distance δ en sera indépendante; et comme on n'a besoin que des différences partielles de Ω relatives à ces quantités, on pourra supprimer les termes de sa valeur qui ne contiennent que δ. Mettant donc $\delta^2 - \alpha^2 - \mathcal{E}^2$ à la place de γ^2, et observant qu'on a (n° 5)

$$\int (x_1^2 - z_1^2) dm = C - A, \quad \int (y_1^2 - z_1^2) dm = C - B,$$

il en résultera

$$\Omega = \frac{3L}{2\delta^5}\left[(C - A)\alpha^2 + (C - B)\mathcal{E}^2\right] + D.$$

Supposons que L soit la masse du soleil, et désignons par m et ρ sa vitesse angulaire et sa distance moyenne, de sorte qu'en négligeant la masse de la terre par rapport à L, on ait

$$\frac{L}{\rho^3} = m^2.$$

Désignons aussi, relativement à la lune, par L', ρ', δ', α', $6'$, les quantités analogues à L, ρ, δ, α, 6; soit ω le rapport des fractions $\frac{L'}{\rho'^3}$ et $\frac{L}{\rho^3}$ qui mesurent les actions de la lune et du soleil, perturbatrices du mouvement de la terre, ou autrement dit, faisons

$$\frac{L'}{\rho'^3} = \frac{\omega L}{\rho^3} = \omega m^2.$$

En ayant égard en même temps à ces deux forces, la valeur complète de Ω sera

$$\Omega = \frac{3m^2}{2}\left[(C-A)\left(\frac{\alpha^2\rho^3}{\delta^5} + \frac{\omega\alpha'^2\rho'^3}{\delta'^5}\right) + (C-B)\left(\frac{6^2\rho^3}{\delta^5} + \frac{\omega 6'^2\rho'^3}{\delta'^5}\right)\right] + D. \quad (11)$$

(13) La quantité D se composera maintenant de deux séries très-convergentes, l'une relative à l'action du soleil et l'autre à l'action de la lune. Pour en simplifier le calcul, nous considérerons la terre comme un sphéroïde recouvert en très-grande partie d'une couche fluide en équilibre lorsqu'on a seulement égard à la pesanteur et à la force centrifuge; et nous ferons usage de la formule connue qui se rapporte aux attractions de semblables corps (*).

(*) Mécanique céleste, tome II, page 103.

Supposons donc que le rayon r_1, dont l'origine est au centre de gravité de la terre, appartienne à un point de sa surface, dont v_1 et u_1 seront la longitude et la latitude; désignons par r' le rayon moyen de la terre, et faisons

$$r_1 = r'(1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + \ldots\ldots + Y_i + \text{etc.});$$

Y_i étant une fonction rationnelle, entière et du degré i des trois quantités $\cos. u_1$, $\sin. u_1 \sin. v_1$, $\sin. u_1 \cos. v_1$, qui satisfait en outre à cette équation aux différences partielles :

$$\frac{d.\sin. u_1 \frac{dY_i}{du_1}}{du_1} + \frac{1}{\sin.^2 u_1} \frac{d^2 Y_i}{dv_1^2} + i(i+1) Y_i = 0.$$

Supposons aussi le centre du soleil situé sur le prolongement du rayon r_1, de manière que ses trois coordonnées α, β, γ, aient pour valeurs

$$\alpha = \delta \sin. u_1 \sin. v_1, \quad \beta = \delta \sin. u_1 \cos. v_1, \quad \gamma = \delta \cos. u_1.$$

Enfin désignons par M la masse de la terre, et par χ le rapport de la force centrifuge à la pesanteur sous l'équateur. D'après la formule citée, on aura

$$\Omega = \frac{ML}{\delta} + \frac{MLr'^2}{\delta^3}\Big[\tfrac{1}{2}\chi(\cos.^2 u_1 - \tfrac{1}{3}) + Y_2 + \frac{r'}{\delta} Y_3 + \frac{r'^2}{\delta^2} Y_4 + \text{etc.}\Big],$$

pour la partie de Ω relative à l'action du soleil.

Si l'on met dans la première valeur de Ω en série du n° précédent, à la place de α, β, γ, leurs valeurs, et qu'on la compare ensuite à celle-ci, on en conclura

$$\tfrac{1}{2}(3\sin.^2 u_1 \sin.^2 v_1 - 1)\int x_1^2 dm + \tfrac{1}{2}(3\sin.^2 u_1 \cos.^2 v_1 - 1)\int y_1^2 dm + \tfrac{1}{2}(3\cos.^2 u_1 - 1)\int z_1^2 dm = Mr'^2[\tfrac{1}{2}\chi(\cos.^2 u_1 - \tfrac{1}{3}) + Y_2], \quad (12)$$

et en outre

$$D = \frac{MLr'^3}{\delta^4}\left(Y_3 + \frac{r'}{\delta}Y_4 + \text{etc.}\right).$$

La partie de D relative à l'action de la lune se déduira de cette dernière formule, en y changeant L et δ en L' et δ', et supposant que les angles u_1 et v_1 répondent à la direction de son rayon vecteur.

Si la terre était elliptique, la quantité Y_2 subsisterait seule dans l'expression de son rayon variable, et toutes les suivantes Y_3, Y_4, etc., seraient nulles. L'ensemble des nombreuses mesures des degrés et du pendule que l'on a faites, s'écartant fort peu de cette hypothèse, il en faut conclure que Y_3, Y_4, etc., sont, sinon égales à zéro, du moins très-petites par rapport à Y_2. D'ailleurs elles sont multipliées dans Ω, une fois, deux fois, etc., de plus que Y_2 par $\frac{r'}{\delta}$ ou $\frac{r'}{\delta'}$, c'est-à-dire par la parallaxe du soleil ou de la lune; il en résulte donc, pour cette double raison, que la partie D de la formule (11) sera très-petite relativement à l'autre partie, dépendante de C—A et C—B, qui formera à très-peu près la valeur de Ω. Néanmoins nous conserverons, pour plus d'exactitude, la partie D réduite à son premier terme.

En regardant la terre comme un solide de révolution, la quantité Y_3 que ce terme contient, aura pour expression :

$$Y_3 = \xi(\tfrac{1}{5}\cos.^3 u_1 - \tfrac{1}{3}\cos. u_1) = \xi\left(\frac{\gamma^3}{5\delta^3} - \frac{\gamma}{3\delta}\right);$$

ξ étant une constante dépendante de la différence d'aplatissement des deux hémisphères, qu'on devra supposer peu considérable par rapport à l'aplatissement moyen, et, par exemple, au-dessous d'un dix-millième. Faisons en outre

$$C = \frac{2 M r'^2}{5 \sigma};$$

σ étant une quantité qui diffère peu de l'unité d'après l'observation. Si l'on forme les parties de D relatives aux actions du soleil et de la lune; que l'on élimine les masses L et L' comme précédemment, et la masse M au moyen de cette dernière équation, on aura

$$D = \tfrac{1}{2} C m^2 \xi \sigma \left(\frac{r' \rho^3 \gamma^3}{\delta^7} - \frac{5 r' \rho^3 \gamma}{3 \delta^5} + \frac{\omega r' \rho'^3 \gamma'^3}{\delta'^7} - \frac{5 \omega r' \rho'^3 \gamma'}{3 \delta'^5} \right). \quad (13)$$

Cette valeur de D suffira, en général, à l'objet que nous nous proposons; elle ne contient, comme on voit, que des puissances impaires de γ et γ'; elle renfermerait des puissances semblables des autres coordonnées $\alpha, \alpha', 6, 6'$, si l'on avait égard à la non-symétrie de la terre autour de son axe: nous donnerons plus bas un exemple du peu d'influence sur le mouvement de la terre, des termes de D qui résulteraient de cette considération.

(14) La valeur la plus générale de Y_2 est de la forme:

$$Y_2 = \eta (\tfrac{1}{3} - \cos.^2 u_1) + \eta' \sin.^2 u_1 \cos. 2 v_1 + \eta'' \sin.^2 u_1 \sin. 2 v_1 + \eta''' \sin. 2 u_1 \cos. v_1 + \eta^{\text{IV}} \sin. 2 u_1 \sin. v_1;$$

$\eta, \eta', \eta'', \eta''', \eta^{\text{IV}}$, étant cinq coëfficients constants. En la substituant dans l'équation (12), on en conclura en premier lieu

$$\eta'' = 0, \quad \eta''' = 0, \quad \eta^{\text{IV}} = 0;$$

ce qui provient de ce que les droites d'où les angles u_1 et v_1 sont comptés, sont des axes principaux. Si l'on exprime ensuite les intégrales que cette équation renferme, au moyen des moments d'inertie A, B, C (n° 5), on trouvera qu'elle peut s'écrire ainsi :

$$\tfrac{3}{4}(2C-A-B)(\tfrac{1}{3}-\cos.^2 u_1)+\tfrac{3}{4}(A-B)\sin.^2 u_1 \cos. 2v_1$$
$$=Mr'^2(\eta-\tfrac{1}{2}\chi)(\tfrac{1}{3}-\cos.^2 u_1)+Mr'^2\eta'\sin.^2 u_1 \cos. 2v_1.$$

Elle se décomposera donc en deux autres, savoir :

$$A-B=\tfrac{4}{3}Mr'^2\eta',$$
$$2C-A-B=\tfrac{4}{3}Mr'^2(\eta-\tfrac{1}{2}\chi).$$

L'aplatissement d'un méridien quelconque, résultant de la valeur de Y_2, sera exprimé par $\eta+\eta'\cos. 2v_1$. D'après les observations du pendule, il est sensiblement le même pour tous les méridiens; il faut donc que η' soit très-petit par rapport à η, et aussi par rapport à $\eta-\frac{1}{2}\chi$, parce que $\frac{1}{2}\chi$ n'est pas le tiers de η; par conséquent la différence B—A est très-petite relativement à 2C—A—B, et aussi à l'égard de chacune des différences C—A et C—B.

La dernière équation, mise sous la forme

$$\frac{2C-A-B}{C}=\frac{10\sigma}{3}(\eta-\tfrac{1}{2}\chi), \qquad (14)$$

au moyen de la valeur de C du n° précédent, nous sera utile dans la suite de ce Mémoire.

(15) Cela posé, si nous désignons par x, y, z, les trois coordonnées rectangulaires du centre du soleil, relatives à des axes menés par le centre de la terre suivant des directions fixes; que nous prenions pour celui des x, la droite d'où l'on compte l'angle ψ, et pour celui de z la droite per-

pendiculaire au plan de cet angle (nº 1), nous aurons, d'après les formules de la transformation des coordonnées,

$$\alpha = x(\cos.\theta \sin.\psi \sin.\varphi + \cos.\psi \cos.\varphi)$$
$$+ y(\cos.\theta \cos.\psi \sin.\varphi - \sin.\psi \cos.\varphi) - z \sin.\theta \sin.\varphi,$$
$$\beta = x(\cos.\theta \sin.\psi \cos.\varphi - \cos.\psi \sin.\varphi)$$
$$+ y(\cos.\theta \cos.\psi \cos.\varphi + \sin.\psi \sin.\varphi) - z \sin.\theta \cos.\varphi,$$
$$\gamma = x \sin.\theta \sin.\psi + y \sin.\theta \cos.\psi + z \cos.\theta.$$

On en déduira α', β', γ', en y remplaçant x, y, z, par les coordonnées analogues du centre de la lune que nous représenterons par x', y', z'.

Nous supprimerons, comme plus haut, dans les différences partielles de Ω, les termes dépendants de l'angle $nt + l$. Or, en considérant les valeurs de θ, ψ et φ données par les équations (4), il est facile de voir que les parties de α^2, β^2, γ^3, γ, et de semblables quantités relatives à la lune, qui dépendront de la première puissance de e, ne contiendront que des puissances impaires de $nt + l$; il en sera de même à l'égard de la partie de Ω, linéaire par rapport à f et f', et résultant des formules (11) et (13); donc aussi les valeurs correspondantes de $\frac{d\Omega}{df}$ et $\frac{d\Omega}{df'}$ ne renfermeront que des termes à courte période, et devront être entièrement supprimées. Ainsi en négligeant les termes qui ont pour facteur f ou f', les équations (9) se réduiront à

$$df = 0 \quad df' = 0;$$

et dans cette première approximation, les quantités f et f' seront constantes abstraction faite des termes insensibles dont la période est un jour ou un sous-multiple du jour.

(16) Si l'on tenait compte de la non-symétrie de la terre

autour de son axe, cette circonstance introduirait dans D des puissances impaires de $\alpha, \alpha', 6, 6'$, qui donneraient lieu à des termes indépendants de $nt + l$ parmi ceux du premier ordre par rapport à e. Il est bon d'en apprécier l'influence, et de montrer qu'elle serait tout-à-fait insensible.

Pour cela, soit

$$\mu \sin. u_1 \cos. v_1,$$

un des termes de Y_3 dus à cette cause; μ étant un coëfficient constant, très-petit par rapport à l'aplatissement de la terre, et, par exemple, au-dessous d'un dix-millième. La partie correspondante de D ou de Ω, sera

$$\Omega = Cm^2\mu\left(\frac{s\rho^4\alpha}{\delta^5} + \frac{s'\rho'^4\alpha'}{\delta'^5}\right);$$

en faisant, pour abréger,

$$\frac{5\sigma r'}{2\rho} = s, \quad \frac{5\omega\sigma r'}{2\rho'} = s';$$

et d'après les quantités qui entrent dans s et s', on peut les évaluer avec une approximation suffisante, à

$$s = 0,0001, \quad s' = 0,1.$$

En mettant pour α et α' leurs valeurs, après y avoir substitué celles de θ, ψ et φ, on trouvera que la partie de Ω linéaire en f et f', et indépendante de l'angle $nt + l$, se composera de termes de cette forme :

$$\Omega = \frac{Cm^2\mu}{n}[s(Nf + N'f')\cos.(abnt - \nu t - c_1) \\ + s'(Qf + Q'f')\cos.(abnt - \nu' t - c')];$$

les coëfficients constants N, N', Q, Q', étant des fractions peu

considérables à cause des facteurs a ou b qu'ils renfermeront; ν, ν', c_1 et c', désignant aussi des constantes données, et νt provenant du mouvement du soleil, et $\nu' t$ de celui de la lune. En faisant en dehors des cosinus $A = B = C$ et $abn = m$, ce qui est suffisamment exact, la première équation (9) donnera

$$df = -[sN' \cos.(abnt - \nu t - c_1) + s'Q' \cos.(abnt - \nu' t - c')] \mu m n dt,$$

et en intégrant

$$f = \mu n \left[\frac{sm}{\nu - abn} N' \sin.(abnt - \nu t - c_1) + \frac{s'm}{\nu' - abn} Q' \sin.(abnt - \nu' t - c') \right].$$

La valeur de f', donnée par la seconde équation (9), se déduira de celle de f, en changeant le signe, et y mettant N et Q à la place de N' et Q'. Il suffira d'examiner la valeur de f.

Le diviseur $\nu - abn$ aura la plus petite valeur quand νt sera le moyen mouvement du soleil; il sera alors égal à environ un septième de m, et l'on aura

$$\frac{sm}{\nu - abn} < 0,001.$$

Si $\nu' t$ est le moyen mouvement de la lune, ou treize fois celui du soleil, il en résultera

$$\frac{s'm}{\nu' - abn} < \frac{1}{120}.$$

Cette dernière quantité sera à peu près douze fois plus grande, lorsque $\nu' t$ sera le moyen mouvement du périgée ou du nœud

de la lune; mais dans ce cas, le coëfficient Q' par lequel elle est multipliée aura pour facteur l'excentricité ou l'inclinaison de l'orbite lunaire sur l'écliptique. Tout cela joint à la petitesse du facteur μ, nous fait voir que le rapport $\frac{f}{n}$, résultant de la formule précédente, ne sera qu'une fraction insensible qui ne s'élèvera pas à un millionième. Il en sera de même à l'égard de $\frac{f'}{n}$; d'où nous concluons que la non symétrie de la terre autour de son axe ne fera pas varier sensiblement les quantités f et f'; ce qu'il s'agissait de démontrer.

D'après la valeur précédente de Ω, les coëfficients que nous avons représentés par F et F' à la fin du n° 11, auront pour expressions :

$$F = \frac{m^2 \mu s}{n} CN, \quad F' = \frac{m^2 \mu s}{n} CN';$$

ce qui justifie ce que nous avons dit sur le degré de petitesse de ces quantités et du terme de $\delta^2 \mu$ qui dépend de leur produit.

(17) Si nous voulons connaître les inégalités séculaires qui peuvent affecter les valeurs de f et f', il faudra conserver dans les seconds membres des équations (9) les termes qui renferment les premières puissances de ces quantités, et dont les coëfficients sont indépendants, non-seulement de $nt + l$, mais encore de l'angle $ab(nt + c)$, des moyens mouvements du soleil et de la lune, et de ceux du périgée et du nœud de l'orbite lunaire, afin qu'on puisse les considérer comme constants. Les termes qui renferment n indépendamment de nt dans les valeurs de θ, ψ et φ ayant pour facteur e, il en sera de même à l'égard de $\frac{d\Omega}{dn}$; par conséquent les

seconds termes des formules (9) seront du deuxième ordre par rapport à f et f', et, comme tels, devront être négligés. On ne conservera donc que les premiers qui dépendront de la partie de Ω dépendante du carré de e.

Pour l'obtenir, prenons le plan de l'écliptique à une époque déterminée pour celui des x, y, sur lequel on compte l'angle ψ; ce qui permettra de supprimer l'ordonnée z, dans les valeurs de α, β, γ. Si nous négligeons, en outre, l'excentricité de l'orbite solaire, et que nous représentions par v la longitude du soleil, comptée de la même origine que ψ, mais en sens contraire de cet angle, nous aurons

$$\delta = \rho, \quad x = \rho \cos. v, \quad y = r \sin. v, \quad z = 0;$$

d'où il résultera (n° 15)

$$\begin{aligned} \alpha &= \rho[\sin.(v+\psi)\cos.\theta \sin.\varphi + \cos.(v+\psi)\cos.\varphi], \\ \beta &= \rho[\sin.(v+\psi)\cos.\theta \cos.\varphi - \cos.(v+\psi)\sin.\varphi], \\ \gamma &= \rho \sin.(v+\psi)\sin.\theta; \end{aligned}$$

formules dans lesquelles $v+\psi$ sera la longitude du soleil, comptée du nœud descendant de l'équateur. En rejetant les termes dépendants de cet angle, on aura simplement

$$\begin{aligned} \alpha^2 &= \tfrac{1}{2}\rho^2(\cos.^2\theta \cos.^2\varphi + \sin.^2\varphi), \\ \beta^2 &= \tfrac{1}{2}\rho^2(\cos.^2\theta \sin.^2\varphi + \cos.^2\varphi); \end{aligned}$$

et les puissances impaires de γ qui entrent dans la formule (13) seront égales à zéro.

Je substitue dans α^2 pour θ et φ leurs valeurs; je néglige les puissances de e supérieures au carré, ainsi que les termes dépendants de l'angle $ab(nt+c)$, ce qui fera disparaître les premières puissances de k et k'; de cette manière, il vient

$$\alpha^2 = \tfrac{1}{2}\rho^2[\cos.^2\lambda \cos.^2(nt+l) + \sin^2(nt+l)]$$
$$-\frac{\rho^2 e^2}{2n^2}\Big[h\cos.^2\lambda + \tfrac{1}{2}k^2\cos.2\lambda + [h'(1+\cos.^2\lambda) - 2kk'\cos.^2\lambda]\sin.2(nt+l)$$
$$+(k'^2\cos.^2\lambda - h\cos.^2\lambda - \tfrac{1}{2}k^2\cos.2\lambda)\cos.2(nt+l)\Big];$$

et l'on aura en même temps

$$h = \frac{1}{8C^2}[B(C-A) + A(C-B) - C(B-A)\cos.2(nt+l)],$$
$$h' = \frac{B-A}{8C}\sin.2(nt+l),$$
$$k^2 = \frac{1}{4C^2}[B(C-A) + A(C-B) + C(B-A)\cos.2(nt+l)],$$
$$k'^2 = \frac{1}{4C^2}[B(C-A) + A(C-B) - C(B-A)\cos.2(nt+l)],$$
$$kk' = \frac{1}{4C^2}[B(C-A) + A(C-B)]\sin.2(nt+l);$$

au moyen de quoi, l'on trouve

$$\alpha^2 = \frac{A(C-B)\rho^2 e^2 \sin.^2\lambda}{8C^2 n^2},$$

en supprimant la partie indépendante de e, qui disparaîtrait par les différentiations relatives à f et f', et négligeant les termes dépendants de $nt+l$. On trouvera de même

$$6^2 = \frac{B(C-A)\rho^2 e^2 \sin.^2\lambda}{8C^2 n^2}.$$

Si l'on néglige l'excentricité et l'inclinaison de l'orbite lunaire, les valeurs de α'^2 et $6'^2$ se déduiront des précédentes en y changeant ρ en ρ'; l'ordonnée γ' sera nulle ainsi que γ, et par suite la valeur de D donnée par la formule (13). En vertu de l'équation (11), on aura donc

$$\Omega = \frac{3m^2(1+\omega)\sin.^2\lambda}{16n^2C^2}(A+B)(C-A)(C-B)(f^2+f'^2).$$

Par conséquent, les équations (9) deviendront

$$df = -\Lambda m f dt, \quad df' = \Lambda m f dt,$$

en faisant pour abréger,

$$\frac{3m}{8n}\frac{(A+B)(C-A)(C-B)}{ABC}(1+\omega)\sin.^2\lambda = \Lambda;$$

et si nous désignons par E et Γ les deux constantes arbitraires, nous aurons en intégrant :

$$f = n\mathrm{E}\cos.(\Lambda mt + \Gamma), \quad f' = n\mathrm{E}\sin.(\Lambda mt + \Gamma).$$

D'après les données qu'on a sur les quantités qui entrent dans Λ, la période de ces inégalités séculaires de f et f' surpasserait cent millions d'années : si elles étaient sensibles, ce seraient les plus lentes de toutes celles qui existent dans le système planétaire.

(18) Les valeurs correspondantes de p, q, r, données par les équations (4) seront

$$p = na\mathrm{E}\cos.(abnt - \Lambda mt - \Gamma),$$
$$q = nb\mathrm{E}\sin.(abnt - \Lambda mt - \Gamma),$$
$$r = n\left[1 - \frac{(2C-A-B)\mathrm{E}^2}{4C} + \frac{(B-A)\mathrm{E}^2}{4C}\cos.2(abnt - \Lambda mt - \Gamma)\right].$$

A cause que abn est un peu plus grand que m, la période des valeurs de p et q sera d'un peu moins d'une année. En désignant par Δ la distance angulaire de l'axe de rotation à celui du plus grand moment d'inertie C, on aura

$$\sin.\Delta = \sqrt{\frac{p^2+q^2}{p^2+q^2+r^2}} = a\mathrm{E},$$

en négligeant le cube de E, et observant que les quantités a et b sont à très-peu près égales. Le pôle de rotation décrirait donc chaque année à la surface de la terre un cercle d'un rayon égal à aE, celui de la terre étant pris pour unité; d'où il résulterait, dans les latitudes géographiques, une variation annuelle double de aE; or, l'observation n'ayant fait reconnaître aucune variation sensible dans la latitude d'un même lieu, on en peut conclure que l'angle aE est au-dessous d'une seconde, et en prenant $\frac{1}{18}$ pour la valeur de a, il s'ensuit que E est au-dessous d'un dix-millième. Mais il y a lieu de penser que cette limite est encore trop élevée, et que le coëfficient aE est du même ordre de petitesse que les forces perturbatrices, c'est-à-dire du même ordre que le produit du rapport $\frac{m^2}{n^2}$ et de l'aplatissement de la terre.

Les termes du développement de Ω qui dépendront de l'angle $abnt$, ayant pour facteur cette quantité aE, on vérifie maintenant ce que nous avons dit précédemment (n° 8), savoir, qu'ils ne peuvent avoir aucune influence sensible sur l'intégrale seconde de la formule (8), lors même qu'ils acquerront par une double intégration le diviseur $\left(ab-\frac{m}{n}\right)^2$, ce qui ne les empêchera pas de rester au-dessous de l'ordre de grandeur des forces perturbatrices.

La vitesse de rotation θ déduite de ces valeurs de p, q, r (n° 1), aura pour expression :

$$\theta = n\left[1+\frac{(A+B)(C-A)(C-B)E^2}{4ABC}\left(1+\frac{B-A}{B+A}\cos.2(abnt-\Lambda mt-\Gamma)\right)\right].$$

Donc, d'après ce qui a été démontré à l'égard de n et de l'in-

tégrale $\int n\,dt$, les variations de θ seront insensibles, et l'intégrale $\int \theta\,dt$ sensiblement proportionnelle au temps.

Nous tirerons de tout ce qui précède les conclusions suivantes :

1° L'action du soleil et de la lune sur le sphéroïde terrestre ne produit aucun déplacement des pôles de rotation à la surface de la terre, et l'axe de rotation coïncide constamment avec celui du plus petit moment d'inertie; d'où il résulte que la longitude et la latitude de chaque lieu de la terre sont invariables, ce qui n'aurait pas lieu si l'axe de rotation ne rencontrait pas toujours sa surface dans les mêmes points.

2° La vitesse de rotation est aussi sensiblement invariable.

3° L'intégrale de cette vitesse multipliée par l'élément du temps, ou l'angle décrit par chaque point de la terre en vertu de sa rotation, croît proportionnellement au temps employé à le décrire, abstraction faite de petites inégalités qui seront toujours insensibles.

Les deux premières propositions étaient déja démontrées dans le Ve livre de la *Mécanique céleste* et dans mon Mémoire *sur la Rotation de la Terre.* C'est dans ce Mémoire que la troisième a été démontrée pour la première fois, par une analyse différente de la précédente. Elle n'est pas une conséquence nécessaire de la seconde ; car pour parvenir à celle-ci, il suffit, en général, de considérer les termes du premier ordre par rapport aux forces perturbatrices, et pour démontrer l'autre, il était nécessaire d'avoir égard, comme nous l'avons fait, aux termes du secondordre.

L'intervalle de temps pendant lequel l'intégrale $\int \delta dt$ augmente de quatre angles droits, est la durée du jour sidéral; cette durée est donc constante, et les jours sidéraux successifs peuvent servir de mesure au temps, ainsi que cela se pratique effectivement dans les observations astronomiques.

(19) Puisque les quantités ae et be sont regardées comme insensibles, il en sera de même à l'égard de k, k', h, h', et les valeurs de θ, ψ et φ du n° 3, se réduiront à

$$\theta = \lambda, \quad \psi = g, \quad \varphi = nt + l.$$

La fonction Ω ne contiendra plus n indépendamment de $nt + l$; par conséquent la différence partielle $\frac{d\Omega}{dn}$ qui entre dans la valeur de dl sera nulle; et en vertu des deux dernières équations (7), on aura

$$dl = \cos.\lambda\, dg;$$

ce qui fera connaître l au moyen de g ou de ψ. Mais il suffira de déterminer les angles θ et ψ en fonctions de t, pour fixer à chaque instant la position de l'équateur terrestre et de l'axe de rotation qui lui est perpendiculaire.

Si l'on néglige les quantités du second ordre par rapport aux forces perturbatrices, la différentiation relative à l ne laissera subsister dans $\frac{d\Omega}{dl}$ que des termes dépendants de $nt + l$, qui n'augmenteront pas par l'intégration; en les supprimant donc, désignant par V la partie de Ω indépendante de $nt + l$, et mettant θ et ψ à la place de λ et g, les quatrième et cinquième équations (7) deviendront

$$\left.\begin{aligned} d\theta &= \frac{dV}{d\psi} \cdot \frac{dt}{Cn \sin.\theta}, \\ d\psi &= -\frac{dV}{d\theta} \cdot \frac{dt}{Cn \sin.\theta}. \end{aligned}\right\} (15)$$

Ainsi les déplacements de l'équateur par rapport à des plans fixes, se détermineront au moyen de ces deux équations très-simples auxquelles j'étais déja parvenu d'une autre manière.

On peut remarquer que les coordonnées 6 et $6'$, α et α' qui entrent dans Ω, se déduisent l'une de l'autre en augmentant φ d'un angle droit (nº 15); d'où il résulte que quand on rejettera, pour former V, les termes dépendants de l'angle φ et de ses multiples, on aura $6^2 = \alpha^2$, $6'^2 = \alpha'^2$, et, par conséquent (nº 12),

$$V = \frac{3m^2}{2}(2C - A - B)\left(\frac{\alpha^2 \rho^3}{\delta^5} + \frac{\omega \alpha'^2 \rho'^3}{\delta'^5}\right) + D; \quad (16)$$

la partie D étant toujours donnée par l'équation (15).

§ III.

Formules de la précession et de la nutation.

(20) Prenons, comme précédemment, le plan de l'écliptique à une époque déterminée pour celui de l'angle ψ, qui sera aussi le plan des coordonnées x' et y', x et y; et rappelons-nous que ψ sera la longitude du nœud descendant de l'équateur, comptée à partir d'une ligne fixe, en sens contraire de la rotation de la terre (nº 2). Désignons par v' la longitude de la lune, par l' celle du nœud ascendant de son orbite, et par π' celle de son périgée; ces trois angles étant comptés à

partir de la même ligne fixe que ψ, mais en sens contraire, de sorte que $v'+\psi$, $l'+\psi$, $\pi'+\psi$ soient les longitudes comptées, à l'ordinaire, dans le sens de la rotation et à partir du nœud descendant de l'équateur. Représentons par λ' l'inclinaison de l'orbite lunaire sur le plan fixe, et par e' son excentricité. Faisons, pour un moment,

$$[1+\text{tang.}^2\lambda' \sin.^2(v'-l')]^{-\frac{1}{2}}=\text{U};$$

nous aurons, sans rien négliger,

$$x'=\text{U}\delta'\cos.v',\quad y'=\text{U}\delta'\sin.v',\quad z'=\text{U}\delta'\text{tang.}\lambda'\sin.(v'-l'),$$

et par conséquent

$$\alpha'=\text{U}\delta'[\cos.\theta\sin.(v'+\psi)\sin.\varphi+\cos.(v'+\psi)\cos.\varphi \\ -\sin.\theta\,\text{tang.}\lambda'\sin.(v'-l')\sin.\varphi].$$

Si l'on supprime les termes qui contiendraient $\sin.2\varphi$ ou $\cos.2\varphi$, on en déduira

$$\alpha'^2=\tfrac{1}{4}\text{U}^2\delta'^2\{1+\cos.^2\theta+\sin.^2\theta\cos.2(v'+\psi) \\ +\sin.^2\theta\,\text{tang.}\lambda'[1-\cos.2(v'-l')] \\ -2\sin.\theta\cos.\theta\,\text{tang.}\lambda'[\cos.(\psi+l')-\cos.(2v'+\psi-l')]\}.$$

Par les formules du mouvement elliptique, on a

$$\frac{\delta'}{\rho'}=1+\tfrac{1}{2}e'^2-e'\cos.(m't+\varepsilon'-\pi')-\tfrac{1}{2}e'^2\cos.2(m't+\varepsilon'-\pi'),$$
$$v'=m't+\varepsilon'+2e'\sin.(m't+\varepsilon'-\pi')+\tfrac{5}{4}e'^2\sin.2(m't+\varepsilon'-\pi') \\ -\tfrac{1}{4}\lambda'^2\sin.2(m't+\varepsilon'-l'),$$

en désignant par $m't+\varepsilon'$ la longitude moyenne de la lune, et négligeant les termes du troisième ordre par rapport à λ' et e'. Au même degré d'approximation, et d'après ces valeurs

on trouvera

$$\frac{\alpha'^2 \rho'^3}{\delta'^3} = \tfrac{1}{4}\left(1 + \frac{3e'^2}{2} - \tfrac{1}{2}\lambda'^2\right)(1 + \cos.^2\theta) + \tfrac{1}{4}\lambda'^2 \sin.^2\theta$$
$$- \tfrac{1}{2}\lambda' \sin.\theta \cos.\theta \cos.(\psi + l') + \tfrac{1}{8}\lambda'^2 \sin.^2\theta \cos 2(\psi + l')$$
$$+ \tfrac{1}{4} \sin.^2\theta \cos. 2(m't + \varepsilon' + \psi):$$

les termes périodiques qui dépendent de $m't + \varepsilon'$ augmentant beaucoup moins que les autres par l'intégration, on a négligé λ' et e' dans leurs coëfficients, ce qui les a réduits au dernier terme de cette formule. Si l'on avait égard aux perturbations de la lune dans les valeurs de δ' et v', il en résulterait d'autres termes périodiques dépendants des moyens mouvements de la lune et du soleil, qu'on peut négliger relativement à ce dernier terme. Celui qui proviendrait de la *variation* et qui dépendrait du double moyen mouvement du soleil, croîtrait à la vérité dans un plus grand rapport par l'intégration; mais d'après la grandeur de cette inégalité de la lune, il serait environ un centième du terme semblable, dû à l'action directe du soleil sur le sphéroïde terrestre, et l'on peut en conséquence en faire abstraction. Les inégalités principales dont λ' et l' sont affectés, et qui ont la même période que la variation, donneraient lieu à des termes encore plus petits.

Relativement au soleil, désignons par $mt + \varepsilon$ sa longitude moyenne, par π celle de son périgée, par e l'excentricité de l'orbite, par λ son inclinaison sur le plan fixe des x, y, et par l la longitude du nœud ascendant sur ce même plan; la formule précédente s'appliquera immédiatement à cet astre, en y supprimant les accents; de plus l'inclinaison λ de l'écliptique mobile sur l'écliptique fixe étant une très-petite quan-

tité, on pourra négliger son carré; et alors on aura simplement

$$\frac{\alpha^2 \rho^3}{\delta^5} = \tfrac{1}{4}\left(1 + \frac{3e^2}{2}\right)(1 + \cos.^2\theta) - \tfrac{1}{2}\lambda \sin.\theta \cos.\theta \cos.(\psi + l) + \tfrac{1}{4}\sin.^2\theta \cos.2(mt + \varepsilon + \psi).$$

Au moyen de ces résultats, l'équation (16) deviendra

$$V = \tfrac{3}{8} m^2 (2C - A - B) \Big\{ \left(1 + \omega + \frac{3e^2}{2} + \frac{3\omega e'^2}{2} - \frac{\omega\lambda'^2}{2}\right)(1 + \cos.^2\theta) - [\lambda \cos.(\psi + l) + \omega\lambda' \cos.(\psi + l')] \sin.2\theta + \omega\lambda'^2 [1 + \tfrac{1}{2}\cos.2(\psi + l')] \sin.^2\theta + [\cos.2(mt + \varepsilon + \psi) + \omega \cos.2(m't + \varepsilon' + \psi)] \sin.^2\theta \Big\},$$

en faisant abstraction de la quantité D.

Cette formule ne contient, comme on voit, aucun terme dépendant du périgée du soleil ou de celui de la lune. Il n'en serait pas de même si l'on tenait compte de la partie D, donnée par l'équation (13); les puissances impaires de γ et γ' y introduiraient des termes qui dépendraient de $\psi + \pi$ ou de $\psi + \pi'$; mais en considérant qu'ils auraient pour facteurs l'excentricité et la parallaxe du soleil ou de la lune, et qu'en outre le coëfficient $C\xi$ de la formule (13) est beaucoup moindre que le coëfficient $2C - A - B$ de la précédente, on voit qu'ils peuvent être négligés par rapport à ceux que nous avons conservés. L'expression de D renfermerait aussi des termes dépendants de l'angle $3\psi + \pi' + 2l'$, qui croîtraient à peu près vingt fois plus par l'intégration que ceux qui répondent à l'angle $\psi + \pi'$; mais comme ils auraient pour facteur $e'\lambda'^2$ au lieu de e', ils seraient encore moindres que ceux-ci, et négligeables à plus forte raison.

(21) L'inclinaison moyenne de l'orbite lunaire sur l'écliptique mobile, est, comme on sait, sensiblement invariable;

pour cette raison, il est bon de l'introduire dans la formule précédente à la place de l'inclinaison λ' sur l'écliptique fixe. Or en la désignant par c, et négligeant les quantités du troisième ordre par rapport à λ, λ' et c, on aura

$$\lambda' \sin. l' = c \sin. l' + \lambda \sin l,$$
$$\lambda' \cos. l' = c \cos. l' + \lambda \cos. l.$$

En effet, prenons dans le plan de l'orbite lunaire, un point dont la distance au soleil soit l'unité; et représentons par x sa longitude sur l'écliptique fixe. Ses distances à ce plan et à l'écliptique mobile seront exprimées par $\lambda' \sin.(x-l')$ et $c \sin.(x-l')$, au degré d'approximation où nous nous arrêtons; de plus la partie de la première distance, interceptée entre les deux écliptiques, aura pour valeur $\lambda \sin.(x-l)$; et enfin, cette partie pourra être considérée comme l'excès de la première distance sur la seconde. On aura donc

$$\lambda \sin.(x-l) = \lambda' \sin.(x-l') - c \sin.(x-l'),$$

quel que soit x; et en y faisant successivement $x = 0$ et x égal à un angle droit, il en résultera les deux équations précédentes.

Par leur moyen, et en négligeant le produit λc, la valeur de V deviendra définitivement

$$\begin{aligned} V = \tfrac{3}{8} m'^2 (2C - A - B) \Big\{ & \left(1 + \omega + \frac{3e^2}{2} + \frac{3\omega e'^2}{2} - \frac{\omega c^2}{2}\right)(1 + \cos.^2 \theta) \\ & - [(1+\omega)\lambda \cos.(\psi + l) + \omega c \cos.(\psi + l')] \sin. 2\theta \\ & + \omega c^2 [1 + \tfrac{1}{2} \cos. 2(\psi + l')] \sin.^2 \theta \\ & + [\cos. 2(mt + \varepsilon + \psi) + \omega \cos. 2(m't + \varepsilon' + \psi)] \sin.^2 \theta \Big\}; \end{aligned}$$

et en la substituant dans les équations (15), nous aurons

$$d\theta = \frac{3m^2(2C-A-B)}{4nC}\Big\{[(1+\omega)\lambda\sin.(\psi+l)+\omega c\sin.(\psi+l')]\cos.\theta$$
$$-[\tfrac{1}{2}\omega c^2\sin.2(\psi+l')+\sin.2(mt+\varepsilon+\psi)+\omega\sin.2(m't+\varepsilon'+\psi)]\sin.\theta\Big\}\,dt,$$
$$d\psi = \frac{3m^2(2C-A-B)}{4nC}\Big\{\left(1+\omega+\frac{3e^2}{2}+\frac{3\omega'^2}{2}-\frac{3\omega c^2}{2}\right)\cos.\theta$$
$$+[(1+\omega)\lambda\cos.(\psi+l)+\omega c\cos.(\psi+l')]\frac{\cos.2\theta}{\sin.\theta}$$
$$-[\tfrac{1}{2}\omega c^2\cos.2(\psi+l')+\cos.2(mt+\varepsilon+\psi)+\omega\cos.2(m't+\varepsilon'+\psi)]\cos.\theta\Big\}\,dt.$$

(22) Pour intégrer ces expressions, supposons que le temps t soit compté de l'époque où l'écliptique mobile coïncidait avec le plan de l'angle ψ, et donnons pour origine à cet angle et aux autres longitudes, l'équinoxe du printemps de la même époque. Nous aurons à la fois $t=0$, $\lambda=0$, $\psi=0$. Désignons à cet instant par e_1 et h, les valeurs de e et de θ; observons que les variations de e' sont insensibles, aussi bien que celles de c; négligeons dans une première approximation celles de θ et de e, la quantité λ, et les termes périodiques qui dépendent des angles l', $mt+\varepsilon$, $m't+\varepsilon'$; faisons enfin, pour abréger,

$$\zeta = \frac{3m^2(2C-A-B)}{4nC}\left(1+\omega+\frac{3e^2}{2}+\frac{3\omega e'^2}{2}-\frac{3\omega c^2}{2}\right)\cos.h.$$

Nous aurons

$$d\theta=0,\quad d\psi=0,\quad \theta=h,\quad \psi=\zeta t.$$

Les inégalités séculaires de e, $\lambda\sin.l$ et $\lambda\cos.l$, ne sont pas assez bien connues pour qu'on puisse en faire usage dans les valeurs de $d\theta$ et $d\psi$; mais à cause de leur extrême lenteur, on peut les supposer développées suivant les puissances de t, et s'arrêter à la première. Soit donc

$$e = e_1 + ft, \quad \lambda \sin. l = gt, \quad \lambda \cos. l = g't;$$

f, g, g', étant des coëfficients constants qui dépendent des masses des planètes. Substituons ces valeurs et les précédentes de θ et ψ, dans les expressions qu'il s'agit d'intégrer; négligeons le carré de t et les inégalités périodiques; il en résultera

$$d\theta = \frac{3m^2(2C - A - B)(1 + \omega)\cos. h}{4nC} g t dt,$$

$$d\psi = \zeta dt + \frac{3m^2(2C - A - B)\cos. h}{4nC}[3e_1 f + 2(1 + \omega)g' \cot. 2h] t dt;$$

et en ayant égard à ce que représente ζ, et intégrant, on en conclura

$$\left.\begin{aligned} \theta &= h + \tfrac{1}{2}\zeta g t^2, \\ \psi &= \zeta t + \left(\frac{3e_1 f}{2(1 + \omega)} + g' \cot. 2h\right)\zeta t^2. \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

Quant aux termes périodiques dont nous avons fait abstraction, il suffira de les intégrer en regardant θ comme constant et ψ comme nul; on pourra aussi n'avoir égard qu'à la partie constante du moyen mouvement du nœud de la lune, de sorte que si l'on fait

$$l' = \text{б} t + \text{б}',$$

$\text{б}'$ et $\text{б}'$ seront des quantités constantes; et vu la petitesse des termes qui renferment $mt + \varepsilon$ et $m't + \varepsilon$, nous y remplacerons ces angles par v et v' après l'intégration. En appelant alors Θ et Ψ les parties périodiques qu'il faudra ajouter aux formules (18), nous aurons

$$\left.\begin{aligned}
\Theta &= -\frac{\omega c\zeta}{(1+\omega)\beta}\cos.(\beta t+\beta') + \frac{\omega c^2\zeta\,\text{tang.}h}{4(1+\omega)\beta}\cos.2(\beta t+\beta') \\
&\quad + \frac{\zeta\,\text{tang.}h}{2(1+\omega)}\left(\frac{\cos.2v}{m} + \frac{\omega\cos.2v'}{m'}\right), \\
\Psi &= \frac{2\omega c\zeta\cot.2h}{(1+\omega)\beta}\sin.(\beta t+\beta') - \frac{\omega c^2\zeta}{4(1+\omega)\beta}\sin.2(\beta t+\beta') \\
&\quad - \frac{\zeta}{2(1+\omega)}\left(\frac{\sin.2v}{m} + \frac{\omega\sin.2v'}{m'}\right).
\end{aligned}\right\}(19)$$

On devrait ajouter à ces valeurs des constantes qui les rendissent nulles quand $t=0$; mais on peut s'en dispenser en supposant que h représente maintenant l'inclinaison θ qui a lieu à cette époque, diminuée de la valeur correspondante de Θ, et que l'origine de l'angle ψ est l'équinoxe de la même époque, corrigée de même de la valeur de Ψ.

(23) Les formules (18) déterminent à chaque instant la position moyenne de l'équateur par rapport à l'écliptique fixe. Elles ne diffèrent de celles de la *Mécanique céleste* (*) qu'en ce que nous avons conservé dans la seconde le très-petit terme dépendant de la variation de l'excentricité de l'orbite solaire, et développé les inégalités séculaires suivant les puissances du temps. On s'assurera de leur coïncidence en développant ainsi les formules de M. Laplace, jusqu'à la seconde puissance inclusivement, et observant que, d'après ses notations comparées aux nôtres, on a

$$\Sigma c\sin.\beta=0,\quad \Sigma c\cos.\beta=0,\quad \Sigma cf\cos.\beta=g,\quad \Sigma cf\sin.\beta=-g'.$$

Soit actuellement θ' l'inclinaison de l'équateur sur l'écliptique mobile. Projetons l'équinoxe du printemps sur l'éclip-

(*) Tome II, page 318.

tique fixe, et désignons par ψ' la distance angulaire de cette projection à la ligne fixe d'où l'on compte l'angle ψ, en sorte que $\psi - \psi'$ soit sa distance au nœud descendant de l'équateur sur l'écliptique fixe. Pour déterminer θ' et ψ', concevons une sphère dont le centre soit celui de la terre, et considérons le petit triangle sphérique formé par les trois arcs compris entre les intersections de l'équateur et des deux écliptiques. Le côté compris sur l'écliptique fixe sera $\psi + l$; et comme la longitude l appartient au nœud ascendant de l'écliptique mobile sur ce plan, il en résulte que l'angle opposé sera le supplément de θ'. Les deux autres seront θ et λ; on aura donc

$$\cos.\theta' = \cos.\theta\cos.\lambda - \cos.(\psi + l)\sin.\theta\sin.\lambda.$$

Appelons δ le côté compris sur l'équateur; abaissons de l'équinoxe du printemps, un arc perpendiculaire au côté opposé; le segment adjacent à l'équateur sera $\psi - \psi'$, et dans le triangle rectangle dont il fait partie, on aura

$$\text{tang.}(\psi - \psi') = \text{tang.}\delta\cos.\theta.$$

Enfin dans le premier triangle, nous aurons aussi

$$\sin.\delta = \frac{\sin.(\psi + l)\sin.\lambda}{\sin.\theta'}.$$

Ces trois équations sont rigoureuses; mais en les résolvant, nous négligerons les puissances de λ supérieures au carré. La première donne alors

$$\theta' = \theta + \lambda\cos.(\psi + l) + \tfrac{1}{2}\lambda^2\sin.^2(\psi + l)\cot.\theta;$$

on tire de la troisième

$$\delta = \frac{\lambda\sin.(\psi + l)}{\sin.\theta} - \frac{\lambda^2\sin.2(\psi + l)\cos.\theta}{2\sin.^2\theta},$$

et ensuite de la seconde

$$\psi' = \psi - \lambda \sin.(\psi + l)\cot.\theta + \tfrac{1}{2}\lambda^2 \sin.(\psi + l)\cot.^2\theta.$$

On a dû conserver le carré de λ dans ces valeurs de θ' et ψ', puisque nous poussons l'approximation jusqu'aux termes dépendants du carré du temps. Par la même raison, les valeurs de $\lambda \sin. l$ et $\lambda \cos. l$ relatives à l'écliptique moyenne que nous y substituerons, seront de la forme :

$$\lambda \sin. l = gt + kt^2, \quad \lambda \cos. l = g't + k't^2;$$

g et g' étant les mêmes que précédemment, et k et k' d'autres coëfficients constants. Au moyen des équations (18), on aura de cette manière

$$\left.\begin{aligned} \theta' &= h + g't - (\tfrac{1}{2}g\zeta - \tfrac{1}{2}g^2\cot.h - k')t^2, \\ \psi' &= (\zeta - g\cot.h) - \left(\frac{3e_1\zeta f}{2(1+\omega)} + \frac{\zeta g'}{\sin.2h} - gg'\cot.^2 h + k\cot.h\right)t^2. \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

(24) Ces valeurs de θ' et ψ' se rapportent aux positions moyennes de l'équateur et de l'écliptique; pour avoir les valeurs de ces angles qui répondent à la position vraie de l'équateur, il y faudra ajouter celles de Θ et Ψ qui sont données par les équations (19); et pour qu'elles répondent aussi à la position vraie de l'écliptique, on y ajoutera encore d'autres termes provenant des inégalités périodiques du soleil en latitude. Mais dans la pratique de l'astronomie, on réduit les positions observées de cet astre à l'écliptique moyenne; ce qui dispense de faire subir cette seconde correction aux valeurs de θ' et ψ'. Toutefois, il ne sera pas inutile de former les expressions complètes de ces angles, tels qu'ils résulteraient de l'observation immédiate.

Soit donc z la latitude du soleil; de sorte qu'on ait

$$z = \lambda \sin.(v - l),$$

en négligeant toujours le cube de λ. Dans la différentielle première de z, les quantités λ et l ne devront pas varier, conformément à la théorie connue des constantes arbitraires; si donc on fait $\frac{dz}{dt} = z'$, et qu'on prenne simplement $\frac{dv}{dt} = m$, il en résultera

$$z' = m\lambda \cos.(v - l).$$

On conclut de ces deux équations :

$$\lambda \sin. l = \frac{z'}{m} \sin. v - z \cos. v,$$

$$\lambda \cos. l = \frac{z'}{m} \cos. v + z \sin. v.$$

Donc en appelant $\theta_{\prime}$ et $\psi_{\prime}$ les termes correspondants de θ' et ψ', négligeant les carrés et le produit de z et z', et mettant h et ζt à la place de θ et ψ, on aura, d'après les formules du n° précédent,

$$\theta_{\prime} = \frac{z'}{m} \cos.(v + \zeta t) + z \sin.(v + \zeta t),$$

$$\psi_{\prime} = \frac{z'}{m} \sin.(v + \zeta t) - z \cos.(v + \zeta t);$$

et il ne restera qu'à ajouter ces valeurs avec celles de Θ et Ψ aux formules (20), pour avoir les expressions complètes de θ' et ψ', c'est-à-dire les expressions de ces angles qui répondent au plan tangent à la trajectoire du soleil, mené par le centre de la terre.

Par exemple, la principale inégalité du soleil en latitude,

est celle qui provient de l'action de la lune sur la terre. En y ayant égard, on a

$$z = a \sin.(v' - l'), \quad z' = am' \cos.(v' - l');$$

a désignant un coëfficient constant qui dépend de la masse de la lune, et dont la valeur est 0",587 en prenant pour cette masse un soixante-quinzième de la terre. On a aussi

$$m' = m\,13{,}369;$$

au moyen de quoi, l'on trouve

$$\theta_{\iota} = 4'',217 \cos.(v' - l' - v - \zeta t) + 3'',634 \cos.(v' - l' + v + \zeta t),$$
$$\psi_{\iota} = -4'',217 \sin.(v' - l' - v - \zeta t) + 3'',634 \sin.(v' - l' + v + \zeta t).$$

(25) D'après le sens suivant lequel les angles ψ et ψ' sont comptés, le mouvement des équinoxes sera rétrograde, si ces angles croissent avec le temps; or, le premier terme de la valeur de ψ surpassant les autres, et son coëfficient ζ étant positif en vertu de l'équation (17), il en résulte que ce mouvement est rétrograde, au moins sur l'écliptique fixe; et il l'est effectivement sur les deux écliptiques. Quant à la grandeur de ce mouvement, résultant de la valeur de ζ, elle dépend des moments d'inertie de la terre, et ne peut être déterminée que par l'observation. Pour l'obtenir, nous ferons usage de la *précession* annuelle déterminée par M. Bessel, qui l'a trouvée égale à 50",37572 pour l'année 1750, en la rapportant à l'écliptique fixe de la même époque. Si l'on prend pour unité l'année julienne de 365j,25, et que l'on fixe l'origine du temps t au premier janvier 1751, le coëfficient ζ de t dans la valeur de ψ sera cette précession; ainsi nous aurons

$$\zeta = 50'',37572.$$

Nous emploierons le rapport ω de l'action de la lune à celle du soleil, que M. Laplace a conclu de l'observation des marées (*), savoir :

$$\omega = 2{,}35333.$$

Ces valeurs sont les deux données spéciales de la question qui nous occupe. On a en outre, selon M. Bessel,

$$h = 23^\circ 28' 18''.$$

On a aussi

$$e_1 = 0{,}016814.$$

Quant aux autres constantes contenues dans les formules (18) et (20), elles dépendent des masses des planètes que l'on adopte. Nous emploierons les valeurs des masses les plus récemment déterminées, telles qu'elles sont données dans la cinquième édition de l'*Exposition du système du monde*. En recalculant d'après ces masses, les constantes du tome III de la *Mécanique céleste*, M. Bouvard a trouvé

$$\begin{aligned} f &= -0{,}000000424696,\\ g &= 0'',066314,\\ k &= 0'',000018658,\\ g' &= -0'',456917,\\ k' &= 0'',000005741. \end{aligned}$$

Au moyen de ces différentes valeurs, les formules (18) et (20) deviennent

$$\begin{aligned} \theta &= 23^\circ 28' 18'' + t^2 . 0'',00008001,\\ \psi &= t . 50'',37572 - t^2 . 0'',00010905, \end{aligned}$$

(*) *Mécanique céleste*, tome V, page 208.

$$\theta' = 23^\circ 28' 18'' - t.0'',45692 - t^2.0''000002242,$$
$$\psi' = t.50'',22300 + t^2.0'',00011637.$$

L'angle θ' est l'obliquité moyenne de l'écliptique. Sa grandeur pour l'année 1813, conclue des solstices d'été de cette année et de 1812 et 1814 observés à Paris, en prenant leur résultat moyen et $9'',40$ pour le coëfficient de la nutation, est

$$\theta' = 23^\circ 27' 49'',28.$$

Si l'on fait $t = 62,5$ dans l'expression précédente de θ', on trouve

$$\theta' = 23^\circ 27' 49'',03.$$

La différence entre le calcul et l'observation ne serait donc que de $0'',25$; mais pour vérifier convenablement l'expression de θ', il faudra la comparer à un plus grand nombre de solstices consécutifs. Les trois solstices d'hiver observés à la même époque donnent une obliquité trop petite de $1'',45$; et l'on sait qu'en effet, ils sont moins propres que ceux d'été à cette détermination.

Si l'on fait $t = -2850$, on aura l'obliquité qui avait lieu 1100 ans avant l'ère chrétienne, ce qui répond à l'époque de l'observation chinoise, citée dans l'*Exposition du système du monde* (*). Suivant cette observation, on aurait

$$\theta' = 23^\circ 54',$$

et d'après la formule précédente, on a seulement

$$\theta' = 23^\circ 49' 42''.$$

(*) Quatrième édition, page 450.

La différence $4' 18''$ est à peu près le cinquième de la diminution totale de l'obliquité depuis cette ancienne époque jusqu'à nos jours; elle semblerait indiquer un décroissement de l'obliquité plus rapide que nous ne le supposons; mais il est plus probable que cette différence provient de l'inexactitude de l'observation chinoise.

La précession annuelle est la différence des valeurs de ψ' qui répondent à t et $t+1$; elle est par conséquent

$$50'',22311 + t.0''00023274.$$

L'année sidérale est constante et égale en jours moyens à $365^j,256374$; pendant cet intervalle de temps, le soleil décrit $360°$, d'où l'on conclut par une proportion le temps qu'il emploie à décrire l'arc de la précession; en le retranchant ensuite de l'année sidérale, on aura la longueur de l'année équinoxiale, savoir :

$$365^j,242219 - i.0^j,000006655;$$

i désignant un nombre de siècles dont l'origine est toujours en 1750. Il en résulte que l'année équinoxiale diminue d'à-peu près une demi-seconde par siècle.

(26) Les observations donnent

$$\frac{m'}{m} = 0,0748, \quad c = 0,08983, \quad \beta = -0,33782;$$

cette vitesse β du nœud lunaire répondant à l'année julienne prise pour unité. La quantité m rapportée à la même unité est un peu moindre que $360°$; mais on peut négliger la différence dans les formules (19). Au moyen de ces valeurs et de celles de ζ, h et ω du n° précédent, on trouve

$$\Theta = 9'',40041 . \cos. l' - 0'',09167 . \cos. 2l'$$
$$+ 0'',519 . \cos. 2v + 0'',092 \cos. 2v',$$
$$\Psi = -17'',56677 . \sin. l' + 0'',84445 . \sin. 2l',$$
$$- 1'',196 . \sin. 2v - 0'',211 . \sin. 2v';$$

l' étant la longitude du nœud ascendant de la lune, comptée de l'équinoxe du printemps.

Le coëfficient du terme principal de la nutation en latitude ou de la valeur de Θ, est, comme on voit, à très-peu près $9'',40$; sa valeur, déterminée par l'observation directe, serait $9'',25$ suivant M. Brinkley, et seulement $8'',977$ d'après M. de Lindeneau. La différence de ces trois résultats tient en partie aux erreurs des observations, et aussi à ce que la valeur de ω que nous avons employée, est peut-être encore un peu trop forte. Pour accorder la théorie et le résultat de M. de Lindeneau, il faudrait prendre

$$\omega = 2,03745;$$

ce qui réduirait la masse de la lune à un 87e de celle de la terre; réduction qu'il est difficile d'admettre, si l'on a égard à d'autres phénomènes qui s'accordent à donner une masse de la lune plus considérable (*). La valeur de ω du n° précédent suppose cette masse un 75e de celle de la terre.

M. Bessel a le premier introduit dans les calculs astronomiques le terme de Θ qui dépend de l'angle $2l'$; il n'y a pas de raison pour négliger le terme correspondant de Ψ dont le coëfficient est neuf fois plus considérable.

(*) *Mécanique céleste*, tome III, page 159.

(27) Il nous reste à considérer la variation du jour solaire produite par les déplacements de l'équateur et de l'écliptique.

Si l'on regarde l'équateur comme fixe, et que l'on transporte au soleil les mouvements de ce plan en sens contraire de leurs directions, le jour solaire se réglera sur le mouvement résultant du soleil parallèlement à l'équateur fixe, combiné avec la rotation de la terre. Ce mouvement du soleil aura lieu dans un plan mobile dont la position sera déterminée à chaque instant, par son inclinaison θ' sur le plan fixe et par l'angle δ du n° 23, lequel angle exprimera la distance du nœud ascendant du soleil sur le même plan fixe, à l'intersection de ce plan et de l'écliptique fixe. Désignons par u l'ascension droite du soleil, comptée de cette intersection, et par v_1 sa distance angulaire à son nœud ascendant; nous aurons

$$\text{tang.}\,(u-\delta)=\cos.\,\theta'\,\text{tang.}\,v_1.$$

Soit aussi δ_1 le troisième côté du triangle sphérique du n° cité, dont les deux autres côtés sont δ et $\psi+l$, et les angles opposés, θ,λ et le supplément de θ'. Nous aurons de même

$$\text{tang.}\,(v-\psi-l)=\cos.\,\lambda\,\text{tang.}\,(v_1-\delta_1);$$

v étant toujours la longitude du soleil comptée sur l'écliptique fixe à partir de la même origine que u. Par les formules connues, on tire de ces deux équations :

$$u=\delta+v_1-\text{tang.}^2\tfrac{1}{2}\theta'\sin.2v_1+\tfrac{1}{2}\text{tang.}^4\tfrac{1}{2}\theta'\sin.4v_1$$
$$-\tfrac{1}{3}\text{tang.}^6\tfrac{1}{2}\theta'\sin.6v_1+\text{etc.},$$
$$v_1=\delta_1-\psi-l+v+\tfrac{1}{4}\lambda^2\sin.2(v-\psi-l),$$

en négligeant les puissances de λ supérieures au carré. Le

triangle du n° 23 donne, en outre

$$\sin.\delta = \frac{\sin.\lambda \sin.(\psi + l)}{\sin.\theta'}, \quad \sin.\delta_1 = \frac{\sin.\theta \sin.(\psi + l)}{\sin.\theta'}.$$

On a d'ailleurs, d'après ce n°,

$$\theta = \theta' - \lambda \sin.(\psi + l) - \tfrac{1}{2}\lambda^2 \sin.^2(\psi + l) \cot.\theta';$$

d'où il résulte

$$\sin.\delta_1 = \sin.(\psi + l) - \tfrac{1}{2}\lambda \cos.(\psi + l) \sin.(\psi + l) \cot.\theta'$$
$$- \tfrac{1}{2}\lambda^2 \sin.^3(\psi + l) \cot.^2\theta' - \tfrac{1}{2}\lambda^2 \cos.(\psi + l) \sin.^2(\psi + l);$$

et si nous faisons

$$\lambda \sin.(\psi + l) = p, \quad \lambda \cos.(\psi + l) = q,$$

et que nous négligions toujours le cube de λ, nous aurons simplement

$$\delta = \frac{p}{\sin.\theta'},$$
$$\delta_1 = \psi + l - p \cot.\theta' - \tfrac{1}{2} p q.$$

La valeur de v_1 deviendra

$$v_1 = v - p \cot.\theta' - \tfrac{1}{2} p q + \tfrac{1}{4}(q^2 - p^2) \sin.2v + \tfrac{1}{2} p q \cos.2v;$$

et celle de u prendra la forme :

$$u = v - p \cot.\tfrac{1}{2}\theta' - \tfrac{1}{2} p q + \mathrm{P},$$

en faisant pour abréger,

$$\mathrm{P} = \tfrac{1}{4}(q^2 - p^2) \sin.2v + \tfrac{1}{2} p q \cos.2v - \mathrm{tang.}^2 \tfrac{1}{2}\theta' \sin.2v_1$$
$$+ \tfrac{1}{2} \mathrm{tang.}^4 \tfrac{1}{2}\theta' \sin.4v_1 - \tfrac{1}{3} \mathrm{tang.}^6 \tfrac{1}{2}\theta' \sin.6v_1 + \mathrm{etc.}$$

La vitesse n de rotation de la terre étant constante, et l'in-

tégrale $\int n\,dt$, proportionnelle au temps et égale à nt (n° 11), il en résulte que la distance variable d'un méridien quelconque à une position fixe, sera $nt + c$, en désignant par c une constante arbitraire. Si donc on désigne par s l'ascension droite du soleil à partir de ce méridien, et qu'on fasse

$$v = mt + \varepsilon + Q,$$

$mt + \varepsilon$ étant la longitude moyenne du soleil, et Q la partie périodique de sa longitude vraie, on aura

$$s = (n - m)t + p \cot.\tfrac{1}{2}\theta' + \tfrac{1}{2}pq - P - Q,$$

en faisant la constante $c - \varepsilon$ égale à zéro. Appelons s' la partie non-périodique de cette valeur de s. Pour l'obtenir, il faudra faire (n° 23) :

$$p = gt + (k + g'\zeta)t^2, \quad \cot.\tfrac{1}{2}\theta' = \cot.\tfrac{1}{2}h - \frac{g't}{2\sin.^2\tfrac{1}{2}h}, \quad pq = gg't^2,$$

et supprimer les termes P et Q, ce qui donnera

$$s' = (n - m + g\cot.\tfrac{1}{2}h)t + Ht^2,$$

où l'on a fait, aussi pour abréger,

$$(k + g\zeta - \tfrac{1}{2}gg'\cot.\tfrac{1}{2}h)\cot.\tfrac{1}{2}h = H.$$

Le temps apparent et le temps moyen dépendront respectivement des mouvements des astres dont les ascensions droites seraient s et s'. La différence de ces deux angles, réduite en temps à raison d'une heure pour 15°, exprimera la différence du midi vrai au midi moyen, ou ce qu'on appelle l'équation du temps. En calculant ses valeurs numériques, il faudra employer les valeurs complètes de θ', p et q, résul-

tant du n° 24; mais nous ne nous occuperons ici que de la valeur de s' ou du temps moyen.

(28) Le jour moyen sera l'intervalle de temps pendant lequel cet angle s' augmentera de 360°; en appelant x sa longueur, on aura donc

$$360° = (n - m + g\cot.\tfrac{1}{2}h)x + 2xtH.$$

L'unité de temps est arbitraire; si l'on veut qu'elle soit le jour moyen à l'époque de 1750, on aura $x = 1$ et $t = 0$, et par conséquent

$$360° = n - m + g\cot.\tfrac{1}{2}h.$$

La valeur de m donnée par l'observation et rapportée à cette unité, est

$$m = 0°,98561.$$

La valeur de g du n° 25 répondant à l'année julienne, il faudra la diviser par 365,25, ce qui rendra le terme $g\cot.\tfrac{1}{2}h$ inutile à considérer. On aura donc

$$n = 360°,98561\ ;$$

et le jour sidéral exprimé en fraction du jour moyen sera $0^{j},997276$.

Après avoir divisé les valeurs numériques de g, g' et ζ par 365,25, et celle de k par le carré de ce nombre, afin de les rapporter à la nouvelle unité de temps, on trouve

$$H = \frac{0'',00017344}{(365,25)^2}.$$

Soit en outre $t = i.36525$, de manière que i représente un nombre de siècles dont l'origine est en 1750; la grandeur

variable du jour moyen sera

$$x = 1 - \frac{i.0,7328}{(100000)^2};$$

ce qui montre que sa diminution séculaire sera presque insensible.

Si nous faisons $s' = \tau.360°$, la variable τ sera la mesure du temps en jours moyens, et d'après les valeurs de s' et de H, on aura

$$t = \tau - \frac{\tau^2.0,000001338}{(36525)^2}.$$

Le temps t n'est donc pas rigoureusement proportionnel à cette mesure; et quoiqu'il s'en écarte fort peu, il sera bon cependant d'avoir égard à la différence dans le mouvement de la lune à cause de sa rapidité. Ainsi la longitude moyenne $m't + \varepsilon'$ de la lune deviendra

$$m'\tau + \varepsilon' - i^2 m'(0,000001338).$$

Le dernier terme s'ajoutera à son équation séculaire, comprise dans ε'; et le moyen mouvement diurne de la lune étant

$$m' = 13°,1763,$$

à l'époque actuelle, il en résultera

$$-i^2.0'',06348,$$

pour la valeur de ce dernier terme; ce qui diminuera l'équation séculaire d'environ un 300e de sa valeur. L'effet de cette diminution sera, par exemple, d'augmenter d'environ 40'', la longitude de la lune en l'an 720 avant notre ère, époque des plus anciennes éclipses observées par les Chaldéens, qui nous aient été transmises. La même cause produira aussi,

dans la longitude du soleil, un très-petit terme proportionnel au carré du nombre de siècles, dont le coëfficient ne sera que d'un millième de seconde.

Au reste, ces variations séculaires du jour moyen et du temps mesuré en jours moyens, comme celles de la précession annuelle et de l'obliquité de l'écliptique, sont des inégalités périodiques, mais dont la période et l'étendue ne pourraient être bien appréciées actuellement, vu l'incertitude qui existe encore sur quelques-unes des données de l'observation dont elles dépendent. Les premiers termes de leurs développements suivant les puissances du temps suffisent aux besoins de l'astronomie.

(29) En substituant dans l'équation (17) les valeurs de ζ, ω, h et e_1 du n° 25; observant que la valeur de m rapportée à la même unité de temps que celle de ζ, est

$$m = 359°,99371,$$

et que l'on a en outre,

$$\frac{m}{n} = 0,0027303, \quad e' = 0,054865, \quad c = 0,08983,$$

cette équation (17) donne

$$\frac{2C - A - B}{C} = 0,0065122. \qquad (21)$$

Comme on a à très-peu près $A = B$, il en résulte

$$\frac{C - A}{C} = 0,0032561;$$

et en négligeant le cube de cette fraction, on en déduit

$$\frac{C - A}{A} = \frac{C - A}{C}\left(1 + \frac{C - A}{C}\right) = 0,0032667.$$

On peut prendre cette valeur pour celle du produit des quantités a et b du n° 2; en comparant alors ce produit au rapport $\frac{m}{n}$, on voit qu'il le surpasse de plus d'un septième, ainsi que nous l'avons dit dans le premier paragraphe de ce Mémoire.

Au moyen des équations (14) et (21), nous aurons maintenant

$$(\eta - \tfrac{1}{2}\chi)\sigma = 0{,}001954.$$

L'aplatissement η de la terre qui paraît résulter de l'ensemble des observations du pendule, est

$$\eta = \frac{1}{289},$$

ce qui est la valeur du rapport χ de la force centrifuge à la pesanteur sous l'équateur. On aura par conséquent

$$\eta - \tfrac{1}{2}\chi = \frac{1}{578};$$

et l'on en conclura

$$\sigma = 1{,}12922.$$

La terre étant un sphéroïde aplati, si elle était en outre homogène, le rapport que représente σ (n° 13) serait l'unité; sa masse restant la même, si sa densité est croissante de la surface au centre, ce rapport augmentera et pourra devenir plus grand que l'unité, comme on le trouve en effet; ce qui montre que le cas d'une densité croissante a réellement lieu. D'après l'expérience de Cavendish et les attractions des montagnes, la densité moyenne de la terre est quintuple de celle de l'eau, et à peu près double de celle des substances solides qui se rencontrent le plus généralement à sa surface; or, on

peut satisfaire à cette condition d'une densité superficielle moitié de la densité moyenne, et à la valeur précédente de σ par une infinité d'hypothèses sur la variation de la densité intérieure, dont la loi nous est inconnue : je ferai seulement remarquer qu'on ne pourrait pas supposer que cette variation ne s'étendît qu'à une profondeur peu considérable au-dessous de la surface. En effet, si la terre était formée d'un noyau sensiblement homogène, recouvert d'une couche dont la densité varierait du simple au double dans le sens de son épaisseur, en sorte qu'on pût la considérer comme une couche homogène, d'une densité égale aux trois quarts de la moyenne, on trouverait par un calcul facile que pour représenter la valeur de σ dans cette hypothèse, il faudrait que cette épaisseur surpassât le quart du rayon total qui est par conséquent la moindre profondeur où l'accroissement de densité puisse s'étendre.

MÉMOIRE

SUR LES OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES,

FAITES A L'OBSERVATOIRE ROYAL DE PARIS,

PAR M. A. BOUVARD.

Lu à l'Académie des Sciences, le 23 avril 1827 (1).

LES observations météorologiques que je me suis proposé de discuter dans ce Mémoire, sont au nombre de plus de cent mille, tant barométriques que thermométriques; elles ont été faites avec d'excellents instruments, établis en 1810, à l'Observatoire. Mais comme ce n'est qu'au commencement de 1816, qu'on a entrepris dans cet établissement un système régulier d'observations, propres à faire connaître la variation diurne du baromètre, j'ai dû abandonner toutes

(1) Les observations météorologiques de l'Observatoire royal sont faites, depuis 1808, par mon frère *Joseph-Marie Bouvard*, agent du Bureau des Longitudes, chargé spécialement de ces observations. M. le baron de Humboldt n'a donc pas été exact, dans sa Relation historique, 5ᵉ livraison, page 305, lorsqu'il dit que les observations météorologiqnes que M. Arago publie dans son Journal de physique et de chimie, sont de ce savant.

celles qui sont antérieures à cette époque, pour ne calculer que celles qui pouvaient conduire à des résultats utiles. Mon travail est donc fondé, pour les observations barométriques, sur les observations qui ont été faites sans interruption, jour par jour à neuf heures du matin, à midi, à trois heures et à neuf heures du soir, depuis le premier janvier 1816, jusqu'au premier janvier 1827.

Le baromètre dont on se sert à l'Observatoire, est à cuvette mobile; son tube a un diamètre intérieur d'environ 14 millimètres. Le zéro de l'échelle est marqué par l'extrémité d'une pointe d'ivoire, qu'on met en contact avec la surface du mercure de la cuvette, au moyen d'une vis qui fait monter ou descendre cette surface. La monture de l'instrument est en cuivre; l'échelle est divisée en millimètres et demi millimètres, et le vernier donne directement des cinquantièmes de millemètres. Un thermomètre centigrade, est fixé à la monture de l'instrument, pour faire connaître la température approchée du mercure, à chaque observation.

Le thermomètre qui sert à mesurer la température de l'air extérieur, est exposé au nord, à 8 mètres environ au-dessus du sol, et sur une cage en bois autour de laquelle l'air circule librement. La graduation est selon le système de Réaumur; elle a été vérifiée au moyen d'un excellent instrument, construit par M. Gay-Lussac. Dans les tableaux suivants, les degrés ont été réduits à ceux de l'échelle centigrade.

Des observations barométriques.

On sait, depuis long-temps, que le baromètre éprouve dans nos climats, comme à l'équateur, une variation diurne

périodique dont la marche devient sensible, quand on combine assez d'observations, pour compenser les effets fortuits des causes accidentelles. Un seul mois suffit pour la manifester, et l'on trouve ainsi que le baromètre atteint sa plus grande élévation à 9 heures du matin, et qu'il descend ensuite jusque vers 3 heures après midi; à partir de cette époque, il remonte, produit son second maximum à 9 heures du soir, et redescend de nouveau pour présenter, le jour suivant, le même phénomène. L'excès de la plus grande hauteur, qui répond à 9 heures du matin, sur la plus petite, qui répond à 3 heures du soir, fait donc connaître l'étendue de cette espèce de marée atmosphérique, pour le lieu où les observations ont été faites. Mais pour en avoir la valeur, il ne suffit pas d'employer les observations de quelques mois, il faut y comprendre celles de plusieurs années, afin d'arriver à un résultat, qui ne soit que le produit des causes régulières.

J'ai donc relevé sur les registres de l'Observatoire royal, les observations faites pendant onze années, à 9 heures du matin, à midi, à trois et à neuf heures du soir. J'en ai formé un grand nombre de tableaux préparatoires, qui contiennent dans des colonnes verticales, les observations aux mêmes heures, pour tous les jours de chaque mois, pendant ces onze années. A côté des hauteurs barométriques, sont écrits les degrés du thermomètre de correction. Ayant ensuite divisé la somme de chaque colonne, par le nombre des jours contenus dans le mois correspondant, il en est résulté les hauteurs moyennes barométriques et thermométriques, relatives à chaque mois. Ces hauteurs moyennes barométriques, ont été ensuite réduites à zéro de température, au

moyen de la table qu'on trouvera à la suite de ce mémoire (1).

Le tableau I renferme toutes les conséquences de ces premiers calculs. Le tableau II n'est que le résumé du premier. On y trouve la hauteur moyenne du baromètre, pour les différentes heures du jour, et l'étendue de l'oscillation diurne de 9 heures du matin à 3 heures, et de 3 heures à 9 heures du soir. La dernière ligne de ce tableau, fait connaître la valeur moyenne de ces quantités, pour les onze années calculées. On voit que le résultat moyen des observations faites chaque jour, pendant ces onze années, donne $0^{m},756$ pour la période de 9 heures du matin à 3 heures du soir, et $0^{m},373$, ou seulement la moitié environ, pour celle de 3 heures à 9 heures du soir.

Le tableau III est aussi le résumé du premier, mais sous une autre forme : on y a réuni les hauteurs moyennes barométriques des mois de même dénomination, pour les onze années calculées, et l'on en a fait autant pour les périodes diurnes. Cette disposition met en évidence, non-

(1) Je dois faire remarquer ici, que pour réduire les hauteurs barométriques à zéro de température, je n'ai pas suivi la méthode ordinaire, qui consiste à opérer la réduction pour chaque observation en particulier. Ce travail minutieux, appliqué à un si grand nombre d'observations, eût exigé un temps considérable, en même temps qu'il aurait été la source infaillible, d'un grand nombre d'erreurs de copie et de calcul. J'ai pu m'en dispenser, en appliquant à la hauteur moyenne mensuelle barométrique, la correction résultant de la hauteur moyenne du thermomètre, pour chaque mois. Cette méthode a d'autant moins d'inconvénients pour l'exactitude, que le baromètre étant renfermé dans un appartement, n'est pas soumis à de grands changements de température, dans l'intervalle d'un mois. M. Ramond est, je crois, le premier qui en a usé ainsi, dans son ouvrage sur la météorologie.

seulement les différences de hauteurs qui existent entre les diverses heures du jour, mais encore celles qui ont lieu chaque mois aux mêmes heures. Il en résulte, comme M. Ramond l'a remarqué depuis long-temps, que le choix des heures et des mois d'observation ne doit pas être indifférent, quand il s'agit de déterminer la pression moyenne de l'atmosphère dans un lieu donné. Suivant ce tableau, les plus grandes hauteurs barométriques de l'année, semblent avoir lieu au mois de janvier, et les plus petites aux mois d'avril et d'octobre. L'excès du *maximum* de hauteur sur le *minimum*, est de $3^m,39$, quantité qui indique que l'incertitude de la hauteur moyenne absolue du baromètre, à Paris, doit être d'environ $0^m,15$ en plus ou en moins. Cette incertitude, déjà fort légère, cessera probablement, quand on pourra ajouter aux observations précédentes, celles que l'avenir permettra de faire.

Ce tableau montre encore, que l'étendue de la période barométrique, n'est pas la même pour chaque mois. Sa variation ne paraît pas avoir de rapport, avec celle de la hauteur du baromètre, car on voit cette période conserver pour ainsi dire la même valeur, tandis que le mercure passe de sa plus grande à sa plus petite hauteur. Mais en examinant le premier tableau des hauteurs moyennes du baromètre, pour chacun des 132 mois considérés dans ce Mémoire, on trouve, comme M. Laplace l'avait déjà reconnu, d'après les calculs que je lui avais communiqués, il y a quelques années, que le résultat moyen des variations diurnes de 9 heures du matin à trois heures du soir, des trois mois de novembre, décembre et janvier, a été constamment plus faible chaque année, que le résultat des trois mois suivants, février, mars et avril. En effet, la variation moyenne des onze années, d'après le

troisième tableau, a été de $0^{m},557$ pour les trois premiers mois, et $0^{m},940$ pour les trois mois suivants. La moyenne de ces six premiers mois, est de $0^{m},748$ à fort peu de chose près égale à la variation diurne moyenne des onze années complètes. Les six autres mois n'offrent rien de semblable, car on trouve $0^{m},752$, pour la variation diurne moyenne des mois de mai, juin et juillet, et $0^{m},802$ pour celle d'août, septembre et octobre, dont la moyenne de ces six derniers mois est $0^{m},777$. Il y a donc une cause annuelle inconnue, qui l'augmente dans les mois de février, mars et avril, qui la diminue dans les mois de novembre, décembre et janvier, et qui la soutient dans une valeur intermédiaire, pendant les six autres mois de l'année. Ce phénomène est bien constaté; il ne saurait être l'effet du hasard, et il sera intéressant d'en découvrir le principe.

On chercherait vainement, dans les variations diurnes de 3 heures à 9 heures du soir, un phénomène analogue à celui qui vient d'être confirmé, dans la période de 9 heures du matin à 3 heures du soir. Le troisième tableau montre que la valeur de cette période, change à peine de $0^{m},3$ dans l'année, et que ses oscillations ne présentent aucune régularité dans leur marche. Si ces oscillations de peu d'étendue, renferment une loi constante, il est possible que cette loi reste inaperçue, à cause des observations erronées du soir, qui ne sont pas exactement comparables à celles du jour, d'abord parce qu'en général elles ne se font pas toujours exactement à 9 heures, et qu'ensuite il peut y avoir une différence dans la manière d'établir le contact et de lire le vernier, à l'aide d'une bougie ou à l'aide de la lumière du jour.

Il nous reste à tenter la détermination de la valeur de

la période de 9 heures du soir à 3 heures du matin, et celle de la période de 3 heures à 9 heures du matin; mais ici les observations qui doivent servir à cette recherche sont peu nombreuses. On conçoit, en effet, qu'il est bien difficile, pour une seule personne, de s'astreindre à observer le jour et la nuit, quand le résultat ne promet pas un intérêt assez puissant, pour dédommager de la peine qu'il occasionne. Toutefois, le système régulier d'observation que l'on suit à l'Observatoire de Paris, permet d'essayer cette recherche, sinon exactement, du moins par approximation. Chaque jour on observe les hauteurs du baromètre et du thermomètre, au moment du lever du soleil. Pendant le mois de juin, et les quinze premiers jours de juillet, les observations ont lieu à 4 heures du matin, heure qui est à peu près celle où arrive le premier *minimum* de hauteur du mercure. En recherchant dans les registres, les observations faites chaque année vers cette époque, on a pu en réunir 495, depuis 1815 jusqu'en 1826 inclusivement. Les ayant réduites comme les précédentes, pour les comparer aux observations faites aux autres heures des mêmes jours, on en a composé le tableau IV, où se trouvent en évidence les quatre périodes barométriques des 24 heures du jour. Quoiqu'elles soient déduites d'un aussi petit nombre d'observations, on voit que celle de 9 heures du matin à 3 heures du soir, diffère assez peu de celle qu'on a trouvée plus haut, par les onze années complètes d'observations. La période de 3 heures à 9 heures du soir est plus faible; celle de 4 heures à 9 heures du matin est manifeste; mais celle de 9 heures du soir à 4 heures du matin n'offre rien de certain. Sa valeur est en général petite, et change souvent de signe d'une année à l'autre : en l'adop-

tant, il en résulterait qu'il n'y a pas de *minimum* le matin; il est plus probable que l'incertitude de la valeur de cette période, vient de ce que le *maximum* du soir et le *minimum* du matin, ne répondent pas exactement à 9 heures et à 4 heures, qui sont les instants où les observations ont été faites.

Des quatre périodes diurnes barométriques, la mieux constatée est donc celle de 9 heures du matin à 3 heures du soir. On sait que sa valeur n'est pas la même pour tous les climats, et qu'elle diminue à mesure que la latitude augmente. Nous reproduirons ici l'intéressant tableau que M. de Humboldt a publié sur ce fait, (Relation historique, 5e livraison, page 312), en y introduisant la variation diurne que nous avons trouvée pour Paris, et celle que M. Gambart a déduite de ses observations, pour Marseille.

Tableau des variations diurnes du baromètre, suivant les latitudes.

OBSERVATEURS.		PÉRIODE DIURNE.
Humboldt et Bonpland........	Amérique équatoriale, lat. 23° nord à 12° sud, entre 0t à 1500t d'élévation.	2^m,55
La Condamine...	A Quito, au Pérou, à 0° de lat. et à 1492t au-dessus de la mer.	2 ,82
Duperrey.......	A Payta, côtes du Pérou, lat. 5° au niveau de la mer........	3 ,40
Bussingault et Rivero.........	Santa-Fé de Bogota, à 4°, 35′ nord, à 1366t d'élévation.....	2 ,39
	La Guiara, lat. 10°, 36′ nord, au bord de la mer..........	2 ,44
Dorta, Freycinet et Erchwege..	Brésil, Rio-Janeiro, lat. 22°, 54′ sud, et aux Missions des Indiens..	2 ,34
Léopold de Buch.	Las-Palmas, Canaries, lat. 28°, 8′ nord	1 ,10
Coutelle........	Au Caire, Égypte, lat. 30°, 3′ nord	1 ,75
Marqué-Victor...	Toulouse, lat. 43°, 34′ nord...........................	1 ,20
Gambart.......	Marseille, lat. 43°, 18′ nord..........................	0 ,72
Billet..........	Chambéry, lat. 45°, 34′ nord, 137t d'élévation............	1 ,00
Ramond........	Clermont-Ferrand, lat. 45°, 46′ nord, 210t................	0 ,94
Herrenscheneider.	Strasbourg, lat. 48°, 34′ nord.........................	0 ,80
Bouvard aîné...	Paris, Observatoire, lat. 48°, 50′ nord..................	0 ,76
Nell de Bréauté..	La Chapelle, près Dieppe, lat. 49°, 55′ nord	0, 36
Besses et Sommer.	Kœnisberg, lat. 54°, 42′ nord..........................	0 ,20
Parry..........	lat. 74° nord..........................	0 ,00

En examinant ce tableau, on remarquera que la plus grande valeur de la période barométrique a lieu à peu près sous l'équateur, et au niveau de la mer; qu'elle est un peu plus

petite à Quito, à 1500 toises au-dessus des eaux de l'Océan; que les observations sous la zône torride la donnent sensiblement plus faible, et qu'à mesure qu'on s'éloigne de l'équateur, elle diminue au point de devenir insensible à de grandes latitudes. Cette loi est générale, à quelques exceptions près, relatives principalement au Caire et à l'île de Palmas; mais cette irrégularité est probablement due au petit nombre d'observations, ou à l'imperfection des instruments qui ont été employés. Quelle est la loi qui régit cette variation diurne du baromètre? dépend-elle seulement de la latitude, ou de la latitude combinée avec l'élévation du lieu au-dessus du niveau de la mer? Dans l'état actuel de la science, il est impossible d'y répondre. Avant de former un système sur les causes qui produisent ces variations, il faudrait une collection immense d'observations faites avec grand soin, dans toutes les parties du globe, avec des instruments de la plus grande exactitude, et surtout comparables entre eux: sans ces conditions indispensables, il est impossible d'établir quelque chose de certain, sur le phénomène des marées atmosphériques.

De l'influence du vent sur les hauteurs *barométriques.*

La direction du vent exerce une très-grande influence sur la hauteur du mercure dans le baromètre. Les vents des régions australes le font baisser, et ceux des régions boréales le font monter. Ce fait est bien constaté par les observations des onze années que nous avons discutées. On a disposé ces observations par *rumb de vent,* en considérant principalement les vents du *sud, sud-ouest, ouest, nord-ouest, nord, nord-est, est* et *sud-est.* Le tableau

suivant contient les hauteurs moyennes du baromètre, réduites à zéro de température, pour neuf heures du matin, pour midi et pour trois heures du soir. La direction du vent a été déterminée, ou par la direction des nuages, ou par celle des girouettes placées sur l'Observatoire.

VENTS.	OBSERV.	A 9 HEURES DU MATIN.	OBSERV.	A MIDI.	OBSERV.	A 3 HEURES DU SOIR.	PÉRIODE.
Sud.......	657	752m,687	682	752m,976	690	752m,615	0m,072
Sud-ouest..	688	753 ,654	727	752 ,382	710	752 ,650	1 ,004
Ouest.....	887	756 ,092	853	756 ,081	866	755 ,678	0 ,415
Nord-ouest.	363	759 ,120	335	758 ,670	358	757 ,439	1 ,681
Nord......	528	760 ,143	483	759 ,761	459	759 ,368	0 ,775
Nord-est...	390	759 ,890	378	759 ,891	374	759 ,232	0 ,658
Est.......	302	757 ,960	324	757 ,045	332	756 ,717	1 ,243
Sud-est....	203	754 ,358	231	754 ,599	224	753 ,949	0 ,409
	4018	756m,738	4013	756m,426	4007	755m,956	0m,782

On voit en effet que les hauteurs moyennes barométriques, par le vent du sud, sont les plus faibles, et qu'elles augmentent en allant par l'ouest du sud au nord, où elles atteignent leur maximum. Elles diminuent ensuite graduellement, en passant du nord au sud par l'est. On voit en outre, que la période diurne est presque nulle, par les observations soumises à l'influence des vents du sud, qu'elle est fort grande

par ceux du *nord-ouest* et de l'est, et qu'enfin la moyenne est à peu près égale, à celle qui a été déduite de l'ensemble de toutes les observations précédentes. Ainsi, de quelque manière que l'on combine les observations, la période diurne subsiste, et se montre toujours, à très-peu de chose près, avec la même valeur.

Si l'on réunit les observations des différentes heures soumises aux mêmes vents, on obtiendra les résultats suivants :

PAR LE VENT DU	OBSERVATIONS.	HAUTEURS.
Sud............	2029	752^m,757
Sud-ouest.......	2125	753 ,227
Ouest...........	2606	755 ,950
Nord-ouest......	1056	758 ,412
Nord...........	1470	759 ,776
Nord-est.........	1142	759 ,672
Est.............	958	757 ,221
Sud-est.........	658	754 ,300
	12044	756^m,414

Ce tableau rend tout-à-fait évidente, l'influence du vent sur les hauteurs du baromètre. La plus petite hauteur correspond encore au vent du *sud*, et la plus grande au vent du *nord;* la différence est de 7^m,019, quantité considérable qui

méritait d'être constatée par un grand nombre d'observations (1).

En prenant un terme moyen, entre les hauteurs qui correspondent à des vents opposés, on trouve des résultats qui sont presque égaux. Voici ceux que donne le tableau précédent :

Moyenne entre les hauteurs qui correspondent aux vents de	*Sud* et *nord*	756^m,267
	Sud-ouest et *nord-est*	756 ,450
	Ouest et *est*	756 ,585
	Nord-ouest et *sud-est*	756 ,356

On doit conclure de cette remarque, que pour déterminer exactement la hauteur moyenne du baromètre, il faut, dans nos climats, employer autant que possible, un nombre égal d'observations, faites par des vents de direction contraire.

Des variations extrêmes du baromètre.

Les premiers physiciens qui ont observé le baromètre, n'ont pas tardé à reconnaître les grandes variations qu'il éprouve dans sa hauteur, et à remarquer que l'abaissement au-dessous de la moyenne, était en général plus considérable que son élévation au-dessus de ce terme (2). J'ai pensé qu'il serait utile de comparer les observations, sous ce point de vue. A cette fin, j'ai relevé sur les registres, celles qui répon-

(1) Burckhardt s'est occupé de cette recherche au moyen des observations de Messier, Connaissance des temps, 1805, page 345. Il trouve pour différence 5^m,146, quantité plus petite que celle que nous venons d'obtenir.

(2) M. Ramond s'est occupé de cette recherche, Mémoire de l'Institut, 1812.

dent au *maximum*, et au *minimum* de chaque mois; ces hauteurs, réduites à zéro de température, ont été inscrites dans le tableau V, ainsi que la moyenne, déjà déterminée par les calculs précédents. Les différences, écrites à côté, sont affectées des signes + et —. On remarquera que les écarts moyens de chaque année, au-dessus de la moyenne, sont en effet sensiblement plus faibles que ceux au-dessous, et qu'ils marchent assez regulièrement d'une année à l'autre; mais je ne pense pas qu'il soit possible d'en déduire, en ce moment, aucune conséquence certaine. En réunissant les variations correspondantes aux mêmes mois, les résultats sont plus marqués. Les trois premiers mois et les trois derniers, donnent les plus grandes variations, tandis que, dans les six autres mois, elles sont plus petites et peu différentes entre elles; ce qui paraîtrait indiquer que ces variations dépendent de l'action du soleil. L'inspection de ce tableau suffit pour en saisir l'ensemble, et les conséquences qu'il est possible d'en tirer.

Nouvelles tables des dépressions du mercure dans le baromètre, dues à sa capillarité.

Dans les Additions de la Connaissance des temps de 1812, M. de Laplace a inséré un Mémoire où il rappelle sa théorie des attractions moléculaires de la matière, d'après les lois des affinités décroissantes avec une extrême rapidité, de manière à devenir insensibles aux plus petites distances perceptibles. Les formules qu'il a données, sur la dépression du mercure dans un tube de baromètre, me servirent alors pour calculer la table qui est imprimée à la fin de son Mémoire.

Quelques erreurs de transformation et d'impression s'étant introduites dans les calculs, la table se trouve *inexacte* en quelques parties. Aujourd'hui que, de toutes parts, l'on s'occupe avec zèle d'observations météorologiques, j'ai pensé qu'il ne serait pas inutile de reprendre, avec de nouveaux soins, la formation d'une table, qui doit mettre les observateurs à même de rendre leurs baromètres comparables.

« Pour former cette table, dit M. de Laplace, il a fallu « intégrer par approximation, l'équation différentielle du se- « cond ordre de la surface du mercure dans un tube cylin- « drique de verre. Cette équation que j'ai donnée dans ma « Théorie de l'action capillaire, fournit une expression fort « simple du rayon osculateur de la courbe génératrice de la « surface. En considérant donc cette courbe comme une suite « de petits arcs de cercle, décrits avec ses divers rayons, et qui « se touchent par leurs extrémités, on en aura les coordon- « nées d'une manière d'autant plus précise, que son amplitude « sera divisée en un plus grand nombre de parties. Cette « amplitude, à partir du sommet, est l'angle que le côté de « la courbe fait avec l'horizon. L'amplitude totale est de 52° « centigrades, ou de 46°.48′ de la division ordinaire. Cette « quantité est donc la valeur de l'angle V, qui entre dans les « formules. »

Pour le calcul, j'ai divisé cette amplitude en douze parties égales, et j'ai supposé la dépression du mercure dans le baromètre, successivement égale à 5^m,00; 4^m,50; 4^m,00; 3^m,50; 3^m,00; 2^m,50; 2^m,00; 1^m,50; 1^m,20; et 1^m,00. Ensuite, pour les dépressions, à partir d'un millimètre et au-dessous, on a fait varier la dépression de dixième en dixième de millimètre jusqu'à 0^m,40, et depuis 0^m,40 de cinq en cinq centièmes jus-

qu'à 0m,10, et enfin pour les deux dernières dépressions, j'ai supposé 0m,06 et 0m,03.

Voici maintenant les formules et les séries que j'ai employées: elles sont tirées du Mémoire que je viens de citer.

Soit $V^{(r)}$ l'inclinaison du côté de la courbe, à l'extrémité inférieure de la première division; soient $z^{(r)}$ et $u^{(r)}$ l'abscisse et l'ordonnée correspondantes à la même extrémité; soient encore $b^{(r)}$ le rayon osculateur de la courbe au même point, et b ce même rayon, au sommet de la courbe; l'équation différentielle de la courbe donnera

$$\frac{1}{b^{(r)}} = \frac{2}{b} + 2\alpha z^{(r)} - \frac{\sin. V^{(r)}}{u^{(r)}},$$

$$u^{(r+1)} = u^{(r)} + 2b^{(r)} \sin.\tfrac{1}{2}(V^{(r+1)} - V^{(r)}) \cos.\tfrac{1}{2}(V^{(r+1)} + V^{(r)}),$$

$$z^{(r+1)} = z^{(r)} + 2b^{(r)} \sin.\tfrac{1}{2}(V^{(r+1)} - V^{(r)}) \sin.\tfrac{1}{2}(V^{(r+1)} + V^{(r)}).$$

La quantité α étant un coëfficient constant égal à $\frac{2}{13}$, le millimètre étant pris pour unité, la dépression du mercure dans le baromètre est $\frac{1}{\alpha b} = n$, n étant la dépression supposée, d'où l'on tire $b = \frac{1}{\alpha n}$, quantité connue. Les séries suivantes ont été employées pour déterminer les valeurs de z et V, pour les dépressions au-dessous d'un millimètre.

$$z = \frac{1}{\alpha b}(\bar{2},8860566.u^2 + \bar{3},1700532.u^4 + \bar{6},8008373.u^6 + \bar{8},7838040.u^8 + \overline{10},2719206.u^{10})$$

$$\text{tang.}V = \frac{1}{\alpha b}(\bar{1},1870866.u + \bar{3},7721132.u^3 + \bar{5},8800186.u^5 + \bar{7},6868940.u^7 + \bar{9},2719206.u^9).$$

Dans ces formules, les coëfficients des puissances de u étant représentés par leurs logarithmes, pour la facilité du calcul;

les chiffres surmontés d'une barre horizontale étant des caractéristiques négatives.

Dans les calculs de la dépression du mercure, au-dessous d'un millimètre, j'ai fait V=4°, ce qui donne une échelle qui monte régulièrement de 4° en 4° jusqu'à 40°; puis, j'en ai rempli le reste par deux divisions de 3°.24′ chaque. Pour les dépressions au-dessous d'un millimètre, j'ai fait usage des deux séries précédentes, en choisissant pour u une valeur telle, que V ait été exactement de quatre degrés. Cet angle a été ensuite augmenté de 2° en 2° jusqu'à 12°. Depuis 12°, il procède de 4° en 4° jusqu'à 40°; et enfin deux fois de suite de 3°.24′ jusqu'à 46°.48′, dernier terme de l'amplitude.

Pour coordonner ensuite les résultats obtenus par cette méthode, dans une table procédant suivant des accroissements égaux du diamètre du tube, M. de Laplace fait observer que dans ce cas, d'après sa Théorie, les différences des logarithmes des dépressions, divisées par les différences des diamètres correspondants, forment une suite de quotients qui varient avec beaucoup de lenteur. En désignant donc par a et a' les dépressions, par d et d' les diamètres du tube correspondants, on trouve la formule

$$\frac{\log. a - \log. a'}{d - d'} = c = \text{constante}.$$

Ensuite, soit x la dépression cherchée, correspondante à d, diamètre du tube de la table, on aura semblablement

$$\frac{\log. a - \log. x}{d_1 - d'} = c;$$

d'où l'on tire

$$\log. x = \log. a + (d' - d_1)c.$$

C'est au moyen de la propriété précédente, exprimée par cette formule, que j'ai formé la table VIII, dans laquelle la première colonne contient les diamètres de demi-millimètre en demi-millimètre, depuis 21 jusqu'à 2. La seconde colonne renferme les dépressions correspondantes; enfin, la troisième colonne contient les différences entre ces quantités, afin d'en rendre l'usage plus commode.

L'utilité de cette table est évidente : elle sert à réduire la colonne du mercure à sa véritable hauteur, quand le zéro de l'échelle du baromètre correspond d'ailleurs exactement, à la sommité de la surface supérieure du mercure de la cuvette.

Les excellents baromètres de Fortin ne réunissent pas toujours cette dernière condition, et il est important de la vérifier. On sait que dans ces baromètres, le zéro de l'échelle est marqué par la pointe d'une petite cheville d'ivoire fixée à la monture de l'instrument, et que cette petite cheville, dont la pointe doit être mise en contact avec la surface du mercure, n'est pas toujours placée par l'artiste à son véritable point; l'erreur sur la hauteur absolue est donc variable pour chaque instrument, comme je m'en suis assuré depuis quelque temps, par des expériences directes sur le baromètre de l'Observatoire. L'échelle de cet instrument ayant été vérifiée il y a quelques années par M. Arago, je n'ai pas eu besoin de m'en occuper de nouveau; mais en examinant avec attention la position du zéro, nous reconnûmes, M. Gambart et moi, que ce point de départ ne correspondait pas exactement à la partie la plus élevée de la surface du mercure. L'erreur était sensible, et il devenait important d'avoir un procédé certain pour l'estimer. Nous en fîmes part à M. de

Laplace. Peu de temps après, ce savant lut au Bureau des Longitudes, un Mémoire dans lequel on trouve les formules pour calculer cette erreur, et à l'aide desquelles j'ai construit une table, qui fera connaître la place qu'on doit donner à la cheville, dans chaque baromètre, afin de détruire les effets de la capillarité dans le tube et dans la cuvette; ces deux corrections étant de signes contraires.

J'ai pensé qu'il était indispensable de donner ici un extrait du Mémoire de ce grand géomètre, afin de faciliter la vérification de notre table aux calculateurs qui voudraient la faire.

« On voit dans la Connaissance des temps de 1812, une « table fondée sur ma Théorie de l'action capillaire, pour avoir « la dépression du mercure dans le tube d'un baromètre, » due à sa capillarité, et correspondante à son diamètre in- « térieur. On peut par la même théorie, former une table cor- « respondante de la distance de la pointe d'ivoire à la paroi « intérieure de la cuvette, nécessaire pour détruire l'effet « de la capillarité du tube. Voici les formules dont on peut « faire usage : soit ε cette distance ; π l'inclinaison à l'horizon « de l'élément de la courbe qui forme l'intersection de la « surface du mercure de la cuvette, et d'un plan vertical « mené par le sommet de cette surface; soit π' ce que de- « vient π, au point de contact du mercure et de la cuvette. « Soit enfin ζ, l'abaissement de la pointe au-dessous du plan « horizontal mené par le sommet. Cela posé, il résulte des « formules que j'ai données dans le supplément au dixième « livre de la Mécanique céleste, relativement à la figure d'une « large goutte de mercure, que l'on a

$$« \varepsilon = \left[\text{log.hyp.}\left(\frac{\text{tang.}\frac{1}{4}\pi'}{\text{tang.}\frac{1}{4}\pi}\right) - 4\sin.\left(\frac{\pi'+\pi}{4}\right)\sin.\left(\frac{\pi'-\pi}{4}\right)\right]\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{\alpha}};$$

« $\zeta = \sin.\frac{1}{2}\pi\sqrt{\frac{2}{\alpha}}.\alpha$ et π' étant des quantités dépendantes de « l'attraction moléculaire du mercure sur lui-même. J'ai « conclu d'un grand nombre d'expériences de M. Gay-Lussac, « $\alpha = \frac{2}{13}$ et $\pi' = 52°$ centigrades.

« Cela posé, les deux effets capillaires du diamètre dont « je viens de parler, se détruiront mutuellement, si l'on fait « ζ égal à la dépression du mercure. La valeur de ζ, donnera « l'angle $\frac{1}{2}\pi$; et cet angle fera connaître ε, ou la distance à « laquelle il faut placer la pointe de la paroi de la cuvette. »

En partant de ces formules, j'ai fait la table IX, dans laquelle on trouve, à la première colonne, le diamètre du tube du baromètre; et à la seconde, la distance de la cheville à la paroi intérieure de la cuvette. Un exemple rendra facile l'usage de ces deux tables pour toutes ces corrections.

Je suppose un baromètre dont le diamètre intérieur du tube soit de $9^{m},30$, et dont la distance de la cheville à la paroi soit de $4^{m},50$. Entrez dans la table VIII avec $9^{m},30$ de diamètre du tube, vous trouverez $0^{m},497$ pour la dépression du mercure. Cette quantité s'ajoute toujours à la hauteur du mercure observée dans le baromètre. Pour avoir ensuite la correction dépendante de la position du zéro de l'échelle, cherchez dans la table IX le diamètre du tube correspondant à $4^{m},50$, vous aurez $13^{m},55$. Enfin avec $13^{m},55$ pour argument, la table VIII donne pour dépression $0^{m},177$. Cette quantité est l'erreur du zéro de l'échelle barométrique; elle est toujours soustractive de la dépression dans le tube, on aura donc $0^{m},320$, pour la correction totale de la dépression et du zéro de l'échelle.

Afin de compléter le système des corrections à faire aux

observations barométriques, je donne encore une troisième table propre à réduire les hauteurs barométriques à zéro de température. Pour la former, j'ai pris dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes, la différence des dilatations du mercure et du cuivre. Cette différence est égale à 0,0001614, pour un degré du thermomètre centigrade. En désignant donc par h, la hauteur du mercure dans le baromètre, et par n le nombre de degrés du thermomètre, la correction cherchée sera exprimée par la formule suivante :

$$\mp hn . 0{,}0001614.$$

La table X est construite en donnant à n toutes les valeurs, depuis 1 degré jusqu'à 30 ; et en faisant varier h de 780 à 660 millimètres.

J'ai fait usage de ces trois tables, pour les réductions des observations barométriques discutées dans ce Mémoire.

Calcul du flux atmosphérique produit par la lune.

Dans le tome V, page 237 de la Mécanique céleste, et dans les Additions de la Connaissance des temps de 1826, M. de Laplace a donné, pour calculer l'influence de la lune sur l'atmosphère, la formule suivante tirée de sa Théorie des marées :

$$\mathrm{R}\cos.[2nt + 2\pi - 2mt - 2(m't - mt) - 2\lambda]. \quad (1)$$

Dans cette formule, R et λ sont deux constantes indéterminées; R dépend de l'action de la lune sur l'atmosphère, et λ du temps du *maximum* où le flux de la lune arrive le jour de la syzygie. mt est le moyen mouvement du soleil pendant

le temps t; $m't$ le moyen mouvement de la lune pendant le même temps ; nt est le temps de la rotation de la terre ; π la longitude du lieu où les observations sont faites. Toutes ces quantités sont comptées de l'équinoxe du printemps : d'après cela $nt + \pi - mt$ sera évidemment l'angle horaire du soleil compté de midi ; on le désignera par h. La considération d'un grand nombre d'observations, permet de supposer que la syzygie arrive à midi, comme époque moyenne des heures de toutes les syzygies employées. On pourra également supposer que la déclinaison de la lune est nulle ou très-petite, en se fondant sur ce que l'action de la lune est extrêmement faible, comme on le verra bientôt. Enfin, nous ferons encore pour simplifier, $q = m't - mt$; q étant la différence des mouvements diurnes de la lune et du soleil, ou le mouvement synodique que les tables astronomiques font connaître ; la formule précédente se change donc en la suivante :

$$R\cos.(2h - 2q - 2\lambda) \ldots\ldots.(2)$$

qui est celle que nous allons employer, pour déterminer l'influence de la lune sur les hauteurs barométriques.

Le jour de la syzygie à midi, l'angle horaire et le mouvement synodique sont nuls, puisque ces angles sont comptés de midi ; on aura donc $h = 0$ et $q = 0$; la formule précédente devient pour ce cas :

$$R\cos.(-2\lambda) = R\cos.2\lambda.$$

A neuf heures du matin, l'angle horaire est de 90° pris négativement ; q est également négatif, et la formule pour cet instant est :

$$R\cos.[-270° - (2\lambda - \tfrac{1}{4}q)],$$

ou

$$-R\sin.(2\lambda - \tfrac{1}{4}q);$$

enfin, pour 3 heures du soir, on a

$$R\cos.[90^\circ - (2\lambda + \tfrac{1}{4}q)], \text{ ou } R\sin.(2\lambda + \tfrac{1}{4}q).$$

Rapprochant les trois expressions du jour de la syzygie, on a

à 9 heures du matin : $-R\sin.(2\lambda - \tfrac{1}{4}q)$;
à midi : $+R\cos. 2\lambda$;
à 3 heures du soir : $+R\sin.(2\lambda + \tfrac{1}{4}q)$.

En désignant par A, A′ et A″ les hauteurs barométriques observées à ces instants, et par C, C′ et C″ les hauteurs du baromètre qui auraient lieu sans l'action de la lune, on aura les trois équations suivantes :

$$C - R\sin.(2\lambda - \tfrac{1}{4}q) = A, \ldots\ldots (a)$$
$$C' + R\cos. 2\lambda = A', \ldots\ldots\ldots\ldots (b)$$
$$C'' + R\sin.(2\lambda + \tfrac{1}{4}q) = A''. \ldots\ldots (c)$$

On peut encore employer à cette recherche les observations faites vers les quadratures, en supposant également que l'instant moyen de toutes les quadratures arrive à midi comme pour les syzygies. En observant que l'angle horaire à midi est de 90°, et que le mouvement synodique est nul, la formule (2) deviendra :

pour midi, $R\cos.(180^\circ - 2\lambda) = -R\cos. 2\lambda$;
pour 9 heures du matin, $R\cos.[90^\circ - (2\lambda - \tfrac{1}{4}q)] = R\sin.(2\lambda - \tfrac{1}{4}q)$;
et pour 3 heures du soir, $-R\sin.(2\lambda + \tfrac{1}{4}q)$.

Soient B, B′ et B″ les hauteurs du baromètre pour ces trois

instants ; et supposons encore que les hauteurs du baromètre observées soient égales à celles observées dans les syzygies : on aura, pour les quadratures, les trois équations suivantes :

$$C - R \sin.(2\lambda - \tfrac{1}{4}q) = B \ldots\ldots (a');$$
$$C' - R \cos. 2\lambda = B' \ldots\ldots\ldots\ldots (b');$$
$$C'' - R \sin.(2\lambda + \tfrac{1}{4}q) = B'' \ldots\ldots (c').$$

Il s'agit de combiner ces deux systèmes d'équations pour en tirer la valeur de R et λ. Ajoutons les équations (a') et (c'), et retranchons la somme des équations (a) et (c), on obtiendra :

$$4 R \sin. 2\lambda \cos. \tfrac{1}{4}q = B + A'' - A - B'' \ldots\ldots (3);$$

du double de l'équation (b), retranchons le double de (b'), la différence sera :

$$4 R \cos. 2\lambda = 2 A' - 2 B'.$$

Enfin, de la somme des équations (a') et (c'), retranchons la somme des équations (a) et (c), il viendra :

$$-4 R \cos. 2\lambda \sin. \tfrac{1}{4}q = B + B'' - A - A''.$$

Réunissant ces deux dernières expressions, on aura :

$$4 R \cos. 2\lambda (1 - \sin. \tfrac{1}{4}q) = 2 A' + B + B'' - 2 B' - A - A'' \ldots (4).$$

Les équations (3) et (4) donneront donc la valeur des deux inconnues, en fonction des quantités fournies par les observations du jour de la syzygie, et de celui de la quadrature.

Mais ici, comme dans la Théorie des marées, on peut encore employer les observations des jours avant et après l'une et l'autre de ces phases; et pour rendre les formules

plus générales, il suffit d'augmenter l'angle 2λ du terme $2iq$; alors les quantités A, A′, etc., B et B′, etc., seront désignées par A_i, A_i', etc., B_i et B_i', etc. i étant négatif pour les jours qui précèdent la syzygie ou la quadrature, et positif pour les jours suivants, les équations (3) et (4) deviendront les suivantes :

$$4R\cos.\tfrac{1}{4}q\sin.(2\lambda+2iq)=A_i''+B_i-A_i-B_i'',$$
$$4R(1-\sin.\tfrac{1}{4}q)\cos.(2\lambda+2iq)=2A_i'+B_i+B_i''-2B_i'-A_i-A_i''.$$

Faisons pour abréger

$$4R\sin.2\lambda=x;\quad 4R\cos.2\lambda=y;\quad e_i=\frac{A''_i+B_i-A_i-B_i''}{\cos.\frac{1}{4}q};$$
$$f_i=\frac{2A_i'+B_i+B_i''-2B_i'-A_i-A_i''}{1-\sin.\frac{1}{4}q};$$

on obtiendra les deux équations finales :

$$x\cos.2iq+y\sin.2iq=e_i,$$
$$y\cos.2iq-x\sin.2iq=f_i,$$

dont la résolution donne :

$$x=e_i\cos.2iq-f_i\sin.2iq;\text{ et }y=f_i\cos.2iq+e_i\sin.2iq.$$

On peut former autant d'équations semblables qu'il y a de syzygies et de quadratures, et que i a de valeurs. En nommant n le nombre des syzygies et des quadratures employées, et s le nombre des valeurs de i, on aura ns, valeurs de x, et ns, valeurs de y, desquelles on déduira celles qui sont les plus avantageuses, c'est-à-dire, celles dont l'erreur moyenne à craindre en plus ou en moins est la plus petite.

Dans un Mémoire (1), imprimé dans les Additions de la Connaissance des temps pour 1830, M. de Laplace s'est de nouveau occupé de la solution de cette question, fondée sur sa Théorie des probabilités, et il démontre que les valeurs précédentes de x et de y, doivent être changées dans les valeurs suivantes qui remplissent les conditions les plus avantageuses :

$$x = \frac{\Sigma\left(\frac{e_i \cos. 2iq - f_i \sin. 2iq}{1 + 2{,}324 \sin.^2 2iq}\right)}{\Sigma\left(\frac{1}{1 + 2{,}324 \sin.^2 2iq}\right)}; \qquad (m)$$

$$y = \frac{\Sigma\left(\frac{e_i \sin. 2iq + f_i \cos. 2iq}{1 + 2{,}324 \cos.^2 2iq}\right)}{\Sigma\left(\frac{1}{1 + 2{,}324 \cos.^2 2iq}\right)};$$

le signe Σ exprimant la somme des termes qui précèdent.

Après avoir rapporté les formules pour calculer l'influence de la lune sur les hauteurs du baromètre, il ne nous reste plus qu'à indiquer la manière dont les observations ont été choisies dans les registres de l'Observatoire. Celles qu'on a employées, pour les syzygies et pour les quadratures, ont été faites depuis le commencement de janvier 1815, jusqu'au premier janvier 1827. Pendant cet intervalle, il y a eu 298 syzygies et autant de quadratures. Chacune de ces phases a été déterminée par les observations de cinq jours; savoir, celles des deux jours qui précèdent la phase, celles du jour

(1) Ce Mémoire a été lu au Bureau des Longitudes par M. de Laplace, peu de jours avant la maladie qui, en enlevant ce profond et illustre géomètre, a ravi aux sciences celui qui en était la gloire et le flambeau, aux jeunes savants un protecteur bienveillant qui se plaisait à les encourager, et à moi un noble et constant ami.

même de la phase, et enfin celles des deux jours qui la suivent. Ces observations, régulièrement faites chaque jour à 9 heures du matin, à midi et à trois heures du soir, sont au nombre de 15 pour chaque phase, et au nombre de 8940 pour les douze années calculées. Elles ont été portées dans les deux tableaux VI et VII, année par année, réduites à zéro de température, avec les résultats qui s'en déduisent. On remarquera que la période diurne s'y montre de nouveau. L'ensemble des observations donne, pour sa valeur moyenne dans les syzygies $0^{m},778$ et $0^{m},782$ dans les quadratures. Le milieu de ces deux quantités est $0^{m},780$, à très-peu de chose près le même que celui que nous avons trouvé plus haut pour cet élément. Enfin, on a mis au bas de ces deux tableaux, les hauteurs moyennes barométriques, qui vont servir à déterminer l'action de la lune sur l'atmosphère.

Dans les formules précédentes, nous avons désigné par le symbole A_i, les hauteurs moyennes du baromètre dans les syzygies, et par B_i ces mêmes hauteurs vers les quadratures; en faisant successivement $i = -2, -1, 0 + 1$ et $+2$, conformément à ce qui a été dit plus haut, nous aurons donc les résultats suivants :

$$A_{-2} = 755{,}941\,;\ A_{-1} = 756{,}205;\ A_0 = 756{,}319;\ A_1 = 756{,}177;\ A_2 = 756{,}100;$$
$$A'_{-2} = 755{,}623;\ A'_{-1} = 756{,}016;\ A'_0 = 755{,}989;\ A'_1 = 755{,}879;\ A'_2 = 755{,}845;$$
$$A''_{-2} = 755{,}124;\ A''_{-1} = 755{,}510;\ A''_0 = 755{,}396;\ A''_1 = 755{,}443;\ A''_2 = 755{,}377;$$
$$B_{-2} = 756{,}644;\ B_{-1} = 757{,}031;\ B_0 = 757{,}057;\ B_1 = 756{,}370;\ B_2 = 756{,}438;$$
$$B'_{-2} = 756{,}368;\ B'_{-1} = 756{,}851;\ B'_0 = 756{,}689;\ B'_1 = 756{,}079;\ B'_2 = 756{,}158;$$
$$B''_{-2} = 755{,}918;\ B''_{-1} = 756{,}403;\ B''_0 = 756{,}027;\ B''_1 = 755{,}573;\ B''_2 = 755{,}711.$$

En substituant pour i ses diverses valeurs dans e_i et f_i,

on aura :

$$\left.\begin{aligned} e_{-2} &= A''_{-2} + B_{-2} - A_{-2} - B''_{-2} \\ e_{-1} &= A''_{-1} + B_{-1} - A_{-1} - B''_{-1} \\ e_0 &= A''_0 + B_0 - A_0 - B''_0 \\ e_1 &= A''_1 + B_1 - A_1 - B''_1 \\ e_2 &= A''_2 + B_2 - A_2 - B''_2 \end{aligned}\right\} \times \frac{1}{\cos.\frac{1}{4}q};$$

et

$$\left.\begin{aligned} f_{-2} &= 2A'_{-2} + B_{-2} + B''_{-2} - 2B'_{-2} - A_{-2} - A''_{-2} \\ f_{-1} &= 2A'_{-1} + B_{-1} + B''_{-1} - 2B'_{-1} - A_{-1} - A''_{-1} \\ f_0 &= 2A'_0 + B_0 + B''_0 - 2B'_0 - A_0 - A''_0 \\ f_1 &= 2A'_1 + B_1 + B''_1 - 2B'_1 - A_1 - A''_1 \\ f_2 &= 2A'_2 + B_2 + B''_2 - 2B'_2 - A_2 - A''_2 \end{aligned}\right\} \times \frac{1}{1 - \sin.\frac{1}{4}q}.$$

La quantité q désigne, comme nous l'avons déjà dit, le mouvement synodique des tables; elles donnent $q = 12°.11'.27''$. En substituant ces valeurs dans ces formules, on trouvera :

$$\begin{aligned} e_{-2} &= -0{,}091129; & f_{-2} &= +0{,}007393; \\ e_{-1} &= -0{,}067095; & f_{-1} &= +0{,}051751; \\ e_0 &= +0{,}107152; & f_0 &= -0{,}032741; \\ e_1 &= +0{,}063090; & f_1 &= -0{,}081324; \\ e_2 &= +0{,}004006; & f_2 &= +0{,}048583. \end{aligned}$$

Ces quantités ainsi déterminées, il ne reste plus qu'à les substituer dans les formules (m) pour trouver x et y. Mais avant d'effectuer les calculs numériques, il est indispensable de développer les fonctions d'où dépendent les valeurs de ces inconnues.

En supposant, dans ces formules $i = -2$; $i = -1$; $i = 0$;

$i=1$ et $i=2$, on aura :

$$\Sigma\left(\frac{e_i\cos.2iq-f_i\sin.2iq}{1+2{,}324\sin.^2 2iq}\right)=\frac{e_{-2}\cos.4q+f_{-2}\sin.4q}{1+2{,}324\sin.^2 4q}+\frac{e_{-1}\cos.2q+f_{-1}\sin.2q}{1+2{,}324\sin.^2 2q}+e_0$$
$$+\frac{e_1\cos.2q-f_1\sin.2q}{1+2{,}324\sin.^2 2q}+\frac{e_2\cos.4q-f_2\sin.4q}{1+2{,}324\sin.^2 4q};$$

$$\Sigma\left(\frac{1}{1+2{,}324\sin.^2 2iq}\right)=1+\frac{2}{1+2{,}324\sin.^2 4q}+\frac{2}{1+2{,}324\sin.^2 2q};$$

on trouvera de même que

$$\Sigma\left(\frac{e_i\sin.2iq+f_i\cos.2iq}{1+2{,}324\cos.^2 2iq}\right)=\frac{f_{-2}\cos.4q-e_{-2}\sin.4q}{1+2{,}324\cos.^2 4q}+\frac{f_{-1}\cos.2q-e_{-1}\sin.2q}{1+2{,}324\cos.^2 2q}+f_0$$
$$+\frac{f_1\cos.2q+e_1\sin.2q}{1+2{,}324\cos.^2 2q}+\frac{f_2\cos.4q+e_2\sin.4q}{1+2{,}324\cos.^2 4q};$$

et

$$\Sigma\left(\frac{1}{1+2{,}324\cos.^2 2iq}\right)=\frac{1}{3{,}324}+\frac{2}{1+2{,}324\cos.^2 4q}+\frac{2}{1+2{,}324\cos.^2 2q};$$

en substituant dans ces formules, les quantités connues, on trouve :

$$\Sigma\left(\frac{e_i\cos.2iq+f_i\sin.2iq}{1+2{,}324\sin.^2 2iq}\right)=+0{,}104697;\ \Sigma\left(\frac{1}{1+2{,}324\sin.^2 2iq}\right)=3{,}29667;$$
$$\Sigma\left(\frac{e_i\sin.2iq+f_i\cos.2iq}{1+2{,}324\cos.^2 2iq}\right)=+0{,}030367\ \text{et}\ \Sigma\left(\frac{1}{1+2{,}324\cos.^2 2iq}\right)=1{,}97902.$$

d'où l'on tire :

$$x=0{,}031758\ \text{et}\ y=0{,}015344.$$

Maintenant, pour déterminer l'influence lunaire, nous reprendrons les deux équations

$$x=4\mathrm{R}\sin.2\lambda\ \text{et}\ y=4\mathrm{R}\cos.2\lambda;$$

d'où l'on tire :

$$2R = \tfrac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2} = 0^{mm},01763;\ \text{et tang } 2\lambda = \frac{x}{y} = 64^\circ.12',$$

ce qui donne $\lambda = 32^\circ.6'$. Cet arc, réduit en temps, donne 2 heures 8 minutes pour le moment de la plus grande marée, le jour de la syzygie.

La valeur numérique que nous avons trouvée pour 2R, est si petite qu'on peut regarder comme insensible l'action de la lune sur l'atmosphère, à la latitude de Paris. Elle serait probablement plus notable sous l'équateur, où les hauteurs barométriques ne sont pas fortement troublées par des causes accidentelles, et où le baromètre n'éprouve presque pas d'autres variations que celles des périodes diurnes.

Des observations thermométriques, détermination des températures moyennes des jours, des mois et de l'année.

Si on partage la durée du jour en un très-grand nombre d'intervalles égaux, et qu'on divise la somme des températures correspondantes à ces intervalles par le nombre des observations, le résultat moyen sera ce qu'on nomme la température moyenne d'un jour. En divisant ensuite par le nombre des jours contenus dans un mois ou dans une année, la somme des températures moyennes correspondantes à tous les jours du mois ou de l'année, on aura la température moyenne du mois ou de l'année. D'après cette définition, on devrait donc faire des observations thermométriques à des instants très-rapprochés, pour en déduire des températures moyennes exactes, mais ce procédé est impraticable pour un seul observateur. Heureusement, on a reconnu depuis long-temps qu'on peut se dispenser de recourir à

cette méthode longue et pénible : les hauteurs du thermomètre, dans leur marche ordinaire montrent, en effet, qu'on peut remplacer la température moyenne des 24 heures du jour, par la demi somme des hauteurs *maximum* et *minimum* observée chaque jour. C'est en combinant ainsi les hauteurs extrêmes du thermomètre, observé jour par jour à l'Observatoire, que j'ai déduit, pour Paris, les températures moyennes des jours, des mois et de l'année.

Le tableau XI, qui les renferme, est fondé sur les observations faites pendant les vingt-une dernières années, comprises depuis le 1er janvier 1806, jusqu'au 31 décembre 1826.

Les différences de chaque jour, sont encore assez variables; ce qui montre que, pour avoir des résultats uniformes, vingt-une années ne suffisent pas, pour atténuer les effets des causes accidentelles.

L'inspection de ce tableau montre encore que la température la plus basse de l'année, correspond au 14 janvier, c'est-à-dire environ vingt-cinq jours après le solstice d'hiver; que la plus forte, arrive vers le quinze juillet, à peu près vingt-cinq jours après le solstice d'été; et qu'enfin, la température moyenne a lieu à peu près vers le 22 avril. On voit encore que la température moyenne du mois de janvier est la plus faible de l'année, et que celle de juillet est la plus élevée. La température du mois d'avril est sensiblement plus faible que la moyenne de l'année, et celle d'octobre la surpasse d'environ un demi-degré. La température d'octobre ne peut donc être prise pour celle de l'année, que comme une approximation.

Nous avons porté, dans le tableau XII, les températures moyennes des mois, année par année, pour montrer les

discordances d'une année à l'autre. Dans les mois d'hiver, ces différences sont fort grandes; mais elles sont moindres dans les autres saisons. La dernière colonne de ce tableau, renferme la température moyenne de chaque année. La plus petite correspond à 1816, et la plus forte à 1822; la différence est de 2°,7, laquelle divisée par 21, donne 0°,13 pour la quantité dont la température moyenne peut être en erreur, en plus ou en moins.

On suppose généralement, que la moyenne des températures de neuf heures du matin, est égale à la température moyenne de l'année. Cette supposition n'est pas tout-à-fait exacte; mais elle approche beaucoup de la vérité. Pour la vérifier, nous avons calculé cette température moyenne par onze années seulement, parce que, avant 1816, les observations n'étaient pas régulièrement faites à cet instant. Les résultats auxquels je suis parvenu, sont contenus dans le tableau XIV. On observera que la température du mois d'avril présente ici une anomalie remarquable: elle est plus grande que celle du mois d'octobre; ce qui prouve que pour obtenir des résultats probables en météorologie, il faut multiplier les observations indéfiniment, surtout, lorsque des circonstances atmosphériques extraordinaires, troublent l'ordre habituel des saisons, comme dans les années 1816 et 1817.

Dans la plupart des Observatoires, on s'attache seulement à multiplier les observations barométriques et thermométriques, pour l'instant du milieu du jour ou midi. Ces observations sont précieuses sans doute; mais elle ne peuvent pas servir à déterminer les périodes diurnes du baromètre, ni la température moyenne des lieux où elles sont faites. Les observations barométriques, faites à midi, peuvent

trouver leur emploi, quand il s'agit d'avoir la différence de niveau, entre des stations où il y a des instruments comparables. Les observations thermométriques, en donnant la température moyenne à midi, sont utiles pour fixer la loi des variations des températures, sous les climats où elles sont faites. Il est donc à désirer, que les savants qui s'occupent de météorologie, veuillent bien s'attacher encore à observer leurs instruments, à toutes les heures du jour, qui sont les plus propres à nous faire connaître tous les éléments dont la météorologie a besoin, pour qu'on en puisse déduire des conséquences utiles aux progrès de cette science, encore si peu avancée.

Après avoir exposé nos résultats, relativement à la température moyenne, déduite des observations thermométriques *maximum* et *minimum*, il ne nous reste plus qu'à présenter ici ce que nous avons fait, pour déterminer la température moyenne à midi. Pour cela, nous avons encore extrait des registres météorologiques de l'Observatoire, les observations thermométriques de midi, pour chaque jour, pendant les vingt-une années écoulées, depuis le commencement de 1806. On en trouvera les résultats moyens dans le tableau XV, qui est, en tout, semblable au onzième, et disposé de la même manière. Les conséquences que ce tableau présente pour l'heure de midi, sont entièrement analogues à celles qui se déduisent du onzième. On y voit que le *minimum* de température annuelle, répond également au 14 janvier; que le *maximum* arrive le 13 juillet, et que la moyenne a lieu vers le 20 avril. Au bas de ce tableau, se trouvent les températures moyennes de chaque mois, et celle de l'année, conclues de l'ensemble des observations, en ayant égard aux années bissextiles.

Le tableau XIV contient les températures des mois pour chaque année. La dernière colonne, donne les températures moyennes correspondantes à ces mêmes années. Les écarts, entre ces divers résultats, présentent des anomalies semblables à celles que nous avons déjà signalées dans les précédents tableaux.

Les températures moyennes des jours et des mois dans un lieu, étant déduites d'un grand nombre d'observations, il doit exister entre ces températures, un rapport dépendant des lois des variations qu'on peut exprimer par une formule. Celle que nous allons établir, est analogue à la formule que M. Walbeck a donnée, dans le quatrième volume de la Correspondance astronomique du baron de Zach; mais elle contient un terme de plus que celle de ce savant.

Désignons par α, le moyen mouvement diurne du soleil, l'année étant supposée de 366 jours; par T, la température moyenne de l'année, conclue des observations précédentes; par T′, la température moyenne d'un mois quelconque; par A, B et C, trois coëfficients constants, et par M, N et P, trois arcs également constants mais inconnus; on aura la formule suivante :

$$T + A\sin.\left[\left(\frac{2i-i'}{2}\right)\alpha + M\right] + B\sin.[(2i-i')\alpha + N] + C\sin.[(2i-i')\tfrac{3}{2}\alpha + P] = T',$$

dans laquelle i, exprime le nombre de jours, comptés depuis le premier janvier, jusqu'au premier jour du mois suivant; i' désignant ici, le nombre de jours contenus dans le mois que l'on considère, et dont on veut calculer la température. En décomposant la formule et faisant pour abréger,

$$A\cos. M = x,\quad A\sin. M = y,\quad B\cos. N = z,\quad B\sin. N = u,$$
$$C\cos. P = t \text{ et } C\sin. P = v,$$

on aura :

$$x.\sin.\left(\frac{2i-i'}{2}\right)\alpha + y.\cos.\left(\frac{2i-i'}{2}\right)\alpha + z\sin.(2i-i')\alpha$$
$$+ u.\cos.(2i-i')\alpha + t.\sin.(2i-i')\tfrac{3}{2}\alpha + v.\cos.(2i-i')\tfrac{3}{2}\alpha = T'-T,$$

formule qui contient six inconnues. On aura donc, pour les températures *maximum* et *minimum*, et pour midi, les douze équations de condition suivantes, correspondantes aux températures moyennes des douze mois de l'année :

	maximum et minimum	moyenne à midi.
$0,2630.x + 0,9648.y + 0,5075.z + 0,8616.u + 0,7163.t + 0,6978.v$	$= -8°,761$	$= -10°,067$;
$0,7040.x + 0,7102.y + 1,0000.z + 0,0087.u - 0,7163.t - 0,6978.v$	$= -6,063$	$= -\ 7,066$;
$0,9625.x + 0,2727.y + 0,5225.z - 0,8526.u - 0,6788.t - 0,7343.v$	$= -4,334$	$= -\ 4,696$;
$0,9692.x - 0,2462.y - 0,4772.z - 0,8788.u - 0,7343.t + 0,6788.v$	$= -0,982$	$= -\ 0,350$;
$0,7163.x - 0,6978.y - 0,9997.z - 0,0262.u + 0,6788.t + 0,7343.v$	$= +3,739$	$= +\ 4,758$;
$0,2715.x - 0,9625.y - 0,5225.z + 0,8526.u + 0,7343.t - 0,6788.v$	$= +6,160$	$= +\ 6,866$;
$-0,2462.x - 0,9692.y + 0,4772.z + 0,8788.u - 0,6788.t - 0,7343.v$	$= +7,797$	$= +\ 8,927$;
$-0,7040.x - 0,7102.y + 1,0000.z + 0,0087.u - 0,7163.t + 0,6978.v$	$= +7,630$	$= +\ 8,739$;
$-0,9648.x - 0,2630.y + 0,5076.z - 0,8617.u + 0,6978.t + 0,7163.v$	$= +4,943$	$= +\ 5,675$;
$-0,9670.x + 0,2546.y - 0,4924.z - 0,8704.u + 0,7163.t - 0,6978.v$	$= +0,533$	$= +\ 0,337$;
$-0,7102.x + 0,7040.y - 1,0000.z - 0,0087.u - 0,6978.t - 0,7163.v$	$= -4,030$	$= -\ 5,232$;
$-0,2630.x + 0,9648.y - 0,5075.z + 0,8616.u - 0,7163.t - 0,6978.v$	$= -6,854$	$= -\ 8,596$.

Ces équations, traitées par la méthode des moindres carrés, donnent les six équations finales :

$$6{,}0131.x + 0{,}0078.y + 0{,}0283.z + 0{,}0037.u - 0{,}0024.t + 0{,}0560.v = -15°{,}2559 = -15°{,}4829;$$
$$5{,}9861.y + 0{,}0319.z - 0{,}0076.u - 0{,}0099.t - 0{,}0066.v = -45{,}8204 = -54{,}0756;$$
$$6{,}0159.z - 0{,}0099.u + 0{,}0256.t + 0{,}6046.v = +\ 2{,}1551 = +\ 2{,}8561;$$
$$5{,}9840.u + 0{,}0171.t + 0{,}0680.v = -\ 1{,}9702 = -\ 3{,}4688;$$
$$5{,}9990.t - 0{,}0043.v = +\ 0{,}8306 = +\ 1{,}0318;$$
$$5{,}9338.v = -\ 0{,}0252 = +\ 0{,}8004.$$

desquelles on tire :

$$x = -2°{,}5286,\ y = -7°{,}6565,\ z = 0°{,}3567,\ u = -0°{,}3296,$$
$$t = 0°{,}1388 \text{ et } v = -0°{,}0004,$$

et enfin,

$$A = -8°{,}063,\ B = 0°{,}4857,\ C = 0°{,}139,\ M = 71°.44',$$
$$N = -42°.44' \text{ et } P = -0°.11'.$$

et pour la température moyenne de midi, on aura également :

$$x = -2°{,}5661,\ y = -9°{,}0379,\ z = 0°{,}4605,\ u = -0°{,}5817,$$
$$t = 0°{,}1721 \text{ et } v = 0°{,}1349,$$
$$A = -9°{,}395, B = 0°{,}742, C = 0°{,}218, M = 74°.9', N = -51°.38'$$
$$\text{et } P = 38°.5',$$

et de là les deux formules :

$$T - 8°{,}063 \sin.[(2i - i')\tfrac{1}{2}\alpha + 71°.44'] + 0°{,}486 \sin.[(2i - i')\alpha - 42°.44']$$
$$+ 0°{,}139 \sin.[(2i - i')\tfrac{3}{2}\alpha + 0°] = T',$$

$$T - 9°{,}395 \sin.[(2i - i')\tfrac{1}{2}\alpha + 74°.9') + 0°{,}742 \sin.[(2i - i')\alpha - 51°.38']$$
$$+ 0°{,}218 \sin.[(2i - i')\tfrac{3}{2}\alpha + 38°.5'] = T'.$$

En comparant ces deux formules aux températures moyennes observées, j'ai trouvé les résultats consignés dans le

tableau suivant :

	TEMPÉRATURE MOYENNE concl. du max. et min.		DIFFÉRENCES.		TEMPÉRATURE MOYENNE A MIDI.		DIFFÉRENCES.
	Observée.	Calculée.			Observée.	Calculée.	
Janvier...	2°,05	2°,76	+ 0°,71	Janvier...	3°,58	4°,38	+ 0°,80
Février...	4 ,75	4 ,05	— 0 ,70	Février...	6 ,75	6 ,05	— 0 ,70
Mars.....	6 ,48	6 ,69	+ 0 ,21	Mars.....	9 ,13	9 ,42	+ 0 ,29
Avril.....	9 ,83	10 ,03	+ 0 ,20	Avril.....	13 ,47	13 ,82	+ 0 ,35
Mai......	14 ,55	14 ,09	— 0 ,46	Mai......	18 ,58	18 ,06	— 0 ,52
Juin.....	16 ,97	17 ,13	+ 0 ,16	Juin.....	20 ,69	21 ,12	+ 0 ,43
Juillet....	18 ,61	18 ,64	+ 0 ,03	Juillet....	22 ,75	22 ,52	— 0 ,23
Août.....	18 ,44	18 ,27	— 0 ,17	Août.....	22 ,56	22 ,47	— 0 ,09
Septembre	15 ,76	15 ,89	+ 0 ,13	Septembre	19 ,50	19 ,63	+ 0 ,13
Octobre..	11 ,35	11 ,52	+ 0 ,17	Octobre..	14 ,16	14 ,29	+ 0 ,13
Novembre	6 ,78	6 ,77	— 0 ,01	Novembre	8 ,59	8 ,51	— 0 ,08
Décembre.	3 ,96	3 ,53	— 0 ,43	Décembre.	5 ,22	5 ,01	— 0 ,21

La première colonne de ce tableau contient les températures observées, la seconde les températures calculées par les formules précédentes, enfin la troisième, les différences en plus ou en moins entre les températures observées et calculées.

Les plus grandes différences se rencontrent en janvier et février, elles sont à peu près égales pour les températures

maximum et *minimum*, et pour celles de midi. Relativement aux autres mois, ces erreurs sont plus faibles. L'accord des formules avec les observations serait sans doute plus satisfaisant, si les températures moyennes des mois étaient déterminées par un plus grand nombre d'observations.

En comparant entre elles les températures des mois, il est aisé de reconnaître que celles des mois de janvier et de février, présentent une anomalie sensible par rapport à celles de mars et de décembre; pour les autres mois de l'année, elles sont sensiblement moindres, de sorte que les coëfficients des deux formules précédentes ne sont pas déterminés avec toute la précision désirable.

Si on suppose $i'=0$, la formule générale deviendra :

$$A\sin(i\alpha+M)+B\sin.(2i\alpha+N)+C\sin.(3i\alpha+P)=T'-T,$$

sous cette forme, elle pourra servir à déterminer la température moyenne pour chaque jour de l'année; mais comme cette recherche n'offre pour le moment rien d'intéressant, je ne m'en suis pas occupé.

Enfin, pour terminer l'article des températures moyennes, je donne dans le tableau XVI, les températures *maximum* et *minimum*, observées depuis 1800. La plus haute température, dans ces vingt-huit dernières années, est arrivée le 31 juillet 1803, et la plus petite le 20 juillet 1816. La moyenne température, conclue de l'ensemble de ces observations, est de 32°,75; elle est donc égale à la température moyenne de l'été à Paris.

Le plus grand froid, observé dans cette période, est arrivé le 16 janvier 1802, et l'hiver le moins rigoureux est celui

de 1824. La température moyenne de l'hiver est donc égale à 10°,46 au-dessous de la congélation.

Disons quelques mots sur les tableaux relatifs à l'état du ciel : ces tableaux donnent les indications de l'état du ciel à Paris, pendant les vingt-une dernières années; on y trouve les jours couverts, les jours de beau-temps, les jours de pluie, de brouillards, de gélée, de neige, de tonnerre, de grêle, etc. On a aussi distingué les jours où le vent a soufflé des principaux points cardinaux; enfin, on y fait également connaître la quantité de pluie, mesurée sur la plate-forme de l'Observatoire, à 28 mètres au-dessus de la cour du bâtiment, et celle qui a été également mesurée dans la cour depuis le mois de mars 1817. Enfin le dernier tableau contient le résumé général des vingt-un tableaux précédents, mois par mois. Pour une année commune à Paris, on trouve 182 jours de ciel couvert, 183 jours de ciel nuageux, 142 jours de pluie, 58 de gélée, 180 jours de brouillard, 12 de neige, 9 de grêle ou grésil, et 14 avec tonnerre.

Le vent souffle 45 jours du nord, 40 fois du nord-est, 23 de l'est et de sud-est, 63 du sud, 67 du sud-ouest, 70 de l'ouest et 30 fois du nord-ouest. On remarquera que les vents de l'est et du sud-est, sont les moins fréquents, et que les vents du sud, sud-ouest et ouest, sont ceux qui règnent le plus fréquemment sur l'horizon de Paris.

En comparant la quantité d'eau de pluie tombée sur la terrasse de l'Observatoire, à celle qui est tombée dans la cour, depuis le mois de mars 1817, on trouvera qu'en prenant pour unité la pluie de la terrasse, celle de la cour est exprimée par 1,13, ce qui donne $\frac{13}{100}$ de plus, pour 28 mètres de hauteur.

TABLEAU I.

Hauteurs barométriques, réduites à zéro de température.

MOIS.	HAUTEURS MOYENNES DU BAROMÈTRE. 9 heures du matin.	midi.	3 heures du soir.	9 heures du soir.	PÉRIODE de 9 heures du matin à 3 heures du soir.	PÉRIODE de 3 heures à 9 heures du soir.
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Janv. 1816.	752 ,679	752 ,359	752 ,166	752 ,608	0 ,513	0 ,442
Février...	756 ,841	756 ,687	755 ,995	756 ,282	0 ,846	0 ,287
Mars.....	753 ,994	753 ,920	753 ,158	753 ,362	0 ,836	0 ,204
Avril.....	750 ,180	749 ,855	749 ,286	749 ,686	0 ,894	0 ,400
Mai......	753 ,866	753 ,681	753 ,253	753 ,771	0 ,613	0 ,518
Juin......	755 ,519	755 ,257	754 ,923	755 ,129	0 ,596	0 ,206
Juillet....	751 ,531	751 ,389	750 ,994	751 ,213	0 ,537	0 ,219
Août.....	756 ,979	756 ,646	756 ,028	756 ,330	0 ,951	0 ,302
Septembre.	756 ,515	756 ,427	755 ,981	756 ,692	0 ,534	0 ,711
Octobre...	754 ,712	754 ,397	753 ,669	753 ,947	1 ,043	0 ,278
Novembre.	753 ,697	753 ,785	753 ,683	753 ,543	0 ,014	0 ,860
Décembre.	755 ,790	755 ,535	755 ,060	755 ,139	0 ,730	0 ,079
Moyennes.	754 ,359	754 ,161	753 ,683	754 ,051	0 ,676	0 ,375
Janv. 1817.	758 ,198	757 ,609	756 ,964	757 ,520	1 ,234	0 ,556
Février...	760 ,448	760 ,207	759 ,763	760 ,739	0 ,685	0 ,976
Mars.....	756 ,779	756 ,689	756 ,211	757 ,227	0 ,568	0 ,016
Avril.....	762 ,500	761 ,957	761 ,382	762 ,153	1 ,118	0 ,771
Mai......	751 ,936	751 ,617	751 ,096	751 ,451	0 ,840	0 ,355
Juin......	756 ,167	755 ,893	755 ,347	755 ,793	0 ,820	0 ,446
Juillet....	755 ,914	755 ,613	755 ,228	755 ,511	0 ,686	0 ,283
Août.....	754 ,423	754 ,104	753 ,721	754 ,151	0 ,702	0 ,430
Septembre.	756 ,386	756 ,243	755 ,667	756 ,140	0 ,719	0 ,473
Octobre...	756 ,252	755 ,888	755 ,349	756 ,232	0 ,903	0 ,883
Novembre.	761 ,012	760 ,924	760 ,388	760 ,881	0 ,624	0 ,493
Décembre.	750 ,088	750 ,054	749 ,842	750 ,328	0 ,246	0 ,486
Moyennes.	756 ,676	756 ,400	755 ,914	756 ,510	0 ,762	0 ,597

MOIS.	HAUTEURS MOYENNES DU BAROMÈTRE.				PÉRIODE de 9 heures du matin à 3 heures du soir.	PÉRIODE de 3 à 9 heures du soir.
	à 9 heures du matin.	à midi.	à 3 heures du soir.	à 9 heures du soir.		
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Janv. 1818.	758 ,591	758 ,257	757 ,751	758 ,135	0 ,840	0 ,384
Février . . .	754 ,706	754 ,160	753 ,400	753 ,947	1 ,306	0 ,547
Mars	753 ,656	753 ,326	752 ,571	753 ,223	1 ,085	0 ,652
Avril	750 ,884	750 ,535	749 ,844	750 ,299	1 ,040	0 ,455
Mai	753 ,649	753 ,200	752 ,604	753 ,388	1 ,045	0 ,784
Juin	759 ,075	758 ,875	758 ,270	758 ,502	0 ,805	0 ,232
Juillet	759 ,226	758 ,762	758 ,143	758 ,732	1 ,083	0 ,589
Août	758 ,279	757 ,926	757 ,290	757 ,750	0 ,989	0 ,460
Septembre.	754 ,748	754 ,437	753 ,920	754 ,239	0 ,828	0 ,319
Octobre. . .	756 ,680	756 ,521	755 ,930	756 ,544	0 ,750	0 ,614
Novembre.	756 ,098	756 ,006	755 ,660	756 ,174	0 ,438	0 ,514
Décembre.	760 ,991	760 ,749	760 ,295	760 ,605	0 ,696	0 ,310
Moyennes.	756 ,382	756 ,063	755 ,473	755 ,961	0 ,909	0, 488
Janv. 1819.	757 ,335	757 ,023	756 ,584	756 ,328	0 ,751	—0 ,256
Février . . .	753 ,165	752 ,801	752 ,362	752 ,578	0 ,802	0 ,215
Mars	756 ,658	756 ,372	755 ,797	756 ,646	0 ,861	0 ,859
Avril	753 ,580	753 ,315	752 ,509	752 ,846	1 ,071	0 ,337
Mai	754 ,943	754 ,648	753 ,780	754 ,485	1 ,163	0 ,705
Juin	757 ,019	756 ,700	756 ,198	756 ,498	0 ,821	0 ,300
Juillet	757 ,039	756 ,717	756 ,319	756 ,852	0 ,720	0 ,533
Août	757 ,108	756 ,760	756 ,147	756 ,443	0 ,961	0 ,296
Septembre.	758 ,003	757 ,792	757 ,195	757 ,984	0 ,808	0 ,789
Octobre. . .	754 ,216	754 ,204	753 ,842	754 ,409	0 ,374	0 ,567
Novembre.	751 ,845	751 ,836	751 ,514	752 ,041	0 ,331	0 ,527
Décembre.	753 ,204	753 ,072	752 ,728	752 ,810	0 ,476	0 ,082
Moyennes.	755 ,343	755 ,103	754 ,581	754 ,993	0 ,762	0 ,412

MOIS.	HAUTEURS MOYENNES DU BAROMÈTRE. à 9 heures du matin.	à midi.	à 3 heures du soir.	à 9 heures du soir.	PÉRIODE de 9 heures du matin à 3 heures du soir.	PÉRIODE de 3 heures à 9 heures du soir.
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Janv. 1820.	757 ,005	756 ,939	756 ,695	756 ,641	0 ,310	—0 ,053
Février . . .	758 ,106	757 ,799	757 ,194	757 ,349	0 ,912	+0 ,155
Mars	755 ,711	755 ,570	754 ,961	755 ,527	0 ,750	0 ,566
Avril	756 ,612	756 ,144	755 ,356	755 ,896	1 ,256	0 ,540
Mai	755 ,722	755 ,382	754 ,747	754 ,773	0 ,975	0 ,026
Juin	757 ,507	757 ,395	757 ,111	757 ,588	0 ,396	0 ,477
Juillet	756 ,529	756 ,351	756 ,154	756 ,477	0 ,376	0 ,323
Août	756 ,402	756 ,132	755 ,639	756 ,012	0 ,763	0 ,373
Septembre.	758 ,892	758 ,539	758 ,180	758 ,634	0 ,712	0 ,454
Octobre. . .	751 ,124	750 ,629	749 ,853	750 ,385	1 ,271	0 ,532
Novembre.	754 ,478	754 ,510	754 ,229	754 ,848	0 ,249	0 ,619
Décembre.	767 ,813	757 ,634	754 ,213	757 ,544	0 ,600	0 ,331
Moyennes.	756 ,325	756 ,002	755 ,611	755 ,973	0 ,714	0 ,362
Janv. 1821.	756 ,666	756 ,568	756 ,378	756 ,898	0 ,288	0 ,520
Février . . .	765 ,119	764 ,841	764 ,042	764 ,403	1 ,077	0 ,361
Mars	751 ,834	751 ,761	751 ,258	751 ,816	0 ,576	0 ,558
Avril	751 ,042	750 ,712	750 ,086	750 ,946	0 ,956	0 ,863
Mai	756 ,044	755 ,746	755 ,402	755 ,923	0 ,642	0 ,521
Juin	757 ,809	757 ,666	757 ,230	757 ,390	0 ,579	0 ,160
Juillet	757 ,244	757 ,057	756 ,660	757 ,051	0 ,584	0 ,391
Août	756 ,829	756 ,517	755 ,900	756 ,379	0 ,929	0 ,479
Septembre.	756 ,865	756 ,660	756 ,286	756 ,715	0 ,579	0 ,429
Octobre. . .	757 ,935	757 ,690	757 ,142	757 ,844	0 ,793	0 ,702
Novembre.	757 ,897	757 ,480	756 ,933	757 ,410	0 ,964	0 ,477
Décembre.	750 ,037	750 ,082	749 ,864	750 ,032	0 ,173	0 ,168
Moyennes.	756 ,276	756 ,065	755 ,598	756 ,068	0 ,678	0 ,470

MOIS.	HAUTEURS MOYENNES DU BAROMÈTRE.				PÉRIODE de 9 heures du matin à 3 heures du soir.	PÉRIODE de 3 heures à 9 heures du soir.
	à 9 heures du matin.	à midi.	à 3 heures du soir.	à 9 heures du soir.		
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Janv. 1822.	761 ,913	761 ,705	761 ,392	761 ,922	0 ,521	0 ,530
Février...	763 ,876	763 ,577	762 ,795	762 ,999	1 ,081	0 ,204
Mars.....	762 ,419	762 ,004	761 ,994	761 ,587	0 ,425	0 ,593
Avril.....	756 ,118	756 ,860	755 ,238	755 ,884	0 ,880	0 ,646
Mai......	755 ,340	755 ,118	754 ,648	755 ,080	0 ,692	0 ,432
Juin......	758 ,376	758 ,179	757 ,579	755 ,893	0 ,797	0 ,314
Juillet....	754 ,213	753 ,811	753 ,295	753 ,698	0 ,918	0 ,403
Août....	756 ,304	755 ,964	755 ,354	755 ,768	0 ,950	0 ,514
Septembre.	756 ,373	756 ,049	755 ,415	755 ,784	0 ,958	0 ,369
Octobre...	752 ,208	752 ,060	751 ,760	752 ,164	0 ,448	0 ,402
Novembre.	756 ,095	755 ,956	755 ,497	755 ,763	0 ,598	0 ,276
Décembre.	759 ,499	759 ,386	759 ,168	759 ,073	0 ,331	—0 ,097
Moyennes.	757 ,728	759 ,472	757 ,011	757 ,310	0 ,717	0 ,382
Janv. 1823.	751 ,011	750 ,636	750 ,249	750 ,342	0 ,762	0 ,093
Février...	748 ,235	747 ,781	747 ,131	747 ,752	1 ,104	0 ,621
Mars.....	754 ,725	754 ,685	754 ,211	754 ,294	0 ,514	0 ,083
Avril.....	754 ,363	754 ,115	753 ,449	753 ,904	0 ,914	0 ,455
Mai......	757 ,325	757 ,203	756 ,679	756 ,741	0 ,646	0 ,062
Juin......	755 ,285	755 ,017	754 ,625	755 ,053	0 ,660	0 ,428
Juillet....	755 ,907	755 ,687	755 ,386	755 ,656	0 ,521	0 ,270
Août.....	757 ,636	757 ,404	756 ,824	756 ,969	0 ,812	0 ,145
Septembre.	758 ,552	758 ,172	757 ,505	757 ,655	1 ,047	0 ,150
Octobre...	752 ,002	751 ,825	751 ,438	752 ,007	0 ,564	0 ,569
Novembre.	761 ,833	761 ,673	761 ,168	751 ,556	0 ,665	0 ,388
Décembre.	755 ,489	755 ,429	755 ,246	755 ,340	0 ,243	0 ,094
Moyennes.	755 ,197	754 ,969	754 ,493	754 ,773	0, 704	0 ,280

MOIS.	HAUTEURS MOYENNES DU BAROMÈTRE.				PÉRIODE de 9 heures du matin à 3 heures du soir.	PÉRIODE de 3 heures à 9 heures du soir.
	à 9 heures du matin.	à midi.	à 3 heures du soir.	à 9 heures du soir.		
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Janv. 1824.	761 ,418	760 ,921	760 ,536	760 ,880	o ,882	o ,344
Février...	754 ,600	754 ,556	753 ,938	753 ,962	o ,662	o ,024
Mars.....	754 ,450	754 ,087	753 ,408	753 ,883	1 ,042	o ,475
Avril.....	755 ,412	754 ,976	754 ,539	755 ,143	o ,873	o ,604
Mai......	756 ,027	756 ,002	755 ,587	755 ,676	o ,440	o ,089
Juin......	754 ,629	754 ,492	753 ,925	754 ,090	o ,704	o ,165
Juillet....	758 ,564	758 ,350	757 ,850	758 ,074	o ,714	o ,224
Août.....	757 ,032	756 ,755	756 ,400	756 ,560	o ,632	o ,160
Septembre.	756 ,481	756 ,196	755 ,618	755 ,710	o ,863	o ,092
Octobre...	751 ,457	751 ,285	750 ,778	751 ,189	o ,679	o ,411
Novembre.	753 ,761	753 ,686	753 ,287	753 ,250	o ,474	—o ,037
Décembre.	757 ,973	757 ,695	757 ,357	758 ,417	o ,614	1 ,060
Moyennes.	755 ,984	755 ,750	755 ,269	755 ,569	o, 715	o ,300
Janv. 1825.	765 ,246	764 ,851	764 ,490	764 ,694	o ,756	o ,204
Février...	763 ,517	763 ,253	762 ,631	762 ,626	o ,886	—o ,005
Mars.....	760 ,414	760 ,053	759 ,273	759 ,307	1 ,141	+o ,034
Avril.....	758 ,512	758 ,097	757 ,290	757 ,531	1 ,222	o ,241
Mai......	757 ,041	756 ,737	756 ,154	756 ,198	o ,887	o ,044
Juin......	757 ,648	757 ,313	756 ,799	756 ,637	o ,849	—o ,162
Juillet....	758 ,980	758 ,535	757 ,896	757 ,984	1 ,084	+o ,088
Août.....	756 ,550	756 ,290	755 ,863	755 ,935	o ,687	o ,072
Septembre.	755 ,921	755 ,638	755 ,032	755 ,519	o ,889	o ,487
Octobre...	758 ,862	758 ,785	758 ,327	758 ,240	o ,535	—o ,087
Novembre.	753 ,600	753 ,420	752 ,866	753 ,295	o ,734	+o ,429
Décembre.	749 ,297	749 ,174	748 ,838	748 ,727	o ,459	—o ,111
Moyennes.	757 ,966	757 ,679	757 ,122	757 ,224	o ,844	o ,102

MOIS.	HAUTEURS MOYENNES DU BAROMETRE.				PÉRIODE de 9 heures du matin à 3 heures du soir.	PÉRIODE de 3 heures à 9 heures du soir.
	à 9 heures du matin.	à midi.	à 3 heures du soir.	à 9 heures du soir.		
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Janv. 1826.	759 ,109	758 ,713	758 ,510	758 ,618	0 ,599	0 ,108
Février ...	761 ,202	760 ,887	760 ,339	760 ,484	0 ,863	0 ,145
Mars	757 ,594	757 ,381	756 ,712	757 ,187	0 ,882	0 ,475
Avril.....	758 ,585	758 ,124	757 ,698	758 ,292	0 ,887	0 ,594
Mai.......	755 ,890	755 ,568	754 ,888	755 ,158	1 ,002	0 ,270
Juin......	761 ,342	761 ,138	760 ,598	761 ,051	0 ,744	0 ,453
Juillet	756 ,948	756 ,643	756 ,060	756 ,295	0 ,888	0 ,235
Août.....	757 ,334	756 ,910	756 ,310	756 ,580	1 ,024	0 ,270
Septembre.	755 ,758	755 ,484	754 ,887	755 ,676	0 ,871	0 ,789
Octobre...	757 ,044	756 ,734	756 ,136	756 ,778	0 ,908	0 ,642
Novembre.	753 ,718	753 ,417	752 ,812	752 ,500	0 ,906	—0 ,312
Décembre.	756 ,490	756 ,284	756 ,119	756 ,427	0 ,371	0 ,308
Moyennes.	757 ,584	757 ,273	756 ,756	757 ,087	0 ,828	0 ,331

TABLEAU II.

Hauteurs moyennes annuelles du baromètre pour les différentes heures du jour, et variations diurnes moyennes qui s'en déduisent.

ANNÉE.	à 9 heures du matin.	à midi.	à 3 heures du soir.	à 9 heures du soir.	PÉRIODE	PÉRIODE.
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
1816	754 ,359	754 ,161	753 ,683	754 ,051	0 ,676	0 ,375
1817	756 ,676	756 ,400	755 ,914	756 ,510	0 ,762	0 ,597
1818	756 ,382	756 ,063	755 ,473	755 ,961	0 ,909	0 ,488
1819	755 ,343	755 ,103	754 ,581	754 ,993	0 ,762	0 ,412
1820	756 ,325	756 ,002	755 ,611	755 ,973	0 ,714	0 ,362
1821	756 ,276	756 ,065	755 ,598	756 ,068	0 ,678	0 ,470
1822	757 ,728	757 ,472	757 ,011	757 ,310	0 ,717	0 ,382
1823	755 ,197	754 ,969	754 ,493	754 ,773	0 ,704	0 ,280
1824	755 ,984	755 ,750	755 ,269	755 ,569	0 ,715	0 ,300
1825	757 ,966	757 ,679	757 ,122	757 ,224	0 ,844	0 ,102
1826	757 ,584	757 ,273	756 ,756	757 ,087	0 ,828	0 ,331
Moyennes.	756 ,347	756 ,085	755 ,591	755 ,956	0 ,756	0 ,373

TABLEAU III.

Hauteurs moyennes du baromètre, réunies par mois de même dénomination.

de 1816 à 1827.	à 9 heures du matin.	à midi.	à 3 heures du soir.	à 9 heures du soir.	PÉRIODE.	PÉRIODE.
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Janvier....	758 ,106	757 ,779	757 ,429	757 ,690	0 ,677	0 ,261
Février...	758 ,165	757 ,868	757 ,236	757 ,557	0 ,929	0 ,321
Mars.....	756 ,203	755 ,987	755 ,406	755 ,823	0 ,797	0 ,500
Avril.....	755 ,253	754 ,881	754 ,243	754 ,780	1 ,010	0 ,537
Mai......	755 ,253	754 ,991	754 ,440	754 ,786	0 ,813	0 ,346
Juin......	757 ,307	757 ,084	756 ,600	756 ,875	0 ,707	0 ,275
Juillet....	756 ,554	756 ,174	755 ,817	756 ,140	0 ,737	0 ,323
Août.....	756 ,807	756 ,492	755 ,953	756 ,271	0 ,854	0 ,318
Septembre.	756 ,773	756 ,421	755 ,972	756 ,432	0 ,801	0 ,460
Octobre...	754 ,772	754 ,547	754 ,021	754 ,522	0 ,751	0 ,501
Novembre.	755 ,822	755 ,700	755 ,277	755 ,660	0 ,545	0 ,383
Décembre.	755 ,152	755 ,009	754 ,703	754 ,950	0 ,449	0 ,247
Moyennes.	756 ,347	756 ,078	755 ,591	755 ,950	0 ,756	0 ,373

TABLEAU IV.

Hauteurs moyennes barométriques, faites à 4 heures et à 9 heures du matin, à 3 heures et à 9 heures du soir, pour la détermination des quatre périodes.

ANNÉE.	à 4 heures du matin.	à 9 heures du matin.	à 3 heures du soir.	à 9 heures du soir.	PÉRIODE de 4 heures à 9 heures du matin.	PÉRIODE de 9 heures du matin à 3 heures du soir.	PÉRIODE de 3 heures à 9 heures du soir.	PÉRIODE de 9 heures du soir à 4 heures du matin.
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
1816	754 ,111	754 ,586	753 ,980	754 ,196	0 ,475	0 ,606	0 ,216	—0 ,085
1817	755 ,313	755 ,677	754 ,782	755 ,081	0 ,364	0 ,895	0 ,299	+0 ,232
1818	758 ,747	759 ,269	758 ,411	758 ,822	0 ,522	0 ,858	0 ,411	—0 ,075
1819	757 ,232	757 ,519	756 ,733	757 ,103	0 ,287	0 ,786	0 ,370	+0 ,129
1820	757 ,186	757 ,574	757 ,156	757 ,569	0 ,388	0 ,418	0 ,413	—0 ,383
1821	756 ,835	757 ,294	757 ,774	757 ,030	0 ,459	0 ,520	0 ,256	—0 ,195
1822	757 ,405	757 ,842	757 ,008	757 ,242	0 ,437	0 ,834	0 ,234	+0 ,163
1823	755 ,273	755 ,661	754 ,955	755 ,268	0 ,388	0 ,706	0 ,313	+0 ,005
1824	755 ,071	755 ,576	754 ,988	755 ,094	0 ,505	0 ,588	0 ,106	—0 ,023
1825	757 ,569	758 ,007	757 ,126	757 ,211	0 ,438	0 ,881	0 ,085	+0 ,358
1826	759 ,156	759 ,663	758 ,854	759 ,188	0 ,507	0 ,818	0 ,344	—0 ,032
Moyennes	756 ,718	757 ,152	756 ,433	756 ,710	0 ,434	0 ,719	0 ,277	—0 ,008

Maximum, minimum et hauteurs moyennes d

ANNÉES.	1816.		1817.		1818.		1819.		1820.	
	mm		mm		mm		mm		mm	
Janvier.......	770,99 752,68 736,20	+18,59 —16,48	772,79 758,20 736,13	+14,59 —22,07	771,49 758,59 744,26	+12,59 —14,33	770,93 757,34 742,20	+13,59 —15,14	769,33 757,01 740,34	+[illegible] —[illegible]
Février.......	768,58 756,84 730,57	+11,74 —26,27	771,00 760,45 747,11	+10,55 —13,34	764,58 754,71 733,78	+ 9,87 —20,93	765,21 753,17 742,84	+12,04 —10;33	766,48 758,11 742,15	+[illegible] —[illegible]
Mars........	763,87 753,99 738,94	+ 9,88 —14,05	767,67 756,78 736,79	+10,89 —19,99	766,97 753,66 737,03	+13,31 —16,63	766,08 758,66 738,56	+ 7,42 —20,10	766,55 755,71 733,19	+[illegible] —[illegible]
Avril........	762,26 750,18 733,47	+12,08 —17,71	772.92 762,50 753,00	+10,42 — 9,50	764,69 750,88 737,08	+13,81 —13,80	763,45 753,58 741,50	+ 9,87 —12,08	766,70 756,61 741,53	+[illegible] —[illegible]
Mai..........	762,13 753,87 742,95	+ 8,26 —10,92	762,32 756,94 741,02	+10,34 —10,92	763,55 653,65 744,13	+ 9,98 — 9,52	772,45 754,94 746,33	+17,51 — 8.61	766,97 755,72 745,09	+[illegible] —[illegible]
Juin.........	760,29 755,62 744,78	+ 4,77 —10,74	765,51 756,17 747,87	+ 9,34 — 8,30	764,38 759,08 751,74	+ 5,30 — 7,34	762,93 757,02 749,45	+ 5,91 — 7,57	767,00 757,51 751,86	+[illegible] —[illegible]
Juillet.......	758,74 751,53 741,47	+ 7,21 —10,06	761,44 755,91 748,15	+ 5,53 — 7,76	764,33 759,23 754,85	+ 5,10 — 4,38	763,66 757,04 752,10	+ 6,62 —14,94	762,55 756,53 745,62	[illegible]
Août........	761,87 756,98 740,75	+ 4,89 —16,23	760,28 754,42 739,89	+ 5,86 —14,53	764.16 758,28 752,98	+ 5,88 — 6,30	763,09 757,11 745,55	+ 5,98 —11,56	764,60 756,40 745,69	[illegible]
Septembre....	764,94 756,52 737,50	+ 8,42 —19,02	762,31 756,39 746,51	+ 5,92 — 9,88	766,18 754,75 747,24	+11,43 — 7,51	767,30 758,00 749,09	+ 9,40 — 8,71	766,88 758,89 750,95	[illegible]
Octobre......	763,34 754,71 740,82	+ 8,63 —13,69	763,65 756,25 748,93	+ 7,40 — 7,32	766,00 756,68 747,05	+ 9,32 — 9,63	764,50 754,22 740,07	+10,28 —14,15	769,67 751,12 735,09	[illegible]
Novembre....	771,19 753,70 741,41	+17,49 —12,29	771,33 761,01 746,04	+10,32 —14,97	770,28 756,10 742,92	+14,18 —13,18	760,35 751,85 746,43	+ 8,50 — 5,42	764,04 754,48 740,51	[illegible]
Décembre.....	772,76 755,79 739,75	+16,97 —16,04	763,70 750,09 730,61	+13,61 —19,48	770,19 760,99 748,12	+ 9,20 —12,87	762,22 753,20 740,20	+ 9,02 —13,00	769,01 757,81 745,08	[illegible]
Moyennes..... Annuelles.....	+ 10,72 — 15,29		+ 9,56 — 13,17		+ 10,03 — 11,33		+ 9,68 — 11,82		+ 1[illegible]2 — 1[illegible]3	

ABLEAU V.

romètre pour les mois et les années, réduites à zéro de température.

821.	1822.		1823.		1824.		1825.		1826.		Moyennes mensuelles.
	mm		mm		mm		mm		mm		mm
+17,89 —24,14	771,12 761,91 739,55	+ 9,21 —21,36	761,22 751,01 736,47	+10,21 —14,54	772,03 761,42 734,33	+10,61 —26,89	776,46 765,25 748,42	+11,21 —16,83	774,26 758,74 746,71	+15,52 —11,83	+13,31 —18,21
+15,77 —22,46	770,68 763,88 751,66	+ 6,80 —12,22	761,43 748,24 723,05	+13,19 —15,19	771,39 754,60 741,70	+16,79 —12,90	773,15 763,52 745,50	+ 9,63 —18,02	771,16 760,73 747,97	+10,43 —12,76	+11,33 —16,40
+16,28 —12,64	769,52 762,42 751,48	+ 7,10 —10,94	765,63 754,73 741,04	+10,90 —13,69	766,12 754,45 739,40	+11,67 —15,05	772,12 760,41 743,45	+11,71 —17,96	766,75 757,22 741,73	+ 9,53 —15,49	+10,87 —16,28
+11,08 — 9,55	766,66 756,12 743,56	+10,54 —12,56	766,67 754,36 740,35	+12,31 —14,01	766,97 755,41 737,23	+11,56 —18,18	766,79 758,51 741,96	+ 8,28 —16,55	768,51 738,17 741,78	+10,34 —16,39	+10,94 —14,13
+ 9,85 —12,01	764,46 655,34 741,80	+ 9,12 —13,54	765,66 757,33 750,09	+ 8,27 — 7,24	773,45 756,03 744,39	+17,42 —11,64	762,66 757,04 749,61	+ 5,62 — 7,43	763,71 755,38 748,33	+ 8,33 — 7,05	+10,53 — 9,96
+ 6,08 — 8,37	763,37 758,38 751,11	+ 4,99 — 7,27	764,73 755,29 744,11	+ 9,44 —11,18	762,80 754,63 743,01	+ 8,17 —11,62	767,15 757,65 749,45	+ 9,50 — 8,20	767,00 761,04 751,57	+ 5,96 — 9,47	+ 7,18 — 8,70
+ 7,96 — 6,79	761,99 754,21 747,34	+ 7,78 — 6,87	761,65 755,91 752,07	+ 5,74 — 3,84	768,88 758,56 749,89	+10,32 — 8,67	764,14 758,98 753,31	+ 5,16 — 5,67	763,36 756,65 750,14	+ 6,71 — 6,51	+ 6,73 — 7,85
+ 5,83 — 7,64	764,36 756,30 750,39	+ 8,06 — 5,91	764,76 757,64 751,21	+ 7,12 — 6,43	764,34 757,03 751,56	+ 7,31 — 3,47	764,88 756,55 747,09	+ 8,33 — 9,48	766,53 756,78 749,44	+ 9,75 — 7,34	+ 7,02 — 9,23
+ 7,96 — 8,13	761,97 756,37 742,54	+ 5,60 —13,83	765,73 758,55 745,81	+ 7,18 —12,74	763,19 756,48 747,40	+ 6,71 — 9,08	762,67 755,92 743,51	+ 6,75 —12,41	763,53 755,45 747,45	+ 8,08 — 8,00	+ 6,67 —10,68
+ 8,88 —13,34	764,65 752,21 737,18	+12,44 —15,03	768,15 752,00 733,89	+16,15 —18,11	765,19 751,46 728,87	+13,73 —23,59	770,43 758,86 729,83	+11,57 —29,03	763,91 756,67 744,13	+ 7,24 —12,54	+11,27 —15,68
+ 9,09 —10,38	767,84 756,10 743,98	+11,74 —12,12	772,30 761,83 744,87	+10,47 —16,96	765,23 753,76 733,54	+11,47 —20,22	766,81 753,60 728,63	+13,21 —24,97	767,84 753,11 726,93	+14,73 —26,18	+11,89 —15,51
+17,02 —36,78	771,46 759,50 737,35	+11,96 —22,15	766,36 755,49 741,03	+10,87 —14,46	771,76 757,97 745,00	+13,79 —12,97	760,18 749,30 737,73	+10,88 —11,57	770,50 756,33 749,10	+14,17 — 7,23	+12,61 —15,77
+11,14 —14,36	+ 8,78 —12,80		+10,15 —12,36		+11,63 —14,69		+ 9,31 —14,76		+10,07 —13,73		

TABLEAU VI.

Observations syzygies, réduites à zéro de température.

ANNÉES.	à 9 heures du matin.	à midi.	à 3 heures du soir.	PÉRIODE.
2e JOUR AVANT LA SYZYGIE.				
	mm	mm	mm	mm
1815	754 ,573	754 ,003	753 ,280	1 ,293
1816	754 ,110	754 ,103	753 ,623	0 ,487
1817	755 ,543	754 ,869	753 ,983	1 ,560
1818	757 ,690	756 ,637	756 ,136	1 ,554
1819	754 ,304	754 ,437	754 ,201	0 ,103
1820	755 ,475	755 ,341	754 ,963	0 ,512
1821	756 ,415	755 ,997	755 ,588	0 ,827
1822	758 ,340	758 ,169	757 ,687	0 ,653
1823	753 ,850	753 ,768	753 ,375	0 ,475
1824	754 ,506	754 ,257	753 ,811	0 ,695
1825	758 ,025	757 ,932	757 ,243	0 ,782
1826	758 ,461	758 ,168	757 ,601	0 ,860
Moyennes.	755 ,941	753 ,623	755 ,124	0 ,817
1er JOUR AVANT LA SYZYGIE.				
1815	753 ,705	753 ,664	753 ,664	0 ,204
1816	754 ,870	754 ,512	753 ,752	1 ,118
1817	754 ,930	754 ,440	753 ,590	1 ,340
1818	757 ,110	756 ,770	756 ,207	0 ,903
1819	755 ,550	755 ,009	754 ,170	1 ,380
1820	755 ,970	756 ,131	755 ,851	0 ,119
1821	757 ,180	757 ,070	756 ,660	0 ,520
1822	758 ,210	758 ,180	757 ,840	0 ,370
1823	755 ,995	756 ,056	755 ,781	0 ,214
1824	755 ,104	755 ,032	754 ,788	0 ,316
1825	758 ,419	758 ,162	757 ,456	0 ,963
1826	757 ,422	757 ,174	756 ,534	0 ,888
Moyennes.	756 ,205	756 ,016	755 ,510	0 ,695

ANNÉES.	à 9 heures du matin.	à midi.	à 3 heures du soir.	PÉRIODE.
JOUR DE LA SYZYGIE.				
	mm	mm	mm	mm
1815	754 ,208	754 ,401	754 ,069	0 ,139
1816	754 ,450	754 ,430	754 ,121	0 ,329
1817	753 ,981	753 ,740	753 ,372	0 ,609
1818	757 ,901	757 ,380	756 ,450	1 ,451
1819	754 ,900	754 ,890	754 ,558	0 ,342
1820	758 ,108	758 ,068	757 ,650	0 ,458
1821	756 ,930	755 ,790	755 ,850	1 ,080
1822	758 ,480	757 ,812	756 ,820	1 ,660
1823	757 ,176	756 ,690	755 ,834	1 ,342
1824	755 ,346	755 ,059	754 ,512	0 ,834
1825	757 ,436	756 ,908	756 ,146	1 ,290
1826	756 ,914	756 ,707	756 ,370	0 ,544
Moyennes.	756 ,319	755 ,989	755 ,396	0 ,923
1er JOUR APRÈS LA SYZYGIE.				
1815	755 ,356	755 ,108	754 ,584	0 ,772
1816	755 ,860	755 ,980	755 ,720	0 ,140
1817	754 ,371	754 ,028	753 ,760	0 ,611
1818	755 ,890	755 ,471	754 ,870	1 ,020
1819	756 ,070	755 ,981	755 ,730	0 ,340
1820	758 ,408	758 ,027	757 ,288	1 ,120
1821	755 ,421	755 ,340	755 ,000	0 ,421
1822	755 ,690	755 ,321	754 ,792	0 ,898
1823	755 ,808	754 ,833	754 ,531	1 ,277
1824	755 ,548	755 ,446	755 ,111	0 ,437
1825	758 ,506	758 ,406	757 ,991	0 ,515
1826	757 ,192	756 ,607	755 ,932	1 ,260
Moyennes.	756 ,177	755 ,879	755 ,445	0 ,734

2e JOUR APRÈS LA SYZYGIE.				
ANNÉES.	à 9 heures du matin.	à midi.	à 3 heures du soir.	PÉRIODE.
	mm	mm	mm	mm
1815	756 ,034	755 ,868	755 ,368	0 ,666
1816	756 ,009	755 ,790	755 ,450	0 ,559
1817	754 ,790	754 ,701	754 ,162	0 ,628
1818	756 ,112	755 ,980	754 ,590	0 ,522
1819	757 ,228	757 ,069	756 ,570	0 ,658
1820	756 ,690	756 ,220	755 ,518	1 ,172
1821	755 ,531	755 ,171	754 ,630	0 ,901
1822	755 ,090	755 ,140	754 ,971	0 ,119
1823	754 ,340	754 ,088	753 ,850	0 ,490
1824	756 ,069	755 ,576	754 ,757	1 ,312
1825	758 ,896	758 ,384	758 ,082	0 ,814
1826	756 ,414	756 ,129	755 ,580	0 ,834
Moyennes.	756 ,100	755 ,845	755 ,377	0 ,723
Période barométrique moyenne..... = 0 ,778				

TABLEAU VII.

Observations quadratures, réduites à zéro de température.

ANNÉES.	à 9 heures du matin.	à midi.	à 3 heures du soir.	PÉRIODE.
2e JOUR AVANT LA QUADRATURE.				
	mm	mm	mm	mm
1815	756 ,320	756 ,123	755 ,654	0 ,666
1816	754 ,052	753 ,913	753 ,428	0 ,624
1817	757 ,291	757 ,237	756 ,855	0 ,436
1818	755 ,684	755 ,676	755 ,533	0 ,151
1819	755 ,691	755 ,242	754 ,613	1 ,078
1820	756 ,393	755 ,935	755 ,231	1 ,162
1821	756 ,964	756 ,693	756 ,648	0 ,316
1822	757 ,574	757 ,294	756 ,799	0 ,775
1823	757 ,787	757 ,584	757 ,221	0 ,566
1824	757 ,371	756 ,833	756 ,048	1 ,323
1825	757 ,622	757 ,441	757 ,129	0 ,493
1826	756 ,977	756 ,441	755 ,851	1 ,126
Moyennes.	756 ,644	756 ,368	755 ,718	0 ,726
1er JOUR AVANT LA QUADRATURE.				
1815	757 ,040	757 ,148	756 ,955	0 ,085
1816	754 ,040	753 ,834	753 ,330	0 ,710
1817	759 ,220	759 ,090	758 ,670	0 ,550
1818	756 ,530	756 ,167	755 ,632	0 ,898
1819	754 ,981	754 ,940	754 ,600	0 ,381
1820	755 ,920	755 ,670	755 ,338	0 ,582
1821	757 ,139	756 ,809	756 ,170	0 ,969
1822	758 ,540	758 ,421	758 ,047	0 ,493
1823	757 ,012	756 ,443	755 ,590	1 ,422
1824	757 ,640	757 ,549	757 ,133	0 ,507
1825	758 ,947	758 ,856	758 ,403	0 ,544
1826	757 ,358	757 ,287	756 ,964	0 ,394
Moyennes.	757 ,031	756 ,851	756 ,403	0, 628

ANNÉES.	à 9 heures du matin.	à midi.	à 3 heures du soir.	PÉRIODE.
JOUR DE LA QUADRATURE.				
	mm	mm	mm	mm
1815	757 ,718	757 ,301	756 ,566	1 ,152
1816	753 ,542	733 ,220	752 ,562	0 ,980
1817	759 ,450	759 ,168	758 ,570	0 ,880
1818	755 ,858	755 ,232	754 ,271	1 ,587
1819	755 ,360	755 ,050	754 ,409	0 ,951
1820	756 ,431	756 ,130	755 ,760	0 ,671
1821	756 ,500	755 ,978	755 ,261	1 ,239
1822	759 ,240	758 ,950	758 ,209	1 ,031
1823	755 ,469	755 ,342	754 ,958	0 ,511
1824	757 ,371	756 ,833	756 ,026	1 ,345
1825	759 ,377	958 ,896	758 ,019	1 ,358
1826	758 ,367	758 ,170	757 ,713	0 ,654
Moyennes.	757 ,057	756 .689	756 ,027	1 ,030
1er JOUR APRÈS LA QUADRATURE.				
1815	757 ,464	757 ,435	757 ,120	0 ,344
1816	753 ,630	753 ,300	752 ,862	0 ,768
1817	758 ,297	757 ,840	757 ,160	1 ,137
1818	754 ,712	754 ,624	754 ,290	0 ,422
1819	754 ,470	754 ,270	753 ,350	1 ,120
1820	756 ,760	756 ,351	755 ,940	0 ,820
1821	755 ,561	755 ,350	754 ,900	0 ,661
1822	757 ,220	756 ,697	756 ,019	1 ,201
1823	754 ,961	757 ,690	754 ,545	0 ,416
1824	757 ,834	757 ,465	757 ,177	0 ,657
1825	757 ,248	756 ,970	756 ,153	1 ,095
1826	758 ,280	757 ,956	757 ,356	0 ,924
Moyennes.	756 ,370	756 ,079	755 ,573	0 ,797

2e JOUR APRÈS LA QUADRATURE.				
ANNÉES.	à 9 heures du matin.	à midi.	à 3 heures du soir.	PÉRIODE.
	mm	mm	mm	mm
1815	758 ,575	758 ,400	758 ,044	0 ,531
1816	753 ,260	753 ,040	752 ,650	0 ,610
1817	757 ,518	757 ,317	756 ,991	0 ,527
1818	755 ,950	755 ,750	755 ,230	0 ,720
1819	754 ,212	754 ,163	753 ,960	0 ,252
1820	755 ,860	755 ,280	754 ,659	1 ,201
1821	755 ,970	755 ,681	755 ,000	0 ,970
1822	758 ,290	758 ,099	757 ,701	0 ,589
1823	755 ,320	755 ,022	754 ,432	0 ,888
1824	758 ,388	758 ,056	757 ,399	0 ,989
1825	755 ,535	755 ,254	755 ,192	0 ,347
1826	758 ,380	757 ,838	757 ,273	1 ,107
Moyennes.	756 ,438	756 ,158	755 ,711	0 ,727
Période barométrique moyenne....... = 0 ,782				

TABLEAU VIII.

Dépressions du mercure dans le baromètre, dues à sa capillarité.

DIAMÈTRE int. du tube.	DÉPRESSIONS.	DIFFÉRENCES.	DIAMÈTRE int. du tube.	DÉPRESSIONS.	DIFFÉRENCES.
mm	mm	mm	mm	mm	mm
21 ,00	0 ,028	0 ,004	11 ,50	0 ,293	0 ,037
20 ,50	0 ,032	0, 004	11 ,00	0 ,330	0 ,042
20 ,00	0 ,036	0 ,005	20 ,50	0 ,372	0 ,047
19 ,50	0 ,041	0 ,006	10 ,00	0 ,419	0 ,054
19 ,00	0 ,047	0 ,006	9 ,50	0 ,473	0 ,061
18 ,50	0 ,053	0 ,007	9 ,00	0 ,534	0 ,070
18 ,00	0 ,060	0, 008	8 ,50	0 ,604	0 ,080
17 ,50	0 ,068	0 ,009	8 ,00	0 ,684	0 ,091
17 ,00	0 ,077	0 ,010	7 ,50	0 ,775	0 ,102
16 ,50	0 ,087	0 ,012	7 ,00	0 ,877	0 ,118
16 ,00	0 ,099	0 ,013	6 ,50	0 ,995	0 ,141
15 ,50	0 ,112	0 ,015	6 ,00	1 ,136	0 ,170
15 ,00	0 ,127	0 ,016	5 ,50	1 ,306	0 ,201
14 ,50	0 ,143	0 ,018	5 ,00	1 ,507	0 ,245
14 ,00	0 ,161	0 ,020	4 ,50	1 ,752	0 ,301
13 ,50	0 ,181	0 ,023	4 ,00	2 ,053	0 ,362
13 ,00	0 ,204	0 ,026	3 ,50	2 ,415	0 ,487
12 ,50	0 ,230	0 ,030	3 ,00	2 ,902	0 ,692
12 ,00	0 ,260	0 ,033	2 ,50	3 ,594	0 ,985
11 ,50	0 ,293		2 ,00	4 ,579	

TABLEAU IX.

De la distance de la pointe d'ivoire à la surface intérieure de la cuvette, pour détruire la capillarité, dépendante du diamètre intérieur du tube du baromètre.

DIAMÈTRE intérieur du tube.	DISTANCE de la pointe à la paroi de la cuvette.	DIFFÉRENCES.
mm	mm	mm
20 ,0	22 ,43	
19 ,5	19 ,60	2 ,83
19 ,0	17 ,20	2 ,40
18 ,5	15 ,15	2 ,05
18 ,0	13 ,37	1 ,78
17 ,5	11 ,79	1 ,58
17 ,0	10 ,39	1 ,40
16 ,5	9 ,16	1 ,23
16 ,0	8 ,09	1 ,07
15 ,5	7 ,16	0 ,93
15 ,0	6 ,35	0 ,81
14 ,5	5 ,64	0 ,71
14 ,0	5 ,00	0 ,64
13 ,5	4 ,45	0 ,55
13 ,0	3 ,96	0 ,49
12 ,5	3 ,52	0 ,44
12 ,0	3 ,13	0 ,39
11 ,5	2 ,78	0 ,35
11 ,0	2 ,47	0 ,31
10 ,5	2 ,20	0 ,27
10 ,0	1 ,96	0 ,24
9 ,5	1 ,75	0 ,21
9 ,0	1 ,57	0 ,18
8 ,5	1 ,41	0 ,16
8 ,0	1 ,27	0 ,14
7 ,5	1 ,15	0 ,12
7 ,0	1 ,04	0 ,11

TABLEAU

Table pour réduire les hauteurs

0	780 mm	775 mm	770 mm	765 mm	760 mm	755 mm	750 mm	745 mm	740 mm	735 mm
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
1	0,126	0,125	0,124	0,123	0,123	0,122	0,121	0,120	0,120	0,119
2	0,252	0,250	0,249	0,247	0,245	0,244	0,242	0,241	0,239	0,237
3	0,377	0,375	0,373	0,371	0,368	0,366	0,363	0,361	0,359	0,356
4	0,503	0,500	0,497	0,494	0,490	0,488	0,484	0,481	0,478	0,475
5	0,628	0,625	0,622	0,618	0,614	0,610	0,606	0,602	0,598	0,594
6	0,756	0,751	0,746	0,741	0,736	0,731	0,727	0,722	0,717	0,712
7	0,882	0,876	0,870	0,865	0,859	0,853	0,848	0,842	0,837	0,831
8	1,008	1,001	0,994	0,988	0,982	0,975	0,969	0,962	0,956	0,950
9	1,133	1,126	1,119	1,112	1,104	1,097	1,090	1,083	1,076	1,068
10	1,259	1,251	1,243	1,235	1,227	1,219	1,211	1,203	1,195	1,187
11	1,385	1,376	1,367	1,359	1,350	1,341	1,332	1,323	1,315	1,306
12	1,510	1,501	1,492	1,482	1,472	1,463	1,453	1,444	1,434	1,424
13	1,636	1,626	1,616	1,606	1,595	1,585	1,574	1,564	1,554	1,543
14	1,761	1,751	1,740	1,729	1,718	1,707	1,695	1,684	1,673	1,662
15	1,889	1,877	1,865	1,853	1,841	1,829	1,817	1,805	1,793	1,781
16	2,015	2,002	1,989	1,976	1,963	1,950	1,938	1,925	1,912	1,899
17	2,141	2,127	2,113	2,100	2,086	2,072	2,059	2,045	2,032	2,018
18	2,267	2,252	2,237	2,223	2,209	2,194	2,180	2,165	2,151	2,137
19	2,392	2,377	2,362	2,347	2,331	2,316	2,301	2,286	2,271	2,255
20	2,518	2,502	2,486	2,470	2,454	2,438	2,422	2,406	2,390	2,374
21	2,644	2,627	2,610	2,594	2,577	2,560	2,543	2,526	2,510	2,493
22	2,770	2,752	2,734	2,717	2,699	2,682	2,664	2,646	2,628	2,611
23	2,895	2,877	2,859	2,841	2,822	2,804	2,785	2,766	2,748	2,730
24	3,021	3,002	2,983	2,964	2,945	2,926	2,906	2,886	2,867	2,849
25	3,148	3,128	3,108	3,088	3,068	3,048	3,028	3,007	2,987	2,968
26	3,274	3,253	3,232	3,211	3,190	3,169	3,149	3,127	3,106	3,086
27	3,400	3,378	3,356	3,335	3,313	3,291	3,270	3,248	3,226	3,205
28	3,524	3,503	3,480	3,458	3,436	3,413	3,391	3,368	3,346	3,324
29	3,652	3,628	3,605	3,582	3,559	3,536	3,512	3,489	3,466	3,443
30	3,778	3,754	3,730	3,706	3,682	3,658	3,634	3,610	3,586	3,562

barométriques à zéro de température.

mm …5	mm 720	mm 715	mm 710	mm 705	mm 700	mm 690	mm 680	mm 670	mm 660	Parties proportionnelles.
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
17	0,116	0,116	0,115	0,114	0,113	0,111	0,110	0,108	0,107	0°,1..0,012
34	0,233	0,231	0,229	0,228	0,226	0,223	0,220	0,216	0,213	0,2..0,025
51	0,349	0,347	0,344	0,341	0,339	0,334	0,329	0,324	0,320	0,3..0,037
68	0,465	0,462	0,458	0,455	0,451	0,445	0,439	0,433	0,426	0,4..0,050
86	0,582	0,578	0,574	0,569	0,565	0,557	0,549	0,541	0,533	0,5..0,062
03	0,698	0,693	0,688	0,683	0,678	0,668	0,659	0,649	0,639	0,6..0,075
20	0,814	0,809	0,803	0,797	0,791	0,780	0,768	0,757	0,746	0,7..0,088
37	0,930	0,924	0,918	0,910	0,904	0,891	0,878	0,865	0,852	0,8..0,100
54	1,047	1,040	1,032	1,024	1,017	1,002	0,988	0,973	0,959	0,9..0,112
71	1,163	1,155	1,147	1,138	1,130	1,114	1,098	1,081	1,065	1,0..0,125
88	1,279	1,271	1,262	1,252	1,243	1,225	1,207	1,190	1,172	
05	1,396	1,386	1,376	1,366	1,356	1,336	1,317	1,298	1,278	
22	1,512	1,502	1,491	1,479	1,469	1,448	1,427	1,406	1,385	
39	1,628	1,617	1,606	1,593	1,582	1,559	1,537	1,514	1,491	
57	1,745	1,733	1,721	1,707	1,695	1,671	1,646	1,622	1,598	
74	1,861	1,848	1,835	1,821	1,808	1,782	1,756	1,730	1,704	
91	1,977	1,964	1,950	1,934	1,921	1,893	1,866	1,838	1,811	
08	2,093	2,079	2,065	2,048	2,034	2,005	1,976	1,947	1,917	
25	2,210	2,195	2,179	2,162	2,147	2,116	2,085	2,055	2,024	
42	2,326	2,310	2,294	2,276	2,260	2,227	2,195	2,163	2,130	
59	2,442	2,426	2,409	2,390	2,373	2,339	2,305	2,271	2,237	
76	2,559	2,541	2,523	2,503	2,486	2,450	2,415	2,379	2,343	
93	2,675	2,657	2,638	2,617	2,599	2,562	2,524	2,487	2,450	
10	2,791	2,772	2,753	2,731	2,712	2,673	2,634	2,595	2,556	
28	2,908	2,888	2,868	2,845	2,825	2,784	2,744	2,704	2,663	
3 45	3,024	3,003	2,982	2,959	2,938	2,896	2,854	2,812	2,769	
3 62	3,140	3,119	3,097	3,072	3,051	3,007	2,963	2,920	2,876	
3 79	3,256	3,234	3,212	3,186	3,164	3,118	3,073	3,028	2,983	
3 96	3,373	3,350	3,337	3,300	3,277	3,230	3,183	3,136	3,089	
3 14	3,490	3,466	3,451	3,414	3,390	3,341	3,293	3,245	3,196	

TABLEAU XI.

Température moyenne à Paris, pour les jours de chaque mois de l'année, exprimée en degrés centigrades, et conclue de vingt et une années d'observations.

	Janvier.	Février.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juillet.	Août.	Septemb.	Octobre.	Novemb.	Décemb.
1	2°, 16	3°, 78	4°, 49	7°, 65	11°, 93	16°, 22	18°, 37	19°, 51	17°, 46	14°, 17	9°, 03	5°, 90
2	1 , 49	3 , 65	5 , 84	8 , 38	13 , 01	16 , 41	17 , 90	19 , 25	17 , 83	13 , 21	9 , 09	5 , 69
3	1 , 52	4 , 55	6 , 95	8 , 11	14 , 26	16 , 08	17 , 44	19 , 12	17 , 48	13 , 74	8 , 69	5 , 24
4	2 , 21	4 , 15	6 , 43	8 , 14	14 , 05	16 , 36	17 , 54	18 , 66	17 , 15	13 , 97	7 , 26	5 , 53
5	2 , 42	4 , 05	5 , 52	8 , 25	14 , 29	15 , 98	17 , 77	18 , 78	16 , 94	13 , 38	6 , 92	5 , 72
6	2 , 25	5 , 52	4 , 84	9 , 25	13 , 96	15 , 54	17 , 71	18 , 17	16 , 75	13 , 30	8 , 18	5 , 55
7	1 , 73	5 , 23	5 , 74	9 , 62	14 , 67	16 , 25	17 , 84	18 , 37	16 , 39	13 , 44	7 , 69	5 , 06
8	1 , 90	4 , 82	6 , 03	9 , 54	14 , 49	17 , 00	17 , 86	18 , 55	15 , 91	13 , 41	8 , 06	4 , 03
9	1 , 77	5 , 00	5 , 83	9 , 69	13 , 94	16 , 24	18 , 35	17 , 85	16 , 20	13 , 21	7 , 67	3 , 73
10	1 , 71	5 , 48	5 , 11	9 , 93	13 , 80	16 , 43	18 , 40	17 , 69	16 , 19	12 , 15	7 , 50	4 , 03
11	2 , 43	5 , 09	4 , 83	9 , 72	14 , 20	16 , 52	19 , 49	18 , 48	16 , 14	12 , 22	7 , 19	3 , 97
12	1 , 63	5 , 17	5 , 78	9 , 31	14 , 88	16 , 43	18 , 69	18 , 25	15 , 59	12 , 21	6 , 91	4 ; 25
13	1 , 47	4 , 70	5 , 69	9 , 29	13 , 69	16 , 73	19 , 36	18 , 28	15 , 94	11 , 57	6 , 93	4 , 74
14	1 , 07	4 , 18	5 , 82	9 , 76	13 , 79	17 , 78	19 , 57	18 , 36	15 , 91	11 , 35	6 , 74	3 , 96
15	1 , 74	4 , 60	5 , 46	9 , 52	13 , 80	17 , 65	18 , 96	17 , 70	16 , 38	11 , 27	6 , 85	3 , 47
16	1 , 15	4 , 86	5 , 98	9 , 49	14 , 03	16 , 35	19 , 22	18 , 65	16 , 09	11 , 43	7 , 16	4 , 19
17	1 , 62	4 , 75	6 , 09	9 , 01	15 , 35	16 , 17	18 , 99	18 , 39	16 , 19	10 , 74	6 , 75	4 , 75
18	1 , 77	4 , 63	6 , 03	9 , 00	15 , 51	15 , 51	18 , 73	18 , 52	16 , 32	10 , 77	7 , 18	5 , 39
19	2 , 12	5 , 13	5 , 91	8 , 74	15 , 42	16 , 40	19 , 30	18 , 86	15 , 48	11 , 31	6 , 79	4 , 75
20	2 , 08	4 , 39	7 , 51	9 , 98	15 , 66	16 , 50	19 , 09	18 , 49	14 , 79	10 , 47	6 , 37	3 , 79
21	1 , 49	4 , 75	7 , 73	11 , 08	14 , 97	15 , 99	18 , 52	18 , 47	14 , 83	10 , 19	6 , 07	4 , 1[illegible]
22	1 , 28	5 , 73	7 , 64	10 , 76	14 , 42	16 , 09	18 , 44	18 , 19	14 , 75	10 , 31	5 , 24	3 , 6[illegible]
23	1 , 44	5 , 32	6 , 64	11 , 23	14 , 43	16 , 25	18 , 41	18 , 45	14 , 55	10 , 54	5 , 35	3 , 5[illegible]
24	1 , 88	4 , 92	7 ., 99	11 , 48	14 , 98	16 , 18	18 , 45	18 , 65	15 , 37	10 , 46	5 , 43	3 , 1[illegible]
25	2 , 25	5 , 07	7 , 12	10 , 98	15 , 59	17 , 10	19 , 32	19 , 05	15 , 35	9 , 53	5 , 36	2 , 3[illegible]
26	2 , 45	4 , 63	7 , 17	11 , 08	15 , 67	18 , 04	19 , 30	18 , 82	14 , 63	8 , 81	5 , 82	1 , 9[illegible]
27	3 , 25	4 , 81	7 , 78	11 , 15	15 , 30	17 , 71	18 , 57	18 , 26	14 , 43	8 , 91	5 , 64	1 , 9[illegible]
28	3 , 39	5 , 32	7 , 64	11 , 40	15 , 29	17 , 35	18 , 02	17 , 83	13 , 83	8 , 46	4 , 77	1 , 9[illegible]
29	3 , 02	3 , 64	8 , 29	11 , 64	15 , 21	17 , 81	18 , 57	18 , 02	13 , 96	9 , 15	5 , 35	2 , 5[illegible]
30	3 , 39		8 , 83	11 , 78	14 , 97	18 , 15	19 , 26	18 , 33	13 , 88	9 , 13	5 , 54	2 , 4[illegible]
31	3 , 55		8 , 17		15 , 58		19 , 51	17 , 84	.	8 , 96		1 , 8[illegible]
Moyennes.	2 ,053	4 ,751	6 ,480	9 .832	14 ,553	16 ,974	18 ,611	18 ,444	15 ,757	11 ,347	6 ,784	3 ,96

Température moyenne en ayant égard aux années bissextiles = 10°,814.

TABLEAU XII.

Températures moyennes en degrés centigrades, conclues des maximum *et* minimum, *pour les mois et les années.*

	Janvier.	Février.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juillet.	Août.	Sept.	Octobre	Nov.	Déc.	Moyennes.
1806	6°,10	5°,92	7°,02	7°,94	17°,08	18°,04	19°,50	18°,04	16°,31	10°,93	8°,88	8°,65	12°,08
1807	2 ,34	5 ,93	3 ,24	9 ,08	16 ,09	16 ,43	21 ,13	21 ,44	13 ,04	12 ,69	5 ,84	1 ,46	10 ,76
1808	2 ,44	2 ,41	3 ,93	7 ,08	17 ,68	16 ,71	21 ,37	19 ,35	14 ,67	9 ,07	7 ,50	1 ,31	10 ,35
1809	5 ,60	7 ,83	7 ,19	6 ,47	15 ,17	15 ,35	17 ,35	18 ,07	14 ,64	9 ,89	4 ,85	4 ,95	10 ,64
1810	—1 ,72	2 ,80	8 ,12	9 ,34	13 ,72	17 ,01	17 ,78	17 ,64	17 ,84	11 ,56	7 ,77	5 ,27	10 ,62
1811	—0 ,38	7 ,08	9 ,05	11 ,85	17 ,16	17 ,39	19 ,25	17 ,69	16 ,84	14 ,44	8 ,49	4 ,55	11 ,97
1812	1 ,51	6 ,23	5 ,65	7 ,47	15 ,59	16 ,12	17 ,50	17 ,95	15 ,44	11 ,89	4 ,33	—0 ,99	9 ,89
1813	0 ,43	5 ,85	6 ,38	10 ,76	15 ,09	15 ,51	17 ,30	16 ,74	13 ,92	11 ,61	5 ,98	3 ,06	10 ,24
1814	—0 ,21	—0 ,02	3 ,79	11 ,49	12 ,40	15 ,62	19 ,28	17 ,38	15 ,33	9 ,72	6 ,13	6 ,18	9 ,80
1815	—0 ,57	7 ,18	9 ,53	10 ,32	14 ,72	15 ,97	17 ,54	17 ,85	15 ,51	12 ,21	3 ,39	1 ,98	10 ,49
1816	2 ,59	2 ,08	5 ,78	9 ,99	12 ,74	14 ,79	15 ,54	15 ,56	14 ,08	11 ,61	3 ,97	3 ,74	9 ,40
1817	5 ,01	6 ,96	6 ,42	7 ,34	12 ,36	17 ,84	17 ,03	16 ,44	16 ,89	7 ,30	9 ,02	2 ,25	10 ,41
1818	4 ,34	3 ,93	6 ,48	11 ,37	13 ,68	19 ,27	20 ,12	18 ,30	15 ,71	11 ,73	9 ,25	2 ,11	11 ,39
1819	4 ,95	5 ,38	6 ,87	11 ,51	14 ,52	16 ,02	19 ,07	19 ,50	16 ,38	11 ,10	4 ,74	3 ,28	11 ,12
1820	—0 ,61	2 ,97	4 ,89	11 ,37	14 ,11	15 ,37	18 ,26	18 ,66	14 ,16	10 ,09	5 ,15	3 ,38	9 ,81
1821	3 ,18	[illegible] ,97	7 ,34	11 ,54	12 ,05	14 ,52	16 ,96	20 ,02	16 ,71	11 ,08	10 ,14	7 ,52	11 ,06
1822	4 ,36	6 ,09	9 ,94	11 ,13	16 ,64	21 ,16	18 ,81	19 ,05	15 ,88	13 ,40	9 ,04	—0 ,63	12 ,10
1823	—0 ,33	5 ,29	6 ,49	9 ,10	15 ,12	14 ,97	17 ,16	19 ,10	15 ,65	10 ,53	5 ,72	5 ,62	10 ,40
1824	2 ,67	5 ,04	5 ,42	9 ,19	12 ,59	16 ,32	18 ,68	18 ,31	16 ,76	11 ,93	9 ,64	7 ,08	11 ,15
1825	3 ,45	4 ,27	5 ,50	11 ,80	14 ,22	17 ,02	20 ,25	19 ,40	17 ,86	12 ,19	7 ,27	6 ,37	11 ,67
1826	—1 ,55	6 ,35	7 ,37	10 ,21	12 ,64	18 ,77	20 ,69	21 ,15	17 ,04	13 ,37	5 ,42	5 ,80	11 ,44

TABLEAU XIII.

Température à midi, pour les mois et les années, exprimée en degrés centigrades.

	Janvier.	Février.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juillet.	Août.	Sept.	Octobre	Nov.	Déc.	Moyennes.
1806	7°,74	8°,00	9°,04	11°,19	20°,86	22°,35	23°,27	21°,84	19°,86	14°,89	11°,20	9°,97	15°,01
1807	3 ,74	7 ,44	5 ,62	12 ,82	19 ,80	20 ,95	26 ,28	25 ,92	16 ,42	15 ,68	7 ,45	2 ,36	13 ,75
1808	4 ,02	4 ,43	6 ,97	10 ,95	22 ,50	19 ,43	26 ,34	22 ,86	17 ,78	11 ,82	9 ,22	2 ,38	13 ,26
1809	6 ,49	10 ,56	9 ,94	9 ,51	19 ,36	18 ,94	21 ,36	22 ,25	18 ,00	12 ,49	6 ,31	6 ,41	13 ,50
1810	—0 ,17	4 ,78	10 ,88	12 ,85	17 ,86	21 ,98	22 ,25	22 ,10	21 ,52	11 ,49	9 ,65	6 ,44	13 ,76
1811	1 ,27	8 ,84	12 ,34	15 ,40	21 ,51	22 ,38	23 ,28	22 ,08	21 ,44	17 ,67	10 ,33	6 ,15	15 ,25
1812	3 ,41	8 ,58	7 ,57	11 ,12	20 ,06	20 ,08	21 ,93	22 ,45	19 ,84	14 ,80	6 ,26	0 ,18	13 ,03
1813	1 ,37	8 ,31	6 ,08	14 ,51	19 ,08	19 ,42	21 ,30	21 ,03	17 ,83	14 ,55	7 ,52	4 ,24	12 ,97
1814	1 ,58	2 ,09	6 ,44	15 ,16	16 ,63	18 ,58	24 ,04	22 ,03	19 ,66	13 ,12	7 ,79	7 ,44	12 ,94
1815	1 ,05	9 ,25	12 ,11	13 ,79	19 ,10	20 ,09	21 ,26	22 ,71	20 ,36	15 ,02	5 ,04	3 ,22	13 ,61
1816	4 ,26	4 ,25	8 ,03	14 ,16	15 ,56	18 ,56	18 ,73	19 ,37	17 ,53	14 ,76	5 ,86	5 ,12	12 ,21
1817	6 ,36	8 ,39	9 ,06	11 ,14	16 ,47	22 ,42	20 ,67	20 ,12	20 ,29	9 ,65	11 ,19	3 ,68	13 ,57
1818	6 ,16	5 ,70	8 ,96	14 ,95	17 ,44	23 ,45	24 ,96	22 ,28	19 ,62	14 ,76	11 ,10	3 ,31	14 ,43
1819	6 ,49	7 ,06	9 ,60	15 ,08	18 ,57	20 ,00	23 ,03	22 ,88	19 ,93	13 ,69	6 ,01	4 ,43	13 ,97
1820	0 ,90	4 ,70	7 ,68	15 ,02	17 ,74	19 ,43	22 ,20	22 ,92	18 ,14	12 ,49	6 ,78	4 ,08	12 ,70
1821	4 ,33	3 ,01	10 ,05	15 ,40	15 ,73	17 ,53	20 ,73	24 ,12	20 ,00	13 ,98	11 ,95	9 ,13	13 ,89
1822	5 ,79	8 ,40	13 ,60	15 ,15	21 ,02	25 ,42	23 ,21	22 ,94	19 ,58	16 ,19	11 ,49	0 ,59	15 ,32
1823	1 ,15	7 ,44	9 ,05	12 ,47	19 ,21	18 ,65	21 ,10	21 ,54	19 ,46	13 ,40	17 ,23	6 ,88	13 ,15
1824	4 ,12	6 ,91	7 ,71	12 ,74	15 ,51	20 ,10	21 ,74	22 ,21	20 ,47	14 ,16	1 ,87	8 ,56	13 ,86
1825	4 ,95	5 ,99	8 ,66	15 ,88	18 ,35	21 ,33	25 ,91	22 ,12	21 ,39	14 ,90	9 ,19	7 ,85	14 ,83
1826	—0 ,21	8 ,49	10 ,37	13 ,55	15 ,92	23 ,00	24 ,49	25 ,34	20 ,43	15 ,96	6 ,84	6 ,80	14 ,26

TABLEAU XIV.

Températures moyennes des mois et des années, à 9 heures du matin.

	1816	1817	1818	1819	1820	1821	1822	1823	1824	1825	1826	Moyennes.
Janvier	2°,71	4°,20	4°,22	3°,67	—1°,45	2°,61	3°,79	—1°,16	2°,17	3°,13	—2°,57	1°,94
Février	1 ,44	6 ,67	3 ,12	5 ,03	2 ,18	—0 ,26	5 ,38	4 ,85	3 ,91	3 ,32	5 ,48	3 ,74
Mars. .	5 ,70	6 ,55	6 ,67	6 ,79	4 ,89	7 ,63	10 ,34	6 ,81	5 ,73	5 ,33	7 ,42	6 ,71
Avril. .	11 ,16	8 ,30	11 ,78	12 ,73	12 ,33	12 ,63	12 ,77	10 ,12	10 ,09	13 ,35	11 ,09	11 ,48
Mai. . .	13 ,95	13 ,29	15 ,11	16 ,56	15 ,78	13 ,83	18 ,52	16 ,56	14 ,00	15 ,80	13 ,41	15 ,16
Juin . .	15 ,70	19 ,50	21 ,02	18 ,00	17 ,42	15 ,50	22 ,80	16 ,42	18 ,61	19 ,62	20 ,38	18 ,63
Juillet.	16 ,36	18 ,84	21 ,96	20 ,46	20 ,04	18 ,62	20 ,62	19 ,01	21 ,18	22 ,28	22 ,75	20 ,19
Août. .	16 ,98	17 ,74	19 ,42	20 ,09	20 ,62	21 ,21	20 ,63	20 ,53	19 ,78	20 ,90	23 ,83	20 ,16
Sept. .	14 ,36	17 ,08	16 ,71	17 ,07	15 ,55	17 ,58	16 ,45	16 ,21	17 ,55	18 ,47	17 ,56	16 ,78
Octob.	11 ,06	6 ,67	10 ,73	10 ,77	9 ,78	10 ,60	12 ,97	9 ,95	11 ,72	11 ,28	12 ,92	10 ,77
Nov. . .	3 ,61	8 ,07	7 ,90	4 ,30	4 ,18	9 ,31	8 ,27	5 ,06	8 ,91	6 ,95	4 ,79	6 ,49
Déc. . .	3 ,09	1 ,81	1 ,16	2 ,79	2 ,79	6 ,91	—1 ,83	5 ,03	6 ,46	5 ,51	5 ,13	3 ,53

Température moyenne, en ayant égard aux années bissextiles = 11°,275.

TABLEAU XV.

Températures moyennes à midi, à Paris, pour les jours des mois et des années, conclues par vingt et une années d'observations.

	Janvier.	Février.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juillet.	Août.	Septemb.	Octobre.	Novemb.	Décemb.
1	3°, 66	5°, 48	7°, 76	11°, 03	16°, 27	20°, 29	22°, 00	23°, 81	20°, 71	16°, 85	11°, 28	7°, 31
2	3 , 10	5 , 41	8 , 04	11 , 91	17 , 39	20 , 35	21 , 95	23 , 56	21 , 64	16 , 63	11 , 50	6 , 93
3	3 , 15	6 , 16	9 , 01	10 , 77	18 , 40	19 , 49	21 , 36	24 , 03	22 , 05	16 , 85	10 , 34	6 , 81
4	3 , 54	5 , 71	8 , 23	10 , 87	17 , 73	20 , 65	21 , 51	22 , 69	21 , 20	17 , 35	9 , 24	6 , 90
5	3 , 84	5 , 70	7 , 75	11 , 79	18 , 34	19 , 69	21 , 69	22 , 97	21 , 31	16 , 79	9 , 06	6 , 91
6	3 , 47	7 , 04	6 , 67	13 , 14	18 , 03	19 , 14	22 , 02	22 , 38	20 , 49	16 , 94	10 , 26	7 , 15
7	3 , 55	7 , 73	7 , 98	13 , 33	19 , 05	20 , 15	21 , 49	23 , 03	20 , 09	16 , 59	10 , 09	6 , 48
8	3 , 04	6 , 88	8 , 03	13 , 11	18 , 55	21 , 46	21 , 79	23 , 12	19 , 71	15 , 93	10 , 50	5 , 29
9	2 , 89	6 , 67	7 , 23	13 , 13	17 , 41	19 , 78	22 , 21	21 , 54	20 , 20	15 , 87	9 , 75	4 , 93
10	2 , 95	7 , 29	7 , 23	13 , 47	18 , 53	20 , 29	23 , 04	21 , 42	20 , 21	14 , 75	9 , 37	5 , 22
11	3 , 62	7 , 03	7 , 39	13 , 46	18 , 66	20 , 63	23 , 64	22 , 37	19 , 91	14 , 73	8 , 67	5 , 31
12	3 , 31	7 , 18	8 , 36	12 , 94	18 , 33	20 , 63	23 , 26	22 , 65	19 , 86	15 , 42	8 , 49	5 , 04
13	3 , 30	6 , 88	8 , 15	12 , 80	17 , 30	21 , 19	24 , 75	22 , 60	20 , 22	14 , 63	8 , 87	6 , 19
14	2 , 46	5 , 97	8 , 06	13 , 79	17 , 93	22 , 44	23 , 69	22 , 09	20 , 29	14 , 28	8 , 92	4 , 72
15	3 , 09	6 , 52	7 , 59	13 , 39	18 , 09	21 , 23	23 , 03	21 , 16	20 , 59	14 , 35	8 , 62	4 , 62
16	2 , 69	6 , 49	8 , 65	13 , 13	17 , 97	20 , 22	22 , 97	22 , 62	20 , 19	14 , 37	9 , 10	5 , 70
17	2 , 97	6 , 45	8 , 88	12 , 56	19 , 51	20 , 29	23 , 32	22 , 47	20 , 23	13 , 35	8 , 02	5 , 75
18	3 , 79	6 , 68	8 , 58	13 , 29	19 , 69	19 , 04	22 , 46	22 , 66	20 , 22	13 , 91	9 , 09	6 , 63
19	3 , 52	7 , 13	9 , 14	12 , 27	19 , 36	20 , 37	23 , 58	23 , 35	19 , 08	13 , 37	8 , 45	6 , 20
20	3 , 70	6 , 31	10 , 45	14 , 10	19 , 82	20 , 77	22 , 69	22 , 37	19 , 23	13 , 27	8 , 24	4 , 90
21	3 , 28	7 , 48	10 , 97	15 , 09	19 , 23	20 , 15	22 , 64	22 , 73	18 , 54	12 , 86	7 , 91	5 , 22
22	2 , 69	7 , 97	10 , 66	14 , 55	18 , 88	20 , 35	22 , 25	21 , 74	18 , 27	13 , 09	6 , 91	5 , 14
23	2 , 89	7 , 51	10 , 30	15 , 02	18 , 54	20 , 07	22 , 46	22 , 59	17 , 85	13 , 39	6 , 93	4 , 27
24	3 , 41	7 , 23	10 , 38	14 , 28	18 , 26	21 , 35	23 , 49	23 , 05	18 , 17	13 , 11	6 , 83	3 , 83
25	3 , 58	7 , 64	9 , 21	14 , 77	19 , 06	22 , 29	23 , 54	23 , 27	18 , 51	12 , 21	7 , 64	3 , 50
26	3 , 85	7 , 32	10 , 37	15 , 12	19 , 36	22 , 66	23 , 25	22 , 77	17 , 53	11 , 27	6 , 98	3 , 31
27	4 , 64	6 , 82	10 , 91	14 , 47	19 , 46	21 , 17	23 , 07	22 , 12	17 , 22	11 , 49	6 , 94	3 , 67
28	5 , 12	7 , 93	11 , 62	14 , 84	19 , 22	21 , 22	22 , 74	21 , 71	17 , 21	11 , 25	5 , 95	3 , 34
29	4 , 62	5 , 32	11 , 60	15 , 52	19 , 34	21 , 35	22 , 45	22 , 29	17 , 24	11 , 70	6 , 89	3 , 72
30	5 , 10		12 , 28	16 , 22	18 , 98	21 , 93	23 , 21	22 , 59	16 , 95	11 , 11	6 , 87	3 , 69
31	5 , 59		11 , 56		19 , 48		23 , 65	21 , 64		11 , 22		3 , 37
Moyennes.	3 ,575	6 ,756	9 ,130	13 ,472	18 ,580	20 ,688	22 ,749	22 ,561	19 ,497	14 ,159	8 ,590	5 ,226

Température moyenne, en ayant égard aux années bissextiles = 13°, 822.

TABLEAU XVI.

Des variations extrêmes du thermomètre centigrade, observées depuis 1800.

MAXIMUM.	MINIMUM.
1800, le 18 août.......35°, 5	1799, le 31 décembre .—13°, 1
1801, le 12 août.......28 , 0	1801, le 13 février....—10 , 1
1802, le 8 août.......36 , 4	1802, le 16 janvier....—15 , 5
1803, le 31 juillet......36 , 7	1803, le 12 février....—15 , 4
1804, le 5 juillet......33 , 3	1804, le 15 février....— 6 , 6
1805, le 12 août.......28 , 0	1804, le 8 décembre .— 8 , 2
1806, le 11 juillet......35 , 6	1805, le 18 décembre.—12 , 5
1807, le 11 juillet......33 , 6	1807, le 8 décembre.— 7 , 4
1808, le 15 juillet......36 , 2	1808, le 21 décembre.—12 , 2
1809, le 17 août.......31 , 2	1809, le 18 janvier...— 9 , 6
1810, le 2 septembre..30 , 7	1810, le 31 janvier....—12 , 3
1811, le 19 juillet......31 , 0	1811, le 2 janvier....—10 , 3
1812, le 14 juin........32 , 8	1812, le 9 décembre.—10 , 6
1813, le 30 juillet......29 , 7	1813, le 21 janvier ...— 7 , 0
1814, le 28 juillet......33 , 8	1814, le 24 février....—12 , 5
1815, le 5 août.......30 , 0	1815, le 20 janvier ...—10 , 3
1816, le 20 juillet......27 , 9	1816, le 11 février....—10 , 8
1817, le 20 juin........31 , 0	1817, le 31 décembre.— 9 , 4
1818, le 24 juillet......34 , 5	1818, le 27 décembre.— 6 , 4
1819, le 5 juillet......31 , 3	1819, le 8 décembre.— 6 , 3
1820, le 31 juillet......32 , 2	1820, le 11 janvier ...—14 , 3
1821, le 24 août.......31 , 0	1820, le 31 décembre.—13 , 0
1822, le 10 juin........33 , 8	1822, le 27 décembre.— 8 , 8
1823, le 26 août.......31 , 3	1823, le 14 janvier...—14 , 6
1824, le 14 juillet......35 , 2	1824, le 14 janvier...— 4 , 8
1825, le 19 juillet......36 , 3	1825, le 31 décembre.— 8 , 0
1826, le 1er août.......36 , 2	1826, le 17 janvier...—11 , 5
1827, le 2 août........33 , 8	1827, le 23 janvier...—11 , 3
Moyenne........32°,75	Moyenne.....—10°,46

TABLEAU XVII.

Résumés des phénomènes météorologiques, année par année.

1806.	JOURS DE Couverts.	Pluie.	Nuageux.	Gelée.	Brouillards.	Neige.	Grêle et grésil.	Tonnerre.	DIRECTION DU VENT Nord.	Nord-est.	Est.	Sud-est.	Sud.	Sud-ouest.	Ouest.	Nord-ouest.	PLUIE tombée sur l'Observatoire. mm
Janvier..	5	15	26	3	3	1	..	..	2	..	..	..	10	4	15	2	73 ,77
Février .	20	13	8	5	12	3	..	..	4	1	1	..	11	0	8	3	73 ,76
Mars . . .	12	15	19	7	8	4	..	..	10	1	1	3	7	1	7	1	78 ,50
Avril . . .	10	10	20	4	3	2	..	..	1	4	2	3	3	1	6	4	15 ,11
Mai	4	13	27	0	2	2	..	4	3	4	2	5	6	5	5	1	12 ,41
Juin. . . .	5	6	25	0	2	..	..	2	7	7	2	..	3	4	4	4	10 ,60
Juillet . .	12	10	19	0	2	..	..	1	2	1	2	2	5	10	7	2	28 ,88
Août . . .	7	10	24	0	3	..	..	..	2	3	3	1	5	5	6	6	57 ,07
Septem .	15	11	15	0	6	..	..	2	8	..	2	1	9	1	6	3	40 ,15
Octobre.	13	5	18	1	22	..	..	..	3	2	9	..	10	1	6	..	32 ,94
Novem .	12	6	18	0	20	..	..	..	4	1	2	1	6	6	6	4	30 ,90
Décemb.	13	13	18	0	3	..	..	1	..	..	..	..	18	5	8	..	34 ,74
Sommes.	128	127	237	20	86	12	..	10	46	24	26	16	93	43	84	30	488 ,83
1807.																	
Janvier .	17	12	14	13	15	2	..	..	8	5	..	2	2	5	6	3	32 ,94
Février .	16	12	12	2	6	5	..	..	2	1	..	2	6	3	8	6	38 ,80
Mars . . .	11	5	20	13	13	4	..	..	12	10	..	..	2	1	2	4	9 ,47
Avril . . .	3	9	27	10	8	4	..	..	8	2	3	1	7	3	5	1	27 ,07
Mai	17	12	14	..	5	..	..	3	2	1	5	1	10	9	1	1	70 ,16
Juin	7	6	23	..	1	..	..	4	6	2	4	2	4	1	7	4	17 ,37
Juillet . .	5	2	26	..	..	..	..	4	6	5	3	2	6	2	6	1	11 ,05
Août . . .	5	14	26	..	2	..	..	9	4	..	2	..	14	7	2	2	57 ,52
Septem .	8	15	22	..	10	..	..	1	7	3	1	..	6	3	9	1	53 ,46
Octobre.	12	9	19	..	14	..	..	1	2	..	2	2	14	1	8	2	31 ,58
Novem .	24	18	6	4	12	..	..	..	2	2	1	..	9	11	2	3	110 ,53
Décemb .	23	6	8	16	14	2	..	..	2	2	8	..	7	5	3	4	13 ,08
Sommes.	148	120	217	58	100	17	..	22	61	33	29	12	87	51	59	32	473 ,03

1808.	JOURS DE Couverts.	Pluie.	Nuageux.	Gelée.	Brouillards.	Neige.	Grêle et grésil.	Tonnerre.	DIRECTION DU VENT. Nord.	Nord-est.	Est.	Sud-est.	Sud.	Sud-ouest.	Ouest.	Nord-ouest.	Quantité d'eau de pluie tombée sur l'Observatoire.
																	mm
Janvier..	20	7	11	14	9	5	..	..	8	2	..	..	9	3	5	4	22 ,50
Février .	11	9	18	17	9	3	..	..	2	6	2	1	5	1	9	2	11 ,82
Mars ...	9	5	22	21	14	..	..	..	2	19	3	2	1	1	1	2	11 ,29
Avril ...	12	12	18	6	10	..	..	..	10	..	..	..	5	1	10	4	11 ,21
Mai	8	8	23	..	2	..	..	2	3	1	3	3	11	5	5	..	15 ,30
Juin. ...	26	12	4	..	2	..	1	1	8	1	3	2	2	2	7	5	41 ,95
Juillet...	14	12	17	..	...	..	..	3	2	2	2	3	6	6	7	3	63 ,06
Août ...	16	11	15	..	...	..	..	3	5	4	1	3	7	5	5	1	71 ,60
Septem .	23	14	7	..	1	..	..	1	7	3	1	1	5	5	5	3	55 ,80
Octobre.	21	20	10	..	5	..	..	..	3	1	..	..	7	9	7	4	67 ,60
Novemb.	26	12	4	2	18	..	2	..	3	6	2	3	3	4	7	2	41 ,70
Décemb.	27	10	4	12	20	6	1	..	4	2	2	4	3	4	2	10	20 ,60
Sommes.	213	132	153	72	90	14	4	10	57	47	19	22	64	46	70	40	434 ,43
1809.																	
Janvier..	25	17	6	4	20	2	..	..	1	1	3	5	4	7	9	1	49 ,70
Février .	20	12	8	2	8	1	2	1	1	2	..	5	4	12	1	3	28 ,90
Mars ...	15	7	16	6	10	..	1	..	7	5	4	3	3	3	3	3	15 ,25
Avril ...	15	8	15	9	9	4	4	..	11	2	1	..	5	4	3	4	19 ,75
Mai	11	9	20	2	6	..	1	3	2	4	2	4	5	5	7	2	43 ,25
Juin. ...	12	12	18	..	2	..	..	2	7	2	1	6	4	6	2	2	30 ,50
Juillet . .	17	12	14	..	7	..	..	4	4	2	1	2	6	7	5	4	59 ,26
Août ...	17	14	14	..	5	..	1	4	..	..	1	1	12	8	6	3	54 ,15
Septem .	9	17	21	2	5	..	..	1	3	..	..	3	4	9	7	4	43 ,92
Octobre.	11	3	20	6	22	..	..	..	8	9	4	3	2	..	1	4	1 ,80
Novemb.	24	11	6	6	13	3	..	..	10	2	1	..	4	1	4	8	39 ,10
Décemb.	22	18	9	4	7	1	1	..	2	..	..	2	9	7	9	2	104 ,03
Sommes.	198	140	167	41	114	11	10	15	56	29	18	34	62	69	57	40	489 ,61

1810.	JOURS DE								DIRECTION DU VENT								Quantité d'eau de pluie tombée sur l'Observatoire.
	Couverts.	Pluie.	Nuageux.	Gelée.	Brouillards.	Neige.	Grêle et grésil.	Tonnerre.	Nord.	Nord-est.	Est.	Sud-est.	Sud.	Sud-ouest.	Ouest.	Nord-ouest.	mm
Janvier..	24	1	7	22	17	3	..	..	13	6	2	4	3	1	1	1	0 ,00
Février .	19	8	9	12	8	2	..	..	3	..	2	1	10	3	6	3	26 ,65
Mars . . .	15	12	16	6	7	2	2	..	3	7	3	2	3	9	2	2	37 ,20
Avril . . .	16	11	14	5	16	..	..	..	1	8	3	5	5	2	4	2	20 ,10
Mai	12	10	19	..	10	..	..	3	4	8	3	4	1	4	3	4	60 ,30
Juin. . . .	4	4	26	..	5	..	..	2	5	9	..	1	1	4	5	5	3 ,00
Juillet . .	18	18	13	..	6	..	..	5	..	1	1	2	4	12	9	2	94 ,35
Août . . .	16	12	15	..	12	..	..	2	5	2	2	3	4	7	5	3	25 ,50
Septem .	14	8	16	..	10	..	..	3	7	2	..	5	6	4	1	5	5 ,86
Octobre.	16	11	15	..	17	..	..	1	6	4	3	4	5	5	2	2	54 ,29
Novemb.	22	18	8	2	12	..	..	1	2	3	1	5	7	9	2	1	54 ,14
Décemb.	22	18	9	7	15	2	..	2	3	1	..	..	6	10	6	5	55 ,45
Sommes.	198	131	167	54	135	9	2	19	52	51	20	36	55	70	46	35	436 ,84
1811.																	
Janvier..	20	8	11	23	20	8	1	..	5	5	2	2	6	4	2	5	28 ,74
Février .	18	15	10	5	8	1	2	1	1	..	2	3	8	10	3	1	65 ,70
Mars . . .	6	4	25	8	13	..	..	1	3	12	5	1	2	2	6	..	8 ,00
Avril . . .	8	16	22	1	10	..	..	3	3	4	2	2	8	6	..	5	59 ,45
Mai	6	17	25	..	5	..	2	6	1	..	..	12	5	8	5	..	45 ,00
Juin. . . .	16	12	14	..	2	..	1	7	4	2	1	5	4	8	3	3	91 ,38
Juillet . .	13	10	18	..	8	..	..	3	8	2	..	1	3	5	6	6	61 ,00
Août . . .	14	11	17	..	5	..	1	2	2	..	1	2	3	9	7	7	56 ,95
Septem .	9	10	21	..	14	..	..	..	3	6	5	0	7	3	5	1	45 ,55
Octobre.	16	12	15	..	14	..	..	2	..	..	..	4	12	8	6	1	45 ,49
Novemb.	22	14	8	5	18	..	..	..	4	2	1	..	4	6	7	6	53 ,78
Décemb.	10	14	21	15	25	4	1	..	2	1	..	2	6	8	9	3	36 ,39
Sommes.	158	143	207	57	142	13	8	25	36	34	19	34	68	77	59	38	597 ,43

1812.	JOURS DE								DIRECTION DU VENT.								Quantité d'eau de pluie tombée sur l'Observatoire.
	Couverts.	Pluie.	Nuageux.	Gelée.	Brouillards.	Neige.	Grêle et grésil.	Tonnerre.	Nord.	Nord-est.	Est.	Sud-est.	Sud.	Sud-ouest.	Ouest.	Nord-ouest.	mm
Janvier..	26	11	5	23	30	6	3	..	5	4	1	..	9	3	4	5	33 ,00
Février.	23	16	6	9	23	..	..	1	..	..	1	3	12	4	8	1	57 ,85
Mars...	20	14	11	10	21	10	4	..	4	9	..	4	4	4	3	3	46 ,26
Avril...	20	13	10	12	24	1	1	1	7	6	4	5	2	3	1	2	60 ,80
Mai....	12	7	19	..	13	..	..	4	6	..	4	1	4	8	6	2	40 ,00
Juin....	18	15	12	..	6	..	1	2	3	2	1	..	5	10	6	3	45 ,55
Juillet..	12	10	19	..	6	..	..	2	4	5	..	..	5	2	14	1	16 ,00
Août...	10	12	21	..	11	..	..	1	3	..	4	2	4	2	14	2	46 ,30
Septem.	12	10	18	..	16	..	..	1	6	3	..	..	9	5	1	6	14 ,65
Octobre.	22	16	9	..	3	..	1	..	..	..	1	1	15	3	11	..	89 ,71
Novem.	16	5	14	12	16	1	..	..	1	6	5	1	6	3	7	1	33 ,00
Décemb.	25	4	6	25	31	4	3	..	3	7	8	..	7	2	4	..	13 ,60
Sommes.	216	133	150	91	200	22	13	12	42	42	29	17	82	49	79	26	496 ,72
1813.																	
Janvier.	28	7	3	29	31	3	1	..	1	10	3	5	5	2	3	2	25 ,85
Février.	18	8	10	8	16	..	..	..	..	..	1	2	7	10	5	3	17 ,55
Mars...	9	5	22	11	26	2	1	..	8	7	..	1	1	5	4	5	11 ,25
Avril...	14	14	16	2	16	..	1	..	5	7	1	1	2	5	5	4	36 ,05
Mai....	13	18	18	..	10	..	1	4	1	..	1	1	5	15	7	1	48 ,80
Juin....	11	17	19	..	5	..	1	5	6	8	2	2	3	3	3	3	82 ,50
Juillet..	22	22	9	..	3	..	1	3	1	0	0	6	2	2	12	8	94 ,05
Août...	14	8	17	..	3	..	..	..	6	3	1	..	1	1	11	9	14 ,15
Septem.	12	8	18	..	13	..	..	3	7	5	3	..	4	6	4	1	38 ,10
Octobre.	21	21	10	3	14	..	..	3	1	4	1	4	2	16	2	1	59 ,35
Novem.	20	12	10	8	21	1	1	..	2	7	2	2	1	6	8	2	40 ,70
Décemb.	26	11	5	13	31	1	..	..	2	10	3	3	7	5	..	1	33 ,40
Sommes.	208	151	157	74	189	7	7	18	40	61	18	27	40	76	64	40	501 ,75

1814.	JOURS DE								DIRECTION DU VENT.								Quantité d'eau de pluie tombée sur l'Observatoire.
	Couverts.	Pluie.	Nuageux.	Gelée.	Brouillards.	Neige.	Grêle et grésil.	Tonnerre.	Nord.	Nord-est.	Est.	Sud-est.	Sud.	Sud-ouest.	Ouest.	Nord-ouest.	mm
Janvier .	25	6	6	20	28	9	2	..	3	3	3	5	7	2	6	2	31 ,80
Février .	9	5	19	22	28	3	1	..	3	10	3	2	1	2	6	1	14 ,50
Mars . . .	22	3	9	13	31	6	..	..	4	7	1	4	9	1	4	1	11 ,45
Avril . . .	12	12	18	..	13	..	..	1	2	1	6	5	3	6	6	1	45 ,25
Mai	14	9	17	..	7	..	..	1	8	7	3	3	1	2	4	3	32 ,85
Juin. . . .	25	16	5	..	8	..	..	2	5	3	2	1	..	3	11	5	45 ,40
Juillet . .	7	7	24	..	8	..	..	2	6	1	3	4	2	4	6	5	9 ,60
Août . . .	9	15	22	..	10	..	1	3	4	1	..	1	1	7	13	4	36 ,15
Septem .	8	6	22	..	19	..	..	1	2	10	2	3	3	4	2	3	15 ,10
Octobre.	19	15	12	3	23	..	..	..	2	7	2	1	7	7	3	2	38 ,00
Novem .	26	14	4	6	28	..	..	..	1	4	..	1	4	8	7	5	44 ,60
Décemb.	26	14	5	3	30	1	1	..	2	4	1	3	5	12	3	1	57 ,30
Sommes.	202	122	163	70	233	19	5	10	42	58	26	33	43	58	71	33	382 ,00
1815.																	
Janvier. .	25	5	6	27	31	12	2	..	6	8	..	3	6	1	5	2	17 ,30
Février .	23	8	5	..	27	..	..	..	1	..	1	4	7	8	5	2	31 ,43
Mars . . .	21	18	10	..	2	..	2	..	.	..	1	1	10	8	10	1	40 ,65
Avril . . .	20	15	10	6	21	..	4	..	6	9	..	1	5	4	3	2	30 ,31
Mai	15	10	16	..	12	..	1	2	4	2	2	1	4	4	11	3	29 ,00
Juin. . . .	14	18	16	..	3	..	..	4	3	2	1	2	2	9	6	5	78 ,70
Juillet . .	10	12	21	..	7	..	..	..	8	7	..	..	2	3	7	4	31 ,90
Août . . .	5	10	26	..	9	..	..	..	1	1	1	3	2	6	10	7	15 ,00
Septem .	9	10	21	1	16	..	..	2	5	2	5	5	4	2	2	5	31 ,80
Octobre.	18	15	13	..	15	..	..	..	..	4	3	4	12	5	1	2	61 ,70
Novemb.	18	9	12	21	28	3	..	..	..	11	2	1	4	4	5	3	36 ,70
Décemb.	31	11	..	17	31	6	1	..	1	5	..	1	9	6	8	1	46 ,30
Sommes.	209	141	156	72	202	21	10	8	35	51	16	26	67	60	73	37	450 ,79

1816.	JOURS DE								DIRECTION DU VENT.								PLUIE TOMBÉE	
	Couverts.	Pluie.	Nuageux.	Gelée.	Brouillards.	Neige.	Grêle et grésil.	Tonnerre.	Nord.	Nord-est.	Est.	Sud-est.	Sud.	Sud-ouest.	Ouest.	Nord-ouest.	sur l'Observatoire. (mm)	dans la cour.
Janvier..	27	14	4	13	25	2	2	..	1	3	2	2	9	5	7	2	49,00	
Février .	17	6	12	15	29	5	3	..	1	5	2	2	2	6	7	4	6,05	
Mars ...	16	12	15	9	24	2	2	..	..	9	2	..	5	6	7	2	43,77	
Avril ...	10	9	20	8	15	1	2	..	..	2	8	3	7	3	5	2	12,80	
Mai	18	18	13	1	7	..	4	3	1	8	1	1	..	7	9	4	38,02	
Juin. ...	13	11	17	..	4	..	2	1	4	6	1	1	..	1	7	10	53,75	
Juillet...	28	26	3	..	3	..	..	2	..	..	..	2	5	11	12	1	96,76	
Août ...	15	11	16	..	9	..	..	2	2	5	1	..	1	11	8	3	50,75	
Septem .	11	16	19	..	20	..	1	1	..	2	2	3	6	10	6	1	63,40	
Octobre.	26	12	5	1	23	..	..	..	..	3	3	6	6	7	3	3	20,60	
Novemb.	24	15	6	14	29	1	2	1	..	4	2	3	7	3	8	3	41,70	
Décemb.	24	17	7	10	30	2	1	1	..	7	..	1	4	13	5	1	69,00	
Sommes.	229	167	137	71	218	13	19	11	9	54	24	24	52	83	84	36	545,58	
1817.																		
Janvier..	25	15	6	8	31	..	1	1	1	6	2	1	4	11	..	3	38,25	
Février .	24	17	4	2	27	..	2	..	1	..	1	..	1	8	12	5	20,65	
Mars ...	16	11	17	13	22	1	6	2	4	4	..	..	5	7	8	3	43,50	52,10
Avril ...	8	5	22	5	20	1	3	0	16	7	1	..	1	1	..	4	1,28	1,96
Mai	19	16	12	..	5	..	1	1	3	1	3	1	7	8	6	2	64,77	68,70
Juin. ...	12	15	18	..	8	..	2	7	..	1	2	1	7	5	8	6	101,78	112,17
Juillet ..	11	14	20	..	4	..	..	1	..	..	..	..	4	13	12	2	58,73	63,00
Août ...	11	14	20	..	6	..	..	1	1	1	2	..	4	16	5	2	49,48	56,26
Septem .	9	12	21	..	23	..	2	3	4	10	4	1	4	4	2	1	61,53	67,53
Octobre.	18	13	13	5	23	..	..	..	5	9	3	1	8	9	..	2	52,13	62,30
Novemb.	19	15	11	1	30	..	1	..	..	1	..	5	6	9	3	5	17,22	21,24
Décemb.	22	16	9	16	3	2	2	..	2	4	1	2	8	4	6	4	55,58	68,13
Sommes.	194	158	171	50	229	4	20	16	37	44	19	12	59	89	62	39	564,62	573,35

1818.	JOURS DE								DIRECTION DU VENT.								PLUIE TOMBÉE	
	Couverts.	Pluie.	Nuageux.	Gelée.	Brouillards.	Neige.	Grêle et grésil.	Tonnerre.	Nord.	Nord-est.	Est.	Sud-est.	Sud.	Sud-ouest.	Ouest.	Nord-ouest.	sur l'Observatoire.	dans la cour.
																	mm	mm
Janvier .	20	17	11	13	27	2	1	..	..	2	..	1	7	12	5	4	45 ,52	52 ,32
Février .	15	7	13	16	24	4	1	..	3	1	3	2	8	6	5	..	32 ,70	53 ,93
Mars . . .	20	20	11	4	16	2	5	1	2	1	2	1	5	11	8	1	64 ,45	81 ,52
Avril . . .	18	18	12	2	14	..	3	3	1	6	1	6	7	7	..	2	66 ,18	70 ,60
Mai	11	13	20	..	6	..	6	2	2	8	3	1	7	5	4	1	46 ,00	49 ,08
Juin. . . .	3	7	27	..	2	..	..	2	3	4	6	1	2	4	7	3	22 ,40	23 ,56
Juillet . .	..	4	27	..	4	..	..	2	5	5	5	..	2	1	5	8	16 ,15	17 ,71
Août . . .	6	6	25	..	5	..	..	1	2	6	6	1	..	..	5	11	25 ,50	28 ,70
Septem .	11	16	19	..	11	..	..	2	2	..	..	5	6	8	6	3	55 ,21	58 ,87
Octobre.	9	9	22	3	28	..	..	..	..	2	4	15	4	5	1	..	14 ,05	16 ,25
Novem .	18	9	12	3	30	..	..	..	..	1	4	4	6	6	6	3	31 ,70	39 ,95
Décemb.	21	4	10	21	31	..	1	..	3	11	4	1	9	2	..	1	12 ,11	15 ,10
Sommes.	152	129	213	62	198	8	17	13	23	47	38	38	63	67	52	37	431 ,97	507 ,59
1819.																		
Janvier. .	10	14	21	6	28	..	..	..	.	2	1	5	6	13	3	1	30 ,98	37 ,84
Février .	17	17	11	6	16	2	2	..	2	..	..	2	8	5	10	1	48 ,26	61 ,33
Mars . . .	15	12	16	12	16	..	1	..	2	9	1	1	4	7	3	4	20 ,79	24 ,86
Avril . . .	10	10	20	4	4	..	..	2	4	5	5	2	3	7	3	1	24 ,42	26 ,69
Mai	11	13	20	1	3	..	1	4	2	2	4	4	7	2	4	6	79 ,60	84 ,31
Juin. . . .	8	13	22	..	6	..	1	3	6	..	..	..	3	9	10	2	50 ,04	52 ,24
Juillet . .	9	12	22	..	2	..	..	4	7	5	..	..	5	2	7	5	87 ,32	91 ,87
Août . . .	8	9	23	..	12	..	..	2	7	8	1	..	2	3	6	4	64 ,20	68 ,60
Septem .	8	10	22	..	6	..	1	2	1	7	2	1	2	11	2	4	25 ,40	27 ,52
Octobre.	11	9	20	3	12	..	1	1	4	1	..	6	5	7	4	4	57 ,09	63 ,06
Novemb.	24	15	6	8	28	4	2	..	1	3	2	1	8	4	10	1	60 ,00	78 ,39
Décemb.	29	11	2	18	31	6	1	..	6	..	6	1	3	10	4	1	67 ,14	72 ,48
Sommes.	160	145	205	58	164	12	10	18	42	42	22	23	56	80	66	34	615 ,19	689 ,19

1820.	JOURS DE								DIRECTION DU VENT.								PLUIE TOMBÉE	
	Couverts.	Pluie.	Nuageux.	Gelée.	Brouillards.	Neige.	Grêle et grésil.	Tonnerre.	Nord.	Nord-est.	Est.	Sud-est.	Sud.	Sud-ouest.	Ouest.	Nord-ouest.	sur l'Observatoire.	dans la cour.
																	mm	mm
Janvier..	12	11	19	21	31	1	2	..	8	5	1	1	6	7	..	3	28 ,75	41 ,90
Février .	13	7	16	14	29	1	1	..	5	3	1	5	9	3	2	1	25 ,53	29 ,58
Mars ...	8	7	23	13	23	1	2	..	7	6	..	2	3	7	3	3	16 ,73	19 ,83
Avril ...	9	6	21	..	5	..	1	..	4	5	3	0	4	4	4	6	20 ,30	23 ,03
Mai	12	16	19	..	2	..	1	6	3	1	1	3	5	11	5	2	86 ,52	91 ,06
Juin. ...	10	14	20	..	5	..	..	2	1	4	3	1	1	4	16	0	30 ,93	31 ,52
Juillet ..	10	9	21	..	1	..	..	1	2	1	4	1	2	5	13	3	14 ,50	15 ,65
Août ...	7	10	24	..	5	..	1	..	6	..	..	..	2	10	10	3	46 ,73	50 ,08
Septem .	17	5	13	..	11	..	1	2	2	6	5	1	0	4	12	0	36 ,45	38 ,30
Octobre.	9	13	22	..	13	..	1	1	6	2	3	..	6	7	6	1	49 ,74	60 ,20
Novem .	20	5	10	10	29	2	1	..	2	4	5	9	4	3	2	1	5 ,80	9 ,40
Décemb.	18	9	13	11	31	1	..	..	0	8	4	1	7	4	7	0	16 ,58	17 ,60
Sommes.	145	112	220	69	185	6	11	12	46	45	30	24	49	69	80	23	378 ,56	428 ,15
1821.																		
Janvier .	24	14	7	16	31	1	..	..	4	..	6	4	9	3	4	1	52 ,64	60 ,88
Février .	15	3	13	27	28	2	1	..	14	5	..	1	4	1	1	2	4 ,17	4 ,87
Mars ...	21	15	10	6	25	1	5	1	3	1	1	1	6	4	13	2	69 ,39	79 ,28
Avril ...	14	18	16	3	22	..	4	3	4	2	1	3	6	6	8	0	68 ,24	76 ,80
Mai	11	17	20	3	7	..	2	3	3	2	2	2	2	8	9	3	46 ,10	49 ,55
Juin. ...	11	12	19	..	3	..	..	..	6	8	1	..	0	4	8	3	44 ,05	45 ,54
Juillet ..	14	15	17	..	4	..	1	2	6	..	2	1	2	7	10	3	55 ,80	55 ,98
Août ...	6	11	25	..	12	..	..	3	1	2	5	1	2	3	16	1	45 ,74	46 ,82
Septem .	12	14	18	..	17	..	..	1	..	..	..	..	6	9	10	5	81 ,53	84 ,10
Octobre.	9	9	22	2	25	..	..	..	1	..	2	2	8	5	7	6	33 ,61	38 ,16
Novem .	17	15	13	2	24	..	1	..	..	..	1	3	8	15	2	1	33 ,91	38 ,71
Décemb.	23	18	8	..	24	..	..	..	..	..	..	3	8	7	12	1	49 ,15	64 ,98
Sommes.	177	161	188	59	222	4	14	13	42	20	21	21	61	72	100	28	584 ,33	645 ,67

1822.	JOURS DE Couverts.	Pluie.	Nuageux.	Gelée.	Brouillards.	Neige.	Grêle et grésil.	Tonnerre.	DIRECTION DU VENT Nord.	Nord-est.	Est.	Sud-est.	Sud.	Sud-ouest.	Ouest.	Nord-ouest.	PLUIE TOMBÉE sur l'Observatoire.	dans la cour.
																	mm	mm
Janvier..	17	14	14	8	30	3	..	..	5	3	..	..	1	3	7	12	14 ,98	19 ,75
Février .	8	7	20	6	27	..	..	..	4	1	..	5	8	4	3	3	18 ,26	20 ,36
Mars . . .	12	7	19	..	21	..	1	..	1	..	1	6	1	9	10	3	18 ,08	20 ,38
Avril . . .	8	8	22	3	18	..	3	..	6	1	3	2	6	6	3	3	7 ,10	8 ,85
Mai	9	12	22	..	13	..	..	4	10	4	2	1	3	3	6	2	42 ,22	46 ,05
Juin. . . .	2	15	28	..	2	..	2	9	4	9	3	..	..	4	10	..	92 ,26	99 ,91
Juillet . .	11	15	20	..	3	.	..	4	1	..	1	..	5	14	8	2	44 ,46	47 ,22
Août . . .	8	16	23	..	9	..	..	2	1	1	3	2	2	6	16	..	22 ,99	24 ,68
Septem .	10	10	20	..	10	..	..	2	5	2	4	2	5	5	7	..	60 ,95	66 ,65
Octobre.	14	16	17	..	18	..	..	1	1	1	..	4	17	7	2	..	30 ,53	37 ,60
Novemb.	14	16	16	..	24	..	2	..	..	..	..	..	11	14	4	1	49 ,40	57 ,20
Décemb.	9	7	22	26	31	1	..	..	..	16	5	1	5	..	4	..	22 ,66	28 ,85
Sommes.	122	143	243	43	206	4	8	22	38	38	22	23	64	75	80	26	423 ,89	477 ,50
1823.																		
Janvier..	22	6	9	20	31	5	..	..	2	2	9	4	7	4	3	0	32 ,60	37 ,10
Février .	22	20	6	7	25	1	2	..	2	..	3	..	7	7	8	1	56 ,61	65 ,05
Mars . . .	16	15	15	9	27	4	2	..	3	5	1	1	4	4	8	5	29 ,15	38 ,65
Avril . . .	6	9	24	2	13	..	2	..	4	9	..	..	6	4	6	1	32 ,66	37 ,08
Mai	15	18	16	..	7	..	1	1	4	2	3	1	7	8	6	0	52 ,37	54 ,31
Juin	18	15	12	..	10	..	2	2	7	5	..	..	2	3	9	4	49 ,85	53 ,25
Juillet . .	16	22	15	..	5	..	..	2	1	..	..	1	6	9	13	1	42 ,20	43 ,83
Août . . .	7	10	24	..	7	..	..	..	2	..	1	1	6	10	10	1	22 ,90	25 ,57
Septem .	12	9	18	..	12	..	1	1	6	8	1	..	..	4	7	4	27 ,40	31 ,05
Octobre.	17	17	14	..	27	..	..	..	3	1	4	1	12	5	3	8	38 ,25	48 ,58
Novemb.	22	8	8	7	30	..	..	..	6	3	4	5	3	2	2	5	15 ,25	18 ,60
Décemb.	23	22	8	5	30	1	..	..	2	..	..	1	6	4	3	6	57 ,55	65 ,10
Sommes.	196	171	169	50	224	11	10	6	42	35	26	15	66	64	78	36	456 ,79	518 ,17

1824.	JOURS DE								DIRECTION DU VENT								PLUIE TOMBÉE	
	Couverts.	Pluie.	Nuageux.	Gelée.	Brouillards.	Neige.	Grêle et grésil.	Tonnerre.	Nord.	Nord-est.	Est.	Sud-est.	Sud.	Sud-ouest.	Ouest.	Nord-ouest.	sur l'Observatoire.	dans la cour.
																	mm	mm
Janvier..	23	10	8	14	31	2	2	..	6	3	2	1	6	3	3	7	28 ,60	33 ,70
Février .	21	14	8	7	29	1	1	..	3	1	9	2	4	3	3	4	36 ,30	40 ,93
Mars ...	29	18	2	8	28	7	4	1	8	1	1	1	4	2	6	8	52 ,65	61 ,35
Avril ...	12	11	18	8	22	3	1	..	6	1	2	1	4	6	6	4	34 ,45	37 ,15
Mai	21	18	10	..	18	..	..	..	7	3	2	..	3	5	6	5	65 ,81	75 ,98
Juin....	13	15	17	..	4	..	1	1	10	..	1	2	6	6	4	1	46 ,25	52 ,45
Juillet ..	20	18	11	..	6	..	1	3	8	1	2	..	4	9	7	..	36 ,35	39 ,80
Août ...	11	17	20	..	8	..	..	3	5	2	1	..	2	16	5	..	52 ,75	58 ,15
Septem .	8	11	22	..	17	..	..	..	..	2	2	4	7	6	7	2	65 ,80	71 ,00
Octobre.	19	19	12	3	22	..	..	..	..	..	..	4	15	1	6	5	89 ,58	109 ,85
Novem .	26	22	4	1	21	..	1	1	..	1	..	..	10	7	11	1	36 ,00	43 ,45
Décemb.	23	20	8	4	27	..	..	..	..	..	..	1	7	15	6	2	27 ,48	33 ,00
Sommes.	226	193	140	45	233	13	11	9	53	15	22	16	72	79	70	39	572 ,02	656 ,81
1825.																		
Janvier .	28	17	3	15	31	3	..	..	13	2	1	..	4	6	4	1	20 ,10	26 ,13
Février .	16	5	12	13	27	4	..	..	5	4	2	1	2	5	4	5	24 ,26	31 ,30
Mars ...	13	7	18	13	29	1	1	..	11	5	2	5	1	4	..	3	20 ,35	22 ,90
Avril ...	11	11	19	2	18	..	1	2	10	3	..	1	8	1	7	..	53 ,49	57 ,86
Mai	10	13	21	..	10	..	2	6	5	2	3	..	10	4	4	3	59 ,30	64 ,36
Juin....	5	6	25	..	11	..	1	1	13	2	1	..	3	7	3	1	19 ,08	20 ,68
Juillet ..	...	2	31	..	2	..	..	..	21	3	2	..	1	..	1	3	1 ,45	1 ,75
Août ...	12	15	19	..	6	..	..	1	6	1	1	..	..	9	7	7	34 ,55	36 ,85
Septem .	9	9	21	..	9	..	..	2	3	1	2	..	7	10	3	4	53 ,90	54 ,95
Octobre.	22	16	9	..	23	..	..	..	4	..	..	2	9	3	12	1	44 ,49	49 ,15
Novem .	25	20	5	1	28	..	..	..	2	..	..	..	8	6	9	5	105 ,05	114 ,95
Décemb.	23	14	8	6	31	3	..	..	..	1	4	5	8	5	6	2	32 ,80	37 ,85
Sommes.	174	135	191	50	225	11	5	12	93	24	18	14	61	60	60	35	468 ,82	518 ,73

1826.	JOURS DE								DIRECTION DU VENT.								PLUIE TOMBÉE	
	Couverts.	Pluie.	Nuageux.	Gelée.	Brouillards.	Neige.	Grêle et grésil.	Tonnerre.	Nord.	Nord-est.	Est.	Sud-est.	Sud.	Sud-ouest.	Ouest.	Nord-ouest.	sur l'Observatoire.	dans la cour.
Janvier..	18	5	13	27	31	3	..	..	8	5	7	3	6	1	0	1	35 ,25	36 ,45
Février..	15	11	13	7	28	..	..	..	..	..	3	3	10	5	4	3	40 ,05	45 ,90
Mars ...	11	9	20	5	27	2	2	..	9	2	4	3	4	4	2	3	9 ,80	12 ,65
Avril ...	16	9	14	1	14	2	2	..	5	2	2	..	4	2	7	8	28 ,70	34 ,90
Mai	12	12	19	..	13	..	..	1	17	..	1	2	2	2	3	4	40 ,40	44 ,70
Juin....	5	15	25	..	7	..	..	2	13	2	3	2	3	1	3	3	22 ,15	22 ,85
Juillet ..	10	10	21	..	7	..	..	3	6	1	1	3	1	8	8	3	28 ,55	31 ,10
Août ...	6	10	25	..	12	..	..	1	3	..	3	2	5	5	9	4	44 ,35	48 ,19
Septem .	11	11	19	..	18	..	..	3	3	3	2	1	9	5	6	1	30 ,60	33 ,65
Octobre.	16	13	15	..	27	..	..	1	3	..	3	4	6	4	9	2	43 ,05	48 ,30
Novemb.	24	14	6	5	25	..	..	..	9	2	..	1	7	2	8	1	40 ,90	59 ,55
Décemb.	29	19	2	6	31	3	..	..	5	1	3	1	6	7	5	3	45 ,75	53 ,85
Sommes.	173	128	192	51	240	10	4	11	81	18	32	25	63	46	64	36	409 ,55	472 ,06

TABLEAU XVIII.

Résumé général des phénomènes météorologiques.

	JOURS DE								DIRECTION DU VENT.								PLUIE TOMBÉE	
	Couverts.	Pluie.	Nuageux.	Gelée.	Brouillards.	Neige.	Grêle.	Tonnerre.	Nord.	Nord-est.	Est.	Sud-est.	Sud.	Sud-ouest.	Ouest.	Nord-ouest.	sur l'Observatoire.	dans la cour.
																	mm	mm
Janvier..	21	11	10	15	25	3	1	0	5	4	2	2	6	5	4	3	33 ,35	38 ,70
Février..	20	11	8	12	25	2	1	0	3	3	2	3	7	6	6	3	31 ,99	38 ,42
Mars ...	15	11	16	8	19	3	2	0	5	5	1	2	4	5	6	3	32 ,42	44 ,54
Avril ...	12	11	18	4	14	1	1	1	5	5	2	2	5	4	4	3	32 ,30	37 ,78
Mai	12	13	19	0	7	0	1	3	4	3	3	2	5	6	6	2	48 ,89	64 ,82
Juin....	12	12	18	0	4	0	1	3	5	4	2	1	3	5	7	3	47 ,87	54 ,59
Juillet ..	12	12	19	0	4	0	0	3	4	2	1	1	4	6	8	3	38 ,55	40 ,79
Août ...	10	12	21	0	7	0	0	2	3	2	2	1	3	7	8	3	42 ,50	43 ,97
Septem .	11	11	19	0	12	0	0	1	4	3	2	2	5	6	5	3	43 ,60	55 ,55
Octobre.	16	13	15	1	18	0	0	1	3	2	2	3	8	6	5	2	45 ,63	53 ,91
Novemb.	20	13	10	7	23	1	1	0	2	3	2	2	6	6	6	4	44 ,06	46 ,87
Décemb.	23	12	8	11	22	2	1	0	2	4	2	2	7	5	5	2	41 ,25	44 ,78
Moyennes annuelles.	184	142	181	58	180	12	9	14	45	40	23	23	63	67	70	34	482 ,41	564 ,72

RECHERCHES

SUR

LES POUVOIRS RÉFRINGENTS DES FLUIDES ÉLASTIQUES.

PAR M. DULONG.

Lu à l'Académie des Sciences, le 10 octobre 1825.

LA recherche des causes de presque tous les phénomènes physiques conduit inévitablement à quelque hypothèse sur la constitution intime des corps. Newton lui-même, que l'on n'accusera pas d'avoir trop légèrement adopté des aperçus systématiques, s'est livré plusieurs fois, dans le cours de ses travaux, à des conjectures plus ou moins vraisemblables sur la disposition des dernières particules de la matière. Il était à craindre, cependant, que toutes ces créations de l'esprit, très-vagues de leur nature, ne pussent jamais acquérir assez de précision pour être soumises à des épreuves concluantes et à des vérifications rigoureuses. Mais un nouvel ordre de faits, dû aux progrès de la chimie moderne, nous permet d'espérer que la physique corpusculaire possédera bientôt des éléments susceptibles d'évaluations numériques. Déja les lois auxquelles sont assujéties les proportions des composés chimiques ont

fourni les moyens de déterminer les rapports des masses des molécules matérielles. En portant ces notions dans l'étude de quelques phénomènes de la chaleur, nous avons fait voir, Petit et moi (1), que le calorique spécifique étant mesuré, non pour l'unité de poids, comme on le faisait auparavant, mais pour chaque molécule de nature diverse prise individuellement, on découvrait aussitôt des rapports simples et une dépendance nécessaire entre des propriétés regardées jusque-là comme n'ayant aucune connexion.

L'analogie remarquée depuis long-temps entre les principaux phénomènes de la chaleur et de la lumière devait faire présager le même succès de l'emploi du même artifice, relativement aux pouvoirs réfringents des fluides élastiques. Il était probable même que l'on pénétrerait plus avant, par cette voie, dans la connaissance des modifications que l'acte de la combinaison peut imprimer aux molécules matérielles : l'observation des pouvoirs réfringents comportant plus de précision que la mesure des chaleurs spécifiques, surtout pour les fluides élastiques, qui sont d'ailleurs plus propres que les liquides et les solides à ce genre de recherches. Pour être en état de vérifier cette conjecture, il fallait posséder les mesures exactes du pouvoir réfringent de tous les gaz simples et du plus grand nombre possible de gaz composés, afin d'apprécier les effets des divers modes de condensation.

Le Mémoire de MM. Biot et Arago (2) sur l'affinité des corps pour la lumière, que l'on citera toujours comme un modèle de précision, n'embrasse qu'un nombre beaucoup

(1) Annales de chimie et de physique, t. X, p. 395.

(2) Mémoires de la première classe de l'Institut, t. VII, 1807.

trop limité d'espèces pour fournir les documents indispensables à la solution du problème qui nous occupe.

Les expériences plus récentes de MM. Arago et Petit (1) avaient un autre objet; celui de vérifier si, comme cela paraît naturel dans la théorie newtonienne, l'action d'un même corps sur la lumière reste toujours proportionnelle à sa densité.

Il était donc nécessaire de se livrer à de nouvelles recherches, avec l'attention de choisir principalement les gaz composés dont les éléments peuvent aussi être observés sous la forme de fluide élastique.

C'est ce travail que j'ai exécuté, et qui fait le sujet du Mémoire que j'ai l'honneur de soumettre à l'Académie.

La méthode expérimentale employée par MM. Biot et Arago consiste à mesurer directement, avec un cercle répétiteur, la déviation qu'éprouve la lumière en traversant un prisme creux et successivement rempli de chacun des fluides élastiques. La multiplicité des précautions que nécessite la mesure directe de cet angle, qui d'ordinaire n'excède pas quelques minutes; l'influence qu'exercent sur l'opération les vicissitudes atmosphériques, influence que l'on ne peut pas toujours corriger, laissent, en définitive, une assez grande incertitude sur les résultats.

La belle expérience de M. Arago sur le déplacement des franges de diffraction, par l'interposition d'un corps transparent dans l'un des faisceaux interférents, a suggéré à notre savant confrère un nouveau moyen de déterminer la force réfringente des gaz, qui comporte une sensibilité presque indéfinie. Aucun autre ne lui serait certainement com-

(1) Annales de chimie et de physique, t. I, p. 1.

parable, s'il s'agissait seulement de constater une légère différence entre deux corps; mais il perdrait, probablement, de sa supériorité, si l'on voulait en faire usage pour mesurer les pouvoirs d'une série de substances très-inégalement réfringentes.

Le procédé auquel je me suis arrêté me paraît réunir, à l'avantage d'une exécution beaucoup plus prompte, une exactitude plus que suffisante pour atteindre au but que je me suis proposé.

Il est fondé sur une loi constatée par MM. Biot et Arago dans le Mémoire cité, et que j'ai vérifiée sur plusieurs autres gaz, savoir : que, pour un même fluide élastique, l'augmentation de vitesse de la lumière en passant du vide dans ce gaz, ou la diminution de cette vitesse, si l'on raisonnait dans l'hypothèse des ondes, reste exactement proportionnelle à ses variations de densité. Or, comme il est très-facile d'augmenter ou de diminuer la densité d'un gaz, on pourra toujours l'amener à un degré tel, que la vitesse de la lumière y soit la même que dans l'air atmosphérique, par exemple; si l'on détermine les densités du gaz et de l'air lorsque cette condition est remplie, il suffira d'une simple proportion pour connaître le rapport des accroissements de vitesse quand les deux fluides posséderont des forces élastiques égales.

Ce genre d'observation ne peut indiquer, à la vérité, que les rapports des puissances réfractives de tous les gaz à celle de l'un d'entre eux que l'on prendra pour unité; mais cette connaissance est aussi la seule qu'il nous importe d'acquérir.

Voici maintenant l'appareil qui m'a servi à mettre en pratique l'idée que je viens d'exposer.

Un prisme creux AB, formé par un tube de verre épais,

aux deux extrémités duquel sont ajustées deux glaces inclinées de 145° environ, communique par un tube de verre *s*, avec un cylindre de même matière *z*, de 1 mètre de longueur et d'un diamètre de 5 centimètres. Ce cylindre porte à chacune de ses extrémités une douille en fer vernie. Celle qui est adaptée à l'extrémité inférieure est munie d'un robinet en fer G : l'autre porte 3 tubes en fer aussi destinés à établir une communication, l'un N avec le prisme; le deuxième O avec une machine pneumatique J par un tuyau de plomb qui s'y adapte; le troisième M avec une cloche à robinet R, placée sur une cuve à mercure.

Le prisme est attaché solidement sur un support EF, et placé de manière qu'une mire éloignée puisse être aperçue à travers. Le cylindre de verre *z*, assujéti dans une situation verticale, peut être rempli de mercure par un petit tube latéral I un peu plus long que le cylindre, et communiquant avec lui par sa partie inférieure.

Cette disposition permet, comme on le voit, de faire le vide dans le prisme, d'y introduire ensuite un gaz quelconque, pourvu qu'il n'attaque pas le mercure, de le dilater à volonté par l'écoulement d'une quantité convenable de mercure, et enfin de mesurer à chaque instant son élasticité. Je me suis presque toujours servi, pour ce dernier élément, du tube barométrique U adapté à la machine pneumatique. Mais si le gaz est de nature à corroder la pompe, le robinet *o* étant fermé, il n'y pénètre pas; on le fait sortir par le tube supérieur C, en produisant un courant d'hydrogène ou d'acide carbonique dans la cloche R. Dans ce cas, l'élasticité se mesure par la différence de niveau du mercure dans les tubes *z* et I.

Il eût été facile de disposer l'appareil de manière à permettre la compression des gaz qu'il devait contenir. Mais comme il est assez difficile de s'opposer à la sortie d'un gaz comprimé, et que, d'ailleurs, la comparaison de deux gaz pouvait se faire avec autant de succès, en dilatant celui qui possédait la plus grande puissance réfractive, je m'en suis presque toujours tenu à l'emploi de ce dernier moyen.

Pour constater l'égalité des vitesses de la lumière dans deux gaz, il suffit de s'assurer que, sous la même incidence, elle éprouve la même déviation, quand elle traverse un espace occupé successivement par chacun de ces gaz et terminé par deux plans d'une inclinaison constante : c'est à quoi l'on parvient, à l'aide de la lunette astronomique X munie de fils croisés au foyer de son objectif, et placée devant le prisme à une hauteur convenable sur un pied susceptible de recevoir deux mouvements rectangulaires : elle est solidement assujétie sur un massif de maçonnerie V, dont les variations de hauteur, toujours extrêmement faibles et lentes par les changements de température, ne peuvent affecter sa direction. Le prisme étant ouvert, la lunette pointée sur la mire, on voit que si les verres d'incidence et d'émergence avaient leurs faces extérieures et intérieures parallèles, il n'y aurait aucune déviation occasionnée par l'interposition du prisme. Mais dans le procédé que je décris, cette condition n'est pas nécessaire ; on peut employer des glaces ordinaires, dont les faces sont toujours inclinées d'une quantité très-sensible. Il n'est pas nécessaire non plus que les deux réfractions, à l'entrée et à la sortie du prisme, s'exécutent dans le même plan, ni de connaître l'angle réfringent. Il est utile seulement de faire cet angle très-grand pour que la déviation soit plus forte.

Je vais maintenant indiquer la manière d'opérer.

On commence par dessécher parfaitement toutes les surfaces intérieures de l'appareil, en y faisant passer un courant de gaz hydrogène sec. On y fait ensuite le vide, et l'on remplit le prisme d'air atmosphérique sec. Il existe, pour cela, un tube T rempli de muriate de chaux fondu, portant un robinet au-dessous de la platine de la machine pneumatique. Ce tube, dont je fais usage depuis long-temps, est très-commode dans un grand nombre d'expériences. On pointe alors la lunette sur la mire vue à travers le prisme; l'appareil restant ouvert, l'élasticité de l'air qu'il contient est donnée par le baromètre. On fait une deuxième fois le vide, et, pour chasser les dernières portions d'air, on introduit une certaine quantité du gaz que l'on veut soumettre à l'observation; enfin on laisse écouler le gaz pur dans le prisme que l'on a vidé de nouveau, jusqu'à ce que la coïncidence de la mire avec le point de décussation des fils soit exactement rétablie. Si l'on a la précaution de faire écouler le gaz très-lentement, il est assez facile de saisir le moment où cette coïncidence est exacte; ou bien, après en avoir introduit une quantité excédante, on ouvre le robinet inférieur, jusqu'à ce que le gaz dilaté ait précisément la densité convenable pour réfracter autant que l'air. On mesure la hauteur de la colonne de mercure dans le baromètre U adapté à la machine pneumatique, ou la différence de niveau du liquide dans les tubes Z et I, et, en retranchant l'une ou l'autre de la pression de l'atmosphère, au même moment, on a évidemment l'élasticité du gaz qui satisfait à la condition cherchée. Or, d'après le principe énoncé plus haut, il suffit d'une simple proportion pour trouver l'accroissement de vitesse que la lumière

éprouverait dans le même gaz, en lui supposant la même élasticité que l'air au moment de l'expérience.

Pour le gaz hydrogène et le gaz oxygène, qui ont une puissance réfractive moindre que celle de l'air, au lieu de les comprimer pour leur faire acquérir une force de réfraction égale, il est préférable de suivre une marche inverse, c'est-à-dire de pointer la lunette lorsque le prisme est rempli de l'un de ces deux gaz, sous la pression de l'atmosphère, et de dilater ensuite l'air jusqu'à ce que son pouvoir soit réduit à celui du gaz.

Lorsque le fluide attaque le mercure, il faut modifier un peu la méthode d'observation. Le tuyau de communication du prisme avec le cylindre contenant le mercure est composé de trois parties, fig. 2; la pièce intermédiaire L*k* porte à sa partie supérieure une petite cuvette cylindrique, qui laisse entre ses parois et le tuyau un espace annulaire.

Pareille disposition existe à l'extrémité supérieure du conduit N. Les diamètres de ces diverses parties sont combinés de telle façon que l'on peut enlever ou mettre cette pièce intermédiaire sans rien changer au reste de l'appareil.

Si l'on veut, par exemple, déterminer la puissance réfractive du chlore, on enlève le tuyau intermédiaire L*k*, et l'on ajoute à l'extrémité S un tube destiné à conduire hors du laboratoire l'excédant du gaz que l'on introduit dans le prisme par l'orifice supérieur D. Lorsque la coïncidence de la mire avec les fils ne se dérange plus, ce qui indique que le gaz est pur, on fixe la lunette dans sa position, on chasse le chlore par un courant de gaz acide carbonique, puis on replace le tuyau L*k*, et l'on coule du mastic très-fusible dans les deux cuvettes L et *k*. Enfin, après avoir fermé l'orifice D par un petit

bouchon de verre recouvert de cire molle, on fait le vide, et l'on introduit dans le prisme un gaz dont la puissance réfractive soit supérieure à celle du chlore : le cyanogène, par exemple; on détermine ensuite le rapport des puissances du chlore et du cyanogène comme précédemment, et la mesure du pouvoir de ce dernier étant connue, on rapporte celle du chlore à l'unité commune. Ce procédé exigeant un temps plus long, on ne doit le mettre en usage que dans les circonstances atmosphériques les plus favorables, c'est-à-dire vers le maximum de température du jour.

S'il s'agit d'une vapeur qui ne puisse pas supporter, à la température ordinaire, la pression de l'atmosphère; après avoir fait le vide, on remplit l'intervalle des deux robinets P et *o* de la substance, à l'état liquide, que l'on introduit ensuite, dans le tube z, en aussi petite quantité qu'on le désire; du reste, l'opération s'exécute de la même manière.

Il est facile d'apprécier le degré de sensibilité de ce procédé, et de le comparer, sous ce rapport, avec celui de MM. Biot et Arago. La déviation pour l'air atmosphérique à $0^m,76$ de pression était, avec un prisme de 145°, de 5′ environ; en mesurant cette déviation à différentes époques avec le cercle de Borda, ces physiciens ont trouvé des différences de 16″ d'un jour à l'autre. Que ce soit à la vapeur d'eau, déposée en quantités inégales sur les glaces du prisme, que l'on doive attribuer ces irrégularités, comme les auteurs le supposent, ou que ce soit à toute autre cause, il n'en est pas moins certain que la grandeur de la déviation peut varier avec le temps. Or, dans notre procédé, il suffit de quelques minutes pour prendre toutes les mesures; et, dans cet intervalle, toutes les variations possibles sont de peu d'importance. Avec

un grossissement convenable, on pourrait rendre sensible, sur la coïncidence des fils avec la mire, une différence de moins d'un quart de millimètre dans l'élasticité du plus grand nombre des gaz ; mais comme on mesure facilement une colonne de mercure, à un dixième de millimètre près, on voit que les erreurs seraient au-dessous de $\frac{1}{3000}$ de l'effet total. Je regarde cette précision comme étant au moins dix fois plus grande que celle que comporte l'emploi du cercle répétiteur. Du reste, il serait inutile de porter l'approximation aussi loin dans le genre de recherches qui nous occupe. On ne peut répondre, la plupart du temps, de la pureté du gaz, à moins de $\frac{1}{200}$ près : aussi n'ai-je pas cru devoir changer le grossissement que possédait la lunette dont je me suis servi, et qui avait été construite pour un autre usage, puisqu'il suffisait pour apprécier une différence d'un millimètre dans l'élasticité de l'air, ce qui correspond à $\frac{1}{700}$ environ de l'effet total.

J'ai dit plus haut que le principe, sur lequel repose le procédé que je viens de décrire, serait vérifié. Pour cela, il suffit d'observer la puissance réfractive d'un mélange de deux gaz dont les proportions sont connues, et de comparer le résultat avec celui que l'on trouve par le calcul, en supposant que l'effet de chacun des éléments du mélange reste proportionnel à son élasticité. Si le calcul et l'observation s'accordent, on peut en conclure que le principe est exact; et c'est en effet ce qui a lieu. En voici quelques exemples :

Mélange de gaz acide carbonique et d'air.	ac. carb.	730,5	— 25,88
	air atm.	2092	— 74,12
Température = 23°			100.

La déviation était la même lorsque les forces élastiques

se trouvaient

pour l'air = 0^m,5757,
pour le mélange = 0^m,5054.

D'après cette observation, le rapport des accroissements de vitesse dans le mélange gazeux et dans l'air serait comme 1,136 est à 1. La valeur de la puissance réfractive de l'acide carbonique = 1,526 conduit exactement au même résultat.

Mélange d'hydrogène et d'acide carbonique à parties égales. Température 21°.

Élasticité de l'air = 0^m,7580 — 0^m,2254 = 0^m,5326,
élasticité du mélange = 0^{m}7580 — 0^m,2263 = 0^m,5317,
puissance réfractive d'après l'observation = 1,0017,
id. d'après le calcul (1)........... 0,999.

L'air atmosphérique possède aussi un pouvoir de réfraction égal à celui que l'on déduit du pouvoir de ses éléments ; sous la même élasticité, les puissances réfractives des trois principes constituants de l'air sont ainsi qu'il suit :

oxygène = 0,924
azote = 1,02
acide carb. = 1,526.

En admettant 0,21 d'oxygène et 0,79 d'azote, la puissance réfractive de l'air serait = 0,99984 : si l'on y ajoute 0,00026 pour l'excès de puissance réfractive due aux 0,0005 d'acide carbonique qui s'y trouvent, il vient 1,0001 pour le pouvoir de l'air déduit de ses éléments (2). Ces exemples, aux-

(1) Voyez, plus loin, la table des puissances réfractives.

(2) La plupart des chimistes considèrent les éléments de l'air comme

quels j'en pourrais joindre quelques autres analogues obtenus avec des mélanges différant, soit par la nature des éléments, soit par leurs proportions, suffisent pour établir le principe en question, du moins quant aux fluides élastiques permanents. Lorsque les vapeurs sont assez éloignées du maximum de densité que comporte chaque température, elles jouissent de la même propriété que les gaz; mais je me suis assuré que, près de ce maximum, leur puissance réfractive augmente dans un rapport sensiblement plus grand que celui des densités qu'on leur suppose : c'est ce que l'on pourra voir dans le tableau suivant.

Toutes les observations ayant été conduites de la même manière, il serait inutile d'entrer dans le détail de chacune en particulier; je me contenterai donc de rapporter les résultats tout calculés.

Le tableau ci-dessous renferme les rapports des puissances de réfraction de 22 gaz sous la même force élastique; des observations faites de 8° à 32° sur les mêmes fluides m'ont donné exactement les mêmes valeurs : en sorte que la température, du moins entre ces limites, ne paraît exercer aucune influence sur ces rapports.

---

simplement mélangés; il n'existe en effet aucune preuve qu'ils soient combinés. Cependant le docteur Prout (1) est parti de la supposition d'une combinaison et du rapport simple des proportions en volume qui en serait la conséquence nécessaire, pour déterminer les densités de l'oxygène et de l'azote qui servent de base à son système sur les pesanteurs spécifiques des corps simples. On verra bientôt que, si les principes de l'air formaient une combinaison, ce serait la seule où le pouvoir réfringent serait égal à la somme de ceux des éléments.

(1) Ann. de chim. et de phys., t. I, p. 411.

Puissances réfractives des gaz à la même température et sous la même pression, celle de l'air étant prise pour unité (1).

NOMS DES GAZ.	PUISSANCES réfractives.	DENSITÉS.
Air atmosphérique	1	1
Oxygène	0,924	1,1026
Hydrogène	0,470	0,0685
Azote	1,020	0, 976
Chlore	2,623	2, 470
Gaz nitreux	1,030	1, 039
Gaz oxide de carbone	1,157	0, 972
Gaz ammoniaque	1,309	0, 591
Gaz des marais	1,504	0, 559
Acide carbonique	1,526	1, 524
Acide hydrochlorique	1,527	1, 254
Acide hydrocyanique	1,531	0, 944
Oxide d'azote	1,710	1, 527
Hydrogène sulfuré	2,187	1, 178
Acide sulfureux	2,260	2, 247
Gaz oléfiant	2,302	0, 980
Hydrogène phosphoré au minimum	2,682	1, 256
Cyanogène	2,832	1, 818
Éther muriatique	3,720	2, 234
Oxi-chloro-carbonique	3,936	3, 442
Soufre carburé	5,110	2, 644
Éther sulfurique	5,197	2, 580

(1) Les plus grandes erreurs qui puissent se glisser dans ce genre de détermination proviennent moins de l'exactitude du procédé optique que de la pureté des gaz. C'est surtout à cette dernière condition que j'attribue les différences que présentent les valeurs des pouvoirs réfringents déterminées par MM. Biot et Arago avec celles que j'ai trouvées par mes propres observations. Pour mettre à portée de juger si les nombres que j'ai obtenus sont affectés de quelque inexactitude provenant de cette source, j'indiquerai sommairement ici les précautions que j'ai prises pour me procurer les gaz sur lesquels j'ai opéré; ils ont tous été desséchés par le muriate de chaux ou la chaux.

Les vapeurs d'éther muriatique, d'éther sulfurique, de soufre carburé, ont été prises à un degré de densité deux ou

---

Oxygène, du chlorate de potasse préalablement fondu. Le gaz passait à travers une lessive de potasse et dans un tube contenant des fragments de potasse humide.

Azote, de l'air atmosphérique par la combustion vive, puis lente, du phosphore : le gaz lavé successivement avec une dissolution de chlore et une lessive de potasse. Le gaz azote retiré de la décomposition du gaz nitreux par le cuivre rouge a précisément la même puissance réfractive : ce qui est peut-être la seule preuve que l'on ait jusqu'à présent de l'identité du radical de l'acide nitrique avec le gaz qui reste lorsqu'on a absorbé l'oxygène et l'acide carbonique de l'air.

Hydrogène, par le zinc du commerce et l'acide sulfurique exempt d'acide nitrique. Le gaz lavé dans une forte lessive de potasse et passé dans un tube rempli des fragments de cet alcali humecté; il était sans odeur.

Chlore, de l'oxide de manganèse exempt d'acide carbonique. Le gaz traversait une longue colonne d'eau.

Acide carbonique du marbre blanc par l'acide nitrique. Le gaz traversait un long tube de carbonate de soude cristallisé et concassé.

Oxide d'azote, de la décomposition du nitrate d'ammoniaque par une douce chaleur. Le gaz passait successivement dans une dissolution de potasse et dans l'acide sulfurique.

Gaz nitreux, du nitrite de potasse obtenu par la calcination du nitre et décomposé par l'acide nitrique. Le gaz passait dans un flacon rempli d'eau et sur la potasse humide.

Ammoniaque, de l'ammoniaque liquide très-pure.

Acide hydrochlorique, de l'acide liquide très-pur.

Oxide de carbone, du mélange de marbre blanc et de fer. Tous deux calcinés préalablement, on a tenu compte de l'hydrogène qu'il contenait.

Cyanogène, du cyanure neutre de mercure desséché avec soin. Le gaz est resté en contact pendant trois jours avec de l'oxide rouge de mercure, et l'on a déterminé la proportion d'azote qu'il contenait.

G. oléfiant, par le procédé ordinaire de M. de Saussure, privé par la potasse et l'eau de l'acide carbonique, de l'acide sulfureux et de l'éther.

G. des marais, recueilli dans la rivière de Bièvre. Il contenait un dixième

trois fois moindre que le maximum relatif à la température de chaque observation. Les nombres contenus dans la table précédente sont donc comparables à ceux des gaz permanents. En prenant ces mêmes vapeurs à leur maximum de densité, j'ai trouvé leurs puissances réfractives comme il suit :

Éther muriatique	= 3,87
Soufre carburé	= 5,198
Éther sulfurique	= 5,290

Nous reviendrons bientôt sur la cause de ces différences.

Les rapports inscrits dans le tableau précédent sont indépendants de toute hypothèse sur la nature de la lumière. En admettant le système de l'émission, ces nombres expri-

---

environ d'hydrogène sulfuré et d'acide carbonique; mais il n'éprouvait pas de diminution sensible par le phosphore et ne contenait que 2,8 pour cent d'azote, dont on a tenu compte. Il absorbait sensiblement deux fois son volume d'oxygène, et donnait son volume d'acide carbonique, conformément à la composition que la plupart des chimistes ont admise jusqu'ici pour ce gaz. Je note ce résultat, parce qu'un chimiste distingué, M. Brandes, a dernièrement jeté des doutes sur l'existence de ce composé (1).

Éther muriatique, préparé avec soin par le procédé de M. Thénard, et parfaitement dépouillé d'alcohol.

Ac. hyd. cyanique, par le procédé de M. Gay-Lussac, avec toutes les précautions nécessaires pour le débarrasser d'eau et d'acide muriatique.

G. oxi-chloro-carbonique, par le procédé de M. J. Davy. On a tenu compte de l'acide hydrochlorique provenant de l'hydrogène que contenait l'oxide de carbone.

Ac. sulfureux, par le mercure et l'acide sulfurique exempt d'acide nitrique, le gaz lavé.

Hyd. sulfuré, du sulfure d'antimoine par l'acide hydrochlorique, le gaz lavé.

Éther sulfurique, ébullition à 35°.

Hydrog. phosphoré, de l'acide phosphatique par la chaleur.

(1) Ann. de chim. et de phys., t. XVIII, p. 71.

meront les rapports des accroissements de vitesse de la lumière, lorsqu'elle traverse chacun des fluides élastiques correspondants : l'unité commune étant l'accroissement de vitesse, dans l'air, à force élastique égale. Or, d'après les observations astronomiques de Delambre, et les mesures directes de MM. Biot et Arago, qui s'accordent parfaitement avec elles, l'augmentation de vitesse de la lumière dans l'air à 0° et à $0^{m}, 76$, est de 0,000294 de la vitesse dans le vide. En multipliant ce nombre successivement par tous les rapports dont il vient d'être question, on aura les accroissements absolus de vitesse dans chacun des fluides élastiques supposés à la même température et à la même pression ; et, en y ajoutant la vitesse dans le vide, c'est-à-dire l'unité, ces nombres deviendront les indices de réfraction, ou les rapports des sinus d'incidence et de réfraction pour le passage de la lumière du vide dans ces divers fluides élastiques. Enfin, connaissant la valeur de l'indice de réfraction, on en déduira par la formule ordinaire (1) les puissances réfractives qui, divisées par les densités correspondantes, deviendront l'expression des pouvoirs réfringents, tels qu'ils sont définis dans la théorie de Newton.

Si l'on adopte l'hypothèse des ondulations, il n'y aura de changé que les valeurs absolues des vitesses de la lumière

(1) On sait que, dans cette théorie, $2\delta k^2$ représentant la valeur totale de l'intégrale des actions qu'un corps a exercées sur la lumière, lorsqu'elle a pénétré dans l'intérieur de ce corps jusqu'à une profondeur sensible, on a pour l'expression de la puissance réfractive $2\delta k^2 = v^2 - u^2 = (l^2 - 1)u^2$, ou simplement $l^2 - 1$, v étant la vitesse dans le corps dont la densité est δ, u la vitesse dans le vide, et l l'indice de réfraction; le pouvoir réfringent $2k^2 = \frac{l^2 - 1}{\delta}$.

dans l'air et dans les autres gaz. La détermination et la grandeur des indices de réfraction resteront les mêmes. La puissance réfractive et le pouvoir réfringent n'ont plus aucun sens dans cette théorie; mais les valeurs de la première représenteraient les accroissements de densité de l'éther contenu dans chaque gaz, si l'on supposait que l'inégalité des vitesses de propagation des ondes tient seulement à une différence de densité de ce milieu. Le tableau suivant présente les résultats de ces calculs.

Indices de réfraction et puissances réfractives des gaz à 0° et 0m,76.

NOMS DES GAZ.	Valeurs de $l = \frac{\sin. i}{\sin. r}$.	Puiss. réfract. ou $l^2 - 1$.	Puiss. réfract. d'après Biot et Arago.
Air atmosphérique	1,000294	0,000589	id.
Oxygène	1,000272	0,000544	0,000560
Hydrogène	1,000138	0,000277	0,000285
Azote	1,000300	0,000601	0,000590
Gaz nitreux	1,000303	0,000606	
Oxide de carbone	1,000340	0,000681	
Ammoniaque	1,000385	0,000771	0,000762
Gaz des marais	1,000443	0,000886	
Acide carbonique	1,000449	0,000899	0,000899
Acide hydrochlorique	1,000449	0,000899	0,000879
Acide hydrocyanique	1,000451	0,000903	
Oxide d'azote	1,000503	0,001007	
Hydrogène sulfuré	1,000644	0,001288	
Acide sulfureux	1,000665	0,001331	
Gaz oléfiant	1,000678	0,001356	
Hydrogène phosph. min.	1,000789	0,001579	
Cyanogène	1,000834	0,001668	
Éther muriatique	1,001095	0,002191	
Oxi-chloro-carbonique	1,001159	0,002318	
Soufre carburé	1,00150	0,00301	
Éther sulfurique	1,00153	0,003061	

Les puissances réfractives des gaz réputés simples ne paraissent avoir aucun rapport avec leurs densités. La puissance du gaz hydrogène est, à la vérité, presque exactement la moitié de celle du gaz oxygène. Mais les nombreuses observations que j'ai faites sur ces deux gaz en particulier, les soins que j'ai pris pour les dépouiller des substances étrangères qui auraient pu altérer le vrai rapport de leurs puissances réfractives, m'ont convaincu que sa valeur différait très-sensiblement de $\frac{1}{2}$. D'ailleurs les nombres relatifs à l'azote et au chlore ne permettent plus de penser à un pareil rapprochement.

En comparant entre eux les gaz composés, on n'aperçoit non plus aucune dépendance entre leur densité et leur puissance de réfraction. Ainsi le gaz oléfiant et l'oxide de carbone ont à peu près la même densité; le pouvoir du premier est presque double de celui du deuxième.

La densité de la vapeur d'éther muriatique est un peu plus faible que celle de l'acide sulfureux, et son pouvoir de réfraction est supérieur à celui de l'acide sulfureux de plus des $\frac{3}{5}$ de celui-ci.

La vapeur d'éther sulfurique a une densité très-peu supérieure à celle du chlore; sa puissance réfractive est double.

Les pouvoirs de l'acide hydrocyanique et de l'acide carbonique sont sensiblement les mêmes, et la densité du dernier est des $\frac{2}{3}$ plus forte que celle du premier.

En jetant les yeux sur les tableaux précédents, on pourra faire beaucoup d'autres rapprochements qui conduiront à la même conséquence.

Tous les physiciens savaient depuis long-temps que, en comparant des corps solides et liquides de nature différente, la réfraction ne varie pas proportionnellement à la

densité ; et l'on en concluait que chaque corps exerce sur la lumière une action dépendante de sa nature propre. Mais la diversité des capacités pour la chaleur, rapportées à l'unité de masse, avait conduit à une conséquence analogue relativement aux attractions que l'on admettait entre les corps et la matière de la chaleur ; et puisque, en calculant les capacités de chaque molécule en particulier, on a trouvé qu'elles étaient égales, ou dans des rapports simples, il n'aurait pas été surprenant que la même idée, appliquée aux pouvoirs réfringents, eût fait découvrir des rapports très-simples là où l'on n'avait aperçu aucune relation ; or, si une loi analogue existait réellement, elle se manifesterait dans les nombres mêmes du tableau précédent. Car, les gaz ayant été observés à la même température et pour la même pression, c'est-à-dire dans des circonstances où leurs particules sont à la même distance, les inégalités que l'on remarque dans leurs pouvoirs réfringents ne peuvent tenir qu'à l'inégalité des effets de chacune des molécules considérée individuellement.

Il reste à examiner s'il existe quelque relation appréciable entre le pouvoir réfringent des composés et ceux de leurs éléments. C'est surtout vers ce but que toutes mes tentatives ont été dirigées.

Dans le travail plusieurs fois cité de MM. Biot et Arago, on trouve déja quelques exemples de ce genre de comparaison. Mais à l'époque où ils l'ont publié, l'analyse chimique était loin d'avoir le degré de précision que l'on y a porté depuis. D'ailleurs, le nombre des fluides élastiques qu'ils ont soumis à l'observation ne leur permettait pas de suivre bien loin cette idée.

Il n'y avait même qu'une seule combinaison, l'ammoniaque, qui, formée de deux éléments gazeux, et susceptible elle-même d'être observée sous cette forme, pût conduire à quelque épreuve concluante. Les auteurs trouvent que le pouvoir de ce composé est la somme de ceux de ses éléments. Ce résultat tient à ce qu'ils ont employé, dans leur calcul, des proportions erronées; car, en partant des données beaucoup plus exactes que l'on possède aujourd'hui, et faisant usage de leurs déterminations des puissances réfractives de l'hydrogène et de l'azote, les erreurs dont elles sont affectées se compensent et donnent, tout aussi bien que les nouvelles valeurs consignées dans ce mémoire, un pouvoir réfringent moindre, d'un douzième environ, que celui qui appartient réellement à l'ammoniaque.

L'inexactitude des proportions de tous les autres composés, auxquels les auteurs appliquent le même calcul, n'affecte pas moins les résultats définitifs.

Aussi, en employant les proportions beaucoup plus exactes que l'analyse chimique a fait connaître depuis, je trouve pour l'huile d'olive, la gomme arabique, l'alcohol, des différences de $\frac{1}{7}$ à $\frac{1}{3}$ entre le calcul et l'observation

Toutefois, MM. Arago et Petit ayant prouvé que les changements d'état entraînent des variations considérables dans les pouvoirs réfringents, il ne serait pas étonnant de trouver autant de discordance entre les effets des éléments à l'état gazeux et ceux des mêmes substances à l'état solide ou liquide. Mais si l'on ne comparait que les composés gazeux avec leurs éléments pris dans le même état, le pouvoir du composé serait-il égal à la somme de ceux des éléments?

Pour résoudre cette question, il serait inutile de calculer les pouvoirs réfringents dans le sens rigoureux que l'on donne

à cette expression. En effet, pour appliquer la formule aux combinaisons, il faut multiplier les proportions en poids par les pouvoirs réfringents respectifs, et, comme l'expression de ceux-ci renferme au dénominateur, la densité, cet élément doit disparaître. Il suffit donc de prendre les puissances réfractives à forces élastiques égales, et de tenir compte des proportions en volume et de la condensation apparente. Les résultats de ce calcul et les nombres correspondants fournis par l'observation directe sont compris dans le tableau suivant :

Puissances réfractives des fluides élastiques composés. La puissance réfractive de l'air = 1.

NOMS DES GAZ.	Puissances réfr. obs.	Puissances réfr. calc.	Excès de l'obs. sur le calcul.
Ammoniaque..........	1,309	1,216	+ 0,093
Oxide d'azote..........	1,710	1,482	+ 0,228
Gaz nitreux...........	1,030	0,972	+ 0,058
Eau (1)...............	1	0,933	+ 0,067
Gaz chlor. ox. carbon...	3,936	3,784	+ 0,0152
Éther muriatique	3, 72	3,829	— 0,099
Acide hydrocyanique ...	1,521	1,651	— 0,130
Acide carbonique......	1,526	1,629	— 0,093
Acide hydrochlorique...	1,527	1,547	— 0,020

(1) Je n'ai fait aucune observation directe sur la vapeur d'eau. On savait déja par les observations de MM. Biot et Arago, que la puissance réfractive de cette vapeur ne diffère pas sensiblement de celle de l'air sec : M. Arago a reconnu depuis, par un procédé particulier, que la première est inférieure à la deuxième, mais d'une quantité trop petite pour détruire la différence que l'on remarque entre le calcul et l'observation.

On peut voir par ce tableau que, pour aucune combinaison gazeuse dont les éléments peuvent exister séparément à l'état de fluide élastique, le pouvoir réfringent n'est égal à la somme de ceux des éléments.

Sur neuf exemples que je rapporte, il y en a cinq pour lesquels l'observation l'emporte sur le calcul, et quatre où c'est le contraire.

M. Avogadro, de l'Académie de Turin, a recherché, par une longue suite de travaux purement spéculatifs, une relation entre les pouvoirs réfringents des gaz et leur chaleur spécifique (1). Il attribue les inégalités que l'on observe dans les capacités des fluides élastiques pour la chaleur, à leur affinité plus ou moins grande pour le calorique; et, posant en principe, que l'affinité d'un composé est la somme des affinités de ses éléments, il cherche, par tâtonnement, à quelle puissance des chaleurs spécifiques il faudrait supposer que les affinités sont proportionnelles, pour que le principe en question fût vérifié. Il arrive à ce résultat, que les affinités des corps pour la chaleur sont comme les carrés des chaleurs spécifiques : cette relation ne s'applique qu'aux fluides élastiques. Enfin, supposant encore qu'il existe une certaine dépendance entre les chaleurs spécifiques et les pouvoirs réfringents des gaz, il croit avoir reconnu par d'autres essais, que les pouvoirs réfringents des gaz simples ou composés sont exactement représentés par la formule $P = pA + (1-p)\sqrt{A}$, où P désigne le pouvoir réfringent, p un nombre constant,

(1) Memoria di Torino, t. XXVIII et XXIX. Biblioteca italiana, décembre 1816 et janvier 1817. Atti della società di Modena, t. XVIII et XIX.

et A ce qu'il appelle le nombre affinitaire, c'est-à-dire qui représente l'intensité de la force attractive de chaque substance.

La méthode de calcul que l'auteur emploie pour parvenir à ses formules n'est pas irréprochable; mais comme il s'est proposé seulement d'établir une loi empirique qui doit être comparée aux observations, il importe peu de savoir comment il a procédé pour la découvrir : l'essentiel est qu'elle représente fidèlement les phénomènes. J'ai donc appliqué la formule de M. Avogadro aux substances pour lesquelles il a donné les nombres affinitaires, et j'en ai déduit la valeur des pouvoirs réfringents qu'elles devraient posséder, d'après sa théorie. Le tableau suivant montre les résultats du calcul rapprochés de ceux de l'observation.

Pouvoirs réfringents rapportés à l'air et calculés d'après la formule de M. Avogadro.

NOMS DES GAZ.	Pouvoirs réfr. obs.	Pouvoirs réfr. calc.
Chlore	1,074	1,0027
Oxide d'azote	1,136	0,990
Gaz nitreux	0,976	0,955
Gaz oléfiant	2,348	2,204
Cyanogène	1,557	1,169
Acide hyd. cyan.	1,621	1,414
Oxi-chloro-carbon	1,153	1,023
Gaz des marais	2,667	2,835
Éther sulfurique	2,051	2,071
Éther muriatique	1,663	1,647

A l'exception de l'éther sulfurique et de l'éther muriatique, pour lesquels il n'y a qu'une différence assez légère entre les nombres calculés et observés, on voit que la formule de M. Avogadro est bien éloignée de s'accorder avec l'expérience.

Si l'on cherche à découvrir dans les proportions de la combinaison, dans le mode particulier de condensation, la cause de cet accroissement ou de cette diminution du pouvoir réfringent que nous avons signalée plus haut, on n'aperçoit aucun caractère constant : ainsi, dans le gaz nitreux, où les éléments sont à volumes égaux, sans condensation, on remarque un accroissement de plus de six centièmes, tandis que l'acide hydrochlorique, dans les mêmes conditions, montre une diminution d'un cent. et un quart.

Le gaz oxi-chloro-carbonique et l'éther muriatique contiennent les mêmes proportions de leurs éléments, et avec la même condensation. Cependant il y a une diminution de deux centièmes à peu près pour le premier, et un accroissement de cinq centièmes pour le deuxième.

L'oxide d'azote et l'acide carbonique, considéré comme formé d'oxide de carbone et d'oxygène, offrent une opposition plus frappante encore. Ce sont aussi les mêmes proportions et la même condensation. Mais, dans le premier, on observe une augmentation d'un septième, et dans le deuxième une diminution de près d'un centième.

Cherche-t-on à rattacher la cause de cette opposition aux quantités de chaleur plus ou moins grandes qui se développent pendant l'acte de la combinaison, on ne découvre encore aucune relation constante.

J'ai soumis à l'observation presque tous les corps qui

réunissent les conditions convenables. Le nombre en est malheureusement très-petit; mais s'il était permis d'en tirer des inductions générales, on arriverait à cette loi : que le pouvoir réfringent d'un composé binaire est plus grand que la somme de ceux de ses éléments, lorsque ce composé est neutre ou alcalin, et que le contraire a lieu, lorsqu'il manifeste la propriété acide. L'éther muriatique, que l'on peut regarder comme neutre, et le gaz chlor-oxi-carbonique, qui est décidément acide, paraîtraient contrarier cette loi. Mais il faut remarquer que ces combinaisons sont formées de trois éléments primitifs, qui sont très-probablement réunis en deux combinaisons binaires ayant un élément commun. Or, ce sont ces composés binaires, éléments immédiats des combinaisons en question, qu'il faudrait pouvoir comparer avec elles.

Il résulte donc de ces recherches, que les capacités des corps pour la chaleur, et les pouvoirs réfringents, n'appartiennent pas, comme on l'avait cru, à un même ordre de causes. Les capacités ont une relation évidente avec les masses des molécules; les pouvoirs réfringents paraissent en être complètement indépendants.

Il n'existe aucun rapport simple entre les puissances réfractives des substances élémentaires ou composées, lors même que l'on observe ces propriétés dans les circonstances où les actions moléculaires devraient être plus facilement comparables, et où la forme et l'arrangement des particules ne peuvent plus exercer aucune influence.

L'inégalité des vitesses de la lumière dans les divers gaz, considérés à la même température et à la même pression, paraît dépendre de l'état électrique propre aux molécules de

chaque espèce de matière. En raisonnant dans l'hypothèse des ondes qui semble mieux se concilier avec ces nouvelles idées, la vitesse de la lumière serait d'autant plus retardée, que les molécules seraient plus fortement positives.

J'ai essayé, mais sans succès, de vérifier cette conjecture par une expérience directe. J'ai fait passer successivement dans l'intérieur du prisme de verre qui a servi aux expériences précédemment décrites, un courant d'air, d'hydrogène et d'acide carbonique, exposés immédiatement, avant leur introduction, au contact de conducteurs électrisés; je n'ai pu apercevoir aucun changement appréciable dans le pouvoir réfringent de ces gaz. Mais, peut-être, la quantité d'électricité artificielle qui s'attache, dans ce cas, aux molécules des fluides élastiques, est-elle incomparablement plus petite que celle qui constitue leurs atmosphères naturelles. Au surplus, quand on parviendrait à mettre hors de doute la conjecture que je hasarde ici, on ne pourrait encore expliquer les phénomènes que d'une manière vague; et, dans l'état actuel de la science, on n'entrevoit même aucun moyen de soumettre ce genre de causes à des mesures exactes, ni d'en découvrir les lois par le calcul.

Avant de terminer ce mémoire, je dirai quelques mots sur la cause des différences que j'ai signalées plus haut entre les vapeurs et les gaz permanents relativement aux variations de leurs puissances réfractives quand on fait varier leur densité.

Les fluides élastiques non permanents, dans leur action sur la lumière ne se comportent pas autrement que les gaz proprement dits, tant que les premiers n'approchent pas de la plus grande densité correspondante à la température où

on les observe. Mais, près de ce terme, leur puissance réfractive ne paraît plus assujétie à la même loi que celle des gaz permanents; elle augmente plus rapidement que leur force élastique.

La difficulté d'assigner une cause vraisemblable à cette anomalie, me fit rechercher si les densités des vapeurs sont réellement telles que l'indique le calcul fondé sur l'analogie qu'elles présentent avec les gaz permanents.

On ne saurait mettre en doute que les vapeurs considérées à une assez grande distance de leur maximum de densité n'obéissent aux mêmes lois que les gaz permanents, puisqu'il n'existe presque aucun de ceux-ci qui n'ait été liquéfié. On peut d'ailleurs en acquérir une preuve indubitable par l'accord qui existe pour toutes les vapeurs entre la densité déterminée par l'observation directe et celle que l'on déduit de leur composition, en partant de la densité des substances élémentaires. Cette vérification indirecte du principe en question a été faite par M. Gay-Lussac sur un grand nombre de corps, tels que l'acide hydrocyanique, l'éther hydrochlorique, le soufre carburé, l'alcohol, l'éther sulfurique, etc.

Pour éviter la précipitation d'une partie de ces vapeurs sur les parois des vases qui les renferment, M. Gay-Lussac a toujours eu soin d'en mesurer le volume à une température plus élevée que celle qui, dans chaque cas, correspondait au maximum de densité; on ramène ordinairement ces éléments à une température et à une pression fictives, d'où l'on déduit ensuite par le calcul la densité qui convient à telle température et telle pression. Si ces conditions se rapportent à un état possible de la vapeur, et dans lequel on puisse l'observer, les résultats du calcul et de l'observation s'accordent; mais

rien ne prouve que la vapeur prise à un maximum de densité posséderait réellement la pesanteur spécifique que la même formule indiquerait.

Lorsque les vapeurs sont à leur maximum de densité, ou près de ce maximum, les molécules sont alors à des distances très-voisines de celle où la force attractive l'emporte sur la répulsion dépendante de la chaleur; et il ne serait pas étonnant qu'à une certaine distance du changement d'état, la cohésion eût déja un effet sensible et rendît la densité plus forte.

M. Southern est le seul qui ait cherché à mesurer la densité d'une vapeur dans cette circonstance. Il n'a opéré que sur la vapeur d'eau, et il a cru reconnaître que sa densité était simplement proportionnelle à la force élastique, sans égard à la température. Ce n'est sans doute qu'une approximation, mais qui ne doit d'ailleurs s'appliquer qu'à la vapeur supposée en contact avec un excès de liquide ou dans son état de plus grande densité.

C'est pour n'avoir pas fait cette distinction, que M. Despretz a entrepris de vérifier la loi annoncée par M. Southern, en déterminant les poids absolus d'un volume connu de plusieurs vapeurs dans des circonstances de température et de pression auxquelles cette loi ne se rapporte pas, et entre des limites où l'on était certain, par la considération que je viens de rappeler, que les formules des gaz permanents pouvaient s'appliquer sans erreur; en sorte que le travail de M. Despretz n'infirme pas l'assertion de M. Southern.

J'ai fait quelques tentatives pour savoir si les vapeurs d'eau, d'alcohol, d'éther sulfurique, ont effectivement, dans les circonstances que je viens d'indiquer, une densité supérieure à

celle qu'on leur suppose. Je me suis servi de l'appareil de M. Gay-Lussac, et j'ai cherché à abaisser graduellement la température, jusqu'à ce que la précipitation commençât à se manifester; mais la difficulté de maintenir une température parfaitement uniforme dans toutes les parties de la cloche qui renferme la vapeur, et l'incertitude que laisse l'estimation de la portion précipitée par l'action hygrométrique de ses parois, ne permettent pas d'obtenir une précision suffisante pour des mesures qui réclament une grande exactitude. Je dois dire cependant que les résultats sont tous dans le sens de la loi de M. Southern. L'importance de cette question, dont la solution intéresse la théorie des machines à feu, m'a déterminé à entreprendre une suite d'expériences dont j'espère pouvoir bientôt publier les résultats.

MÉMOIRE

SUR LES LOIS DE L'ÉQUILIBRE ET DU MOUVEMENT DES CORPS SOLIDES ÉLASTIQUES.

PAR M. NAVIER.

Lu à l'Académie royale des Sciences, le 14 mai 1821.

1. Si l'on considère un corps élastique, en supposant que des forces soient appliquées aux points de ce corps, et se fassent mutuellement équilibre, on peut demander le changement de figure que le corps aura subi par suite de l'action de ces forces. On peut demander aussi, en supposant qu'après le changement de figure le corps soit abandonné à lui-même, les lois des mouvements d'oscillation qui auront lieu en vertu des forces qui constituent l'élasticité.

La solution de ces questions se compose de deux parties: 1° la recherche des équations différentielles qui expriment les lois de l'équilibre ou du mouvement; 2° l'intégration de ces équations. La recherche des équations différentielles est l'objet de ce mémoire. Elle doit être fondée sur une notion exacte de la nature des forces en vertu desquelles un corps est élastique, et de la composition intérieure de ce corps.

On regarde un corps solide élastique comme un assem-

blage de molécules matérielles placées à des distances extrêmement petites. Ces molécules exercent les unes sur les autres deux actions opposées, savoir, une force propre d'attraction, et une force de répulsion due au principe de la chaleur. Entre une molécule M, et l'une quelconque M′ des molécules voisines, il existe une action P, qui est la différence de ces deux forces. Dans l'état naturel du corps, toutes les actions P sont nulles, ou se détruisent réciproquement, puisque la molécule M est en repos. Quand la figure du corps a été changée, l'action P a pris une valeur différente Π, et il y a équilibre entre toutes les forces Π et les forces appliquées au corps, par lesquelles le changement de figure a été produit. On peut toujours concevoir les forces Π partagées chacune en deux parties π et π', en supposant la première partie π telle que, si elle subsistait seule, il y aurait équilibre entre toutes les forces π, de la même manière qu'il y avait équilibre entre toutes les forces P dans l'état naturel du corps. Les forces π se détruisant donc mutuellement, il sera nécessaire que l'équilibre subsiste entre les forces restantes π', et les forces appliquées au corps. Cela posé, nous prenons ici pour principe que ces dernières forces π', développées par le changement de figure du corps entre deux molécules matérielles quelconques M, M′, et qui doivent seules faire équilibre aux forces appliquées à ce corps, sont respectivement proportionnelles à la quantité dont le changement de figure (supposé très-petit) a fait varier la distance MM′ des deux molécules. La force π' est une attraction si la distance MM′ a augmenté; elle est une répulsion si cette distance a diminué. Nous regardons d'ailleurs les actions moléculaires dont il s'agit comme ne subsistant qu'entre des molécules très-voi-

sines, et comme ayant des valeurs qui décroissent très-rapidement, suivant une loi inconnue, pour des molécules de plus en plus éloignées l'une de l'autre.

Equations générales de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques.

2. On représente par a, b, c, les trois coordonnées rectangulaires d'un point quelconque M de l'intérieur d'un corps élastique. Supposant que, par l'effet des forces appliquées à ce corps, sa figure ait changé, on désigne par $a+x$, $b+y$, $c+z$ les coordonnées du point m dans lequel le point M s'est transporté; en sorte que x, y, z sont respectivement les quantités dont le point M s'est déplacé parallèlement aux axes des a, b, c. Les quantités x, y, z sont généralement des fonctions de a, b, c, et des forces appliquées au corps. Il s'agit de connaître la nature de ces fonctions, et, dans le cas où les points du corps oscillent autour de leurs situations naturelles, de trouver les valeurs de x, y, z en fonction de a, b, c, et du temps t.

Considérons un point M' voisin du point M, et dont les coordonnées soient $a+\alpha$, $b+\beta$, $c+\gamma$. On connaîtra la position m' que prendra le point M' après le changement de figure du corps, en mettant $a+\alpha$, $b+\beta$, $c+\gamma$ à la place de a, b, c, dans les expressions de x, y, z en fonction de a, b, c. Par conséquent si l'on représente par x', y', z', les quantités dont le point M' s'est déplacé dans le sens de chaque axe, on aura

$$x' = x + \frac{dx}{da}\alpha + \frac{1}{2}\frac{d^2x}{da^2}\alpha^2 + \text{etc.}, \quad y' = y + \frac{dy}{da}\alpha + \frac{1}{2}\frac{d^2y}{da^2}\alpha^2 + \text{etc.}, \quad z' = z + \frac{dz}{da}\alpha + \frac{1}{2}\frac{d^2z}{da^2}\alpha^2 + \text{etc.}$$
$$+ \frac{dx}{db}\beta + \frac{d^2x}{da\,db}\alpha\beta \qquad + \frac{dy}{db}\beta + \frac{d^2y}{da\,db}\alpha\beta \qquad + \frac{dz}{db}\beta + \frac{d^2z}{da\,db}\alpha\beta$$
$$+ \frac{dx}{dc}\gamma + \frac{1}{2}\frac{d^2x}{db^2}\beta^2 \qquad + \frac{dy}{dc}\gamma + \frac{1}{2}\frac{d^2y}{db^2}\beta^2 \qquad + \frac{dz}{dc}\gamma + \frac{1}{2}\frac{d^2z}{db^2}\beta^2$$
$$+ \frac{d^2x}{da\,dc}\alpha\gamma \qquad + \frac{d^2y}{da\,dc}\alpha\gamma \qquad + \frac{d^2z}{da\,dc}\alpha\gamma$$
$$+ \frac{d^2x}{db\,dc}\beta\gamma \qquad + \frac{d^2y}{db\,dc}\beta\gamma \qquad + \frac{d^2z}{db\,dc}\beta\gamma$$
$$+ \frac{1}{2}\frac{d^2x}{dc^2}\gamma^2 \qquad + \frac{1}{2}\frac{d^2y}{dc^2}\gamma^2 \qquad + \frac{1}{2}\frac{d^2z}{dc^2}\gamma^2$$

La distance des deux points M, M′ est avant le changement de figure du corps

$$\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}.$$

Après ce changement elle est devenue

$$\sqrt{(\alpha + x' - x)^2 + (\beta + y' - y)^2 + (\gamma + z' - z)^2};$$

ou, en développant et négligeant les puissances supérieures des quantités $x' - x$, $y' - y$, $z' - z$, considérées comme très-petites,

$$\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} + \frac{\alpha(x' - x) + \beta(y' - y) + \gamma(z' - z)}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}}.$$

Ainsi nommant p, q, ψ les angles que forme la ligne MM′ avec les axes des a et des b, et avec le plan des ab, on aura

$$(x' - x)\cos.p + (y' - y)\cos.q + (z' - z)\sin.\psi$$

pour l'expression de l'accroissement $mm' - MM'$ dont il s'agit. La force avec laquelle le point M est maintenant attiré par le

point M′ est proportionnelle, d'après le principe énoncé ci-dessus, à cet accroissement. Cette force dépend d'ailleurs de la distance des deux points, et devient très-petite, aussitôt que cette distance prend une valeur sensible. Ainsi en nommant ρ la distance MM′, et représentant par $f\rho$ une fonction inconnue qui décroît très-rapidement quand ρ augmente, la force dont il s'agit devra être exprimée par

$$f\rho.[(x'-x)\cos.p+(y'-y)\cos.q+(z'-z)\sin.\psi].$$

Le point M est attiré avec des forces semblables par tous les points M′ qui sont situés autour de lui. Si l'on écrit que ce point est en équilibre en vertu de ces forces, et en vertu d'autres forces X, Y, Z qui seraient appliquées à ce point dans le sens de chaque axe, on exprimera la condition dont dépend la figure affectée par le solide élastique.

3. La force agissant suivant la ligne MM′ dont on vient de trouver l'expression, étant décomposée dans la direction des axes des a, b, c, fournit les trois composantes

$$f\rho.[(x'-x)\cos.^2p+(y'-y)\cos.p\cos.q+(z'-z)\cos.p\sin.\psi],$$
$$f\rho.[(x'-x)\cos.p\cos.q+(y'-y)\cos.^2q+(z'-z)\cos.q\sin.\psi],$$
$$f\rho.[(x'-x)\cos.p\sin.\psi+(y'-y)\cos.q\sin.\psi+(z'-z)\sin.^2\psi].$$

Nommons φ l'angle que la projection de la ligne MM′ ou ρ sur le plan des ab fait avec l'axe des a. Nous aurons $\cos.p= \cos.\psi\cos.\varphi$, $\cos.q=\cos.\psi\sin.\varphi$, et les expressions précédentes deviendront

$$f\rho.[(x'-x)\cos.^2\psi\cos.^2\varphi+(y'-y)\cos.^2\psi\sin.\varphi\cos.\varphi+(z'-z)\sin.\psi\cos.\psi\cos.\varphi],$$
$$f\rho.[(x'-x)\cos.^2\psi\sin.\varphi\cos.\varphi+(y'-y)\cos.^2\psi\cos.^2\varphi+(z'-z)\sin.\psi\cos.\psi\sin.\varphi],$$
$$f\rho.[(x'-x)\sin.\psi\cos.\psi\cos.\varphi+(y'-y)\sin.\psi\cos.\psi\sin.\varphi+(z'-z)\sin.^2\psi].$$

L'équilibre du point M s'exprimera en égalant respectivement à $-X$, à $-Y$, à $-Z$, la somme de toutes les composantes parallèles à l'axe des a, à l'axe des b, à l'axe des c.

Considérons en premier lieu les composantes parallèles à l'axe des a. Comme l'on a $\alpha = \rho \cos.\psi \cos.\varphi$, $\beta = \rho \cos.\psi \sin.\varphi$, $\gamma = \rho \sin.\psi$, l'expression de ces composantes, en mettant pour $x'-x, y'-y, z'-z$ leurs valeurs, deviendra

$$
f\rho.\left\{
\begin{aligned}
&\rho\left(\begin{array}{lll}
\frac{dx}{da}\cos.^3\psi\cos.^3\varphi & +\frac{dy}{da}\cos.^3\psi\sin.\varphi\cos.^2\varphi & +\frac{dz}{da}\sin.\psi\cos.^2\psi\cos.^2\varphi \\
\frac{dx}{db}\cos.^3\psi\sin.\varphi\cos.^2\varphi & +\frac{dy}{db}\cos.^3\psi\sin.^2\varphi\cos.\varphi & +\frac{dz}{db}\sin.\psi\cos.^2\psi\sin.\varphi\cos.\varphi \\
\frac{dx}{dc}\sin.\psi\cos.^2\psi\cos.^2\varphi & +\frac{dy}{dc}\sin.\psi\cos.^2\psi\sin.\varphi\cos.\varphi & +\frac{dz}{dc}\sin.^2\psi\cos.\psi\cos.\varphi
\end{array}\right. \\
&+\rho^2\left(\begin{array}{lll}
\frac{1}{2}\frac{d^2x}{da^2}\cos.^4\psi\cos.^4\varphi & +\frac{1}{2}\frac{d^2y}{da^2}\cos.^4\psi\sin.\varphi\cos.^3\varphi & +\frac{1}{2}\frac{d^2z}{da^2}\sin.\psi\cos.^3\psi\cos.^3\varphi \\
\frac{d^2x}{da\,db}\cos.^4\psi\sin.\varphi\cos.^3\varphi & +\frac{d^2y}{da\,db}\cos.^4\psi\sin.^2\varphi\cos.^2\varphi & +\frac{d^2z}{da\,db}\sin.\psi\cos.^3\psi\sin.\varphi\,\mathrm{cos} \\
\frac{1}{2}\frac{d^2x}{db^2}\cos.^4\psi\sin.^2\varphi\cos.^2\varphi & +\frac{1}{2}\frac{d^2y}{db^2}\cos.^4\psi\sin.^3\varphi\cos.\varphi & +\frac{1}{2}\frac{d^2z}{db^2}\sin.\psi\cos.^3\psi\sin.^2\varphi\,\mathrm{co} \\
\frac{d^2x}{da\,dc}\sin.\psi\cos.^3\psi\cos.^3\varphi & +\frac{d^2y}{da\,dc}\sin.\psi\cos.^3\psi\sin.\varphi\cos.^2\varphi & +\frac{d^2z}{da\,dc}\sin.^2\psi\cos.^2\psi\cos.^2\varphi \\
\frac{d^2x}{db\,dc}\sin.\psi\cos.^3\psi\sin.\varphi\cos.^2\varphi & +\frac{d^2y}{db\,dc}\sin.\psi\cos.^3\psi\sin.^2\varphi\cos.\varphi & +\frac{d^2z}{db\,dc}\sin.^2\psi\cos.^2\psi\sin.\varphi\,\mathrm{c} \\
\frac{1}{2}\frac{d^2x}{dc^2}\sin.^2\psi\cos.^2\psi\cos.^2\varphi & +\frac{1}{2}\frac{d^2y}{dc^2}\sin.^2\psi\cos.^2\psi\sin.\varphi\cos.\varphi & +\frac{1}{2}\frac{d^2z}{dc^2}\sin.^3\psi\cos.\psi\cos.\varphi
\end{array}\right. \\
&+\text{etc.}
\end{aligned}\right.
$$

Pour prendre la somme de toutes ces composantes, il faut, conformément aux principes du calcul intégral, remarquer que l'élément de volume de l'espace qui environne le point M, en employant les coordonnées ρ, φ et ψ, est exprimé par $d\rho\, d\psi\, d\varphi . \rho^2 \cos.\psi$. On multipliera donc la quantité précédente

par cet élément, et on intégrera par rapport aux trois variables ρ, ψ et φ: savoir, par rapport à ρ depuis $\rho = 0$ jusqu'à $\rho = \infty$; par rapport à ψ depuis $\psi = -\frac{1}{2}\pi$ jusqu'à $\psi = \frac{1}{2}\pi$, π représentant le rapport de la circonférence au diamètre; et enfin par rapport à φ depuis $\varphi = 0$ jusqu'à $\varphi = 2\pi$. On embrassera ainsi toutes les forces parallèles à l'axe des a par lesquelles le point M est sollicité. Mais on voit facilement qu'en effectuant cette opération, les termes de la quantité précédente qui contiennent une puissance impaire de sin. ψ, et ceux qui contiennent une puissance impaire de sin. φ ou de cos. φ, donneront zéro pour résultat. Ainsi le premier terme multiplié par ρ disparaîtra entièrement. Si le terme multiplié par ρ^3 était écrit, on verrait qu'il disparaît aussi, et il en est de même de tous les termes qui contiennent des puissances impaires de ρ. Les termes qui contiennent des puissances paires de cette quantité subsistent seuls dans le résultat de l'intégration; mais, comme on le verra tout-à-l'heure, on doit se borner à considérer le premier d'entre eux. En ne prenant donc que ce terme, et n'écrivant point les quantités qui deviennent nulles par suite de l'intégration, on aura

$$\int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} d\psi \int_{0}^{2\pi} d\varphi \,.\, \rho^4 f\rho \left(\begin{array}{l} \frac{1}{2}\frac{d^2x}{da^2}\cos.^5\psi\cos.^4\varphi \qquad + \frac{d^2y}{da\,db}\cos.^5\psi\sin.^2\varphi\cos.^2\varphi + \frac{d^2z}{da\,dc}\sin.^2\psi\cos.^3\psi\cos.^2\varphi \\ \frac{1}{2}\frac{d^2x}{db^2}\cos.^5\psi\sin.^2\varphi\cos.^2\varphi \\ \frac{1}{2}\frac{d^2x}{dc^2}\sin.^2\psi\cos.^3\psi\cos.^2\varphi \end{array} \right)$$

pour l'expression de la somme des forces intérieures qui sollicitent le point M parallèlement à l'axe des a.

Pour effectuer l'intégration, on remarquera que $\int_0^{2\pi} d\varphi \cos.^4 \varphi = \frac{3\pi}{4}$, $\int_0^{2\pi} d\varphi \sin.^2\varphi \cos.^2\varphi = \frac{\pi}{4}$, $\int_0^{2\pi} d\varphi \cos.^2\varphi = \pi$. Ainsi en intégrant d'abord par rapport à φ, il viendra

$$\int_0^\infty d\rho \int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} d\psi . \rho^4 f\rho \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \frac{3\pi}{4} \frac{d^2 x}{da^2} \cos.^5\psi \qquad + \frac{\pi}{4} \frac{d^2 y}{da\,db} \cos.^5\psi + \pi \frac{d^2 z}{da\,dc} \sin.^2\psi \cos.^3\psi \\ \frac{1}{2} \frac{\pi}{4} \frac{d^2 x}{db^2} \cos.^5\psi \\ \frac{1}{2}\pi \frac{d^2 x}{dc^2} \sin.^2\psi \cos.^3\psi \end{array} \right\}.$$

On remarquera ensuite que $\int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} d\psi \sin.^2\psi \cos.^3\psi = \frac{4}{15}$, $\int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} d\psi \cos.^5\psi = \frac{4.4}{15}$; en sorte que l'intégration par rapport à ψ donnera

$$\int_0^\infty d\rho . \rho^4 f\rho . \frac{\pi}{4} \frac{4.4}{15} \left(\frac{3}{2} \frac{d^2 x}{da^2} + \frac{1}{2} \frac{d^2 x}{db^2} + \frac{1}{2} \frac{d^2 x}{dc^2} + \frac{d^2 y}{da\,db} + \frac{d^2 z}{da\,dc} \right).$$

Si donc on fait pour abréger

$$\int_0^\infty d\rho . \rho^4 f\rho . \frac{\pi}{4} . \frac{4.4}{15} . \frac{1}{2} = \varepsilon,$$

ε étant une constante inconnue qui dépend de l'intensité de la force d'élasticité du corps, on aura, pour exprimer l'équilibre des forces qui sollicitent le point M parallèlement à l'axe des a, l'équation

$$-\mathrm{X} = \varepsilon \left(3\frac{d^2 x}{da^2} + \frac{d^2 x}{db^2} + \frac{d^2 x}{dc^2} + 2\frac{d^2 y}{da\,db} + 2\frac{d^2 z}{da\,dc} \right).$$

On a dit ci-dessus que les termes contenant des puissances de ρ supérieures à la seconde devaient être négligés. Cette proposition peut être rendue très-sensible en particularisant la fonction $f\rho$, et lui donnant le caractère d'une fonction qui décroît très-rapidement quand ρ augmente. Si par exemple on prend pour cette fonction $e^{-k\rho}$, e étant le nombre dont le logarithme népérien est l'unité, et k un coefficient constant, on aura

$$\int_0^\infty d\rho . \rho^4 e^{-k\rho} = \frac{1.2.3.4}{k^5}, \int_0^\infty d\rho . \rho^6 e^{-k\rho} = \frac{1.2.3.4.5.6}{k^7}, \text{ etc.}$$

Or pour que la quantité $e^{-k\rho}$ décroisse avec une très-grande rapidité quand ρ augmente, il faut supposer que le coefficient k est un très-grand nombre. Les termes successifs de la série se trouveront donc affectés après l'intégration par rapport à ρ de coefficients qui décroissent avec une extrême rapidité, et devront tous être négligés par rapport au premier. Cette remarque rend manifeste l'esprit du genre d'analyse qu'on emploie ici. Elle montre comment les forces qui produisent l'élasticité ne s'exerçant qu'à des distances extrêmement petites, ainsi que l'indiquent tous les phénomènes connus, il devient permis de négliger les termes des ordres supérieurs; et comment les lois de l'équilibre sont alors exprimées avec exactitude au moyen d'équations qui contiennent seulement des termes du second ordre.

En effectuant un calcul absolument semblable, qu'on croit inutile de détailler, sur les expressions des forces qui sollicitent le point M parallèlement aux axes des b et des c, on parvient à des résultats analogues au précédent; en sorte

qu'on a définitivement pour l'expression de conditions d'équilibre du point dont il s'agit, les trois équations suivantes, où les forces X, Y, Z sont regardées comme positives quand elles tendent à augmenter les déplacements,

$$-X = \varepsilon\left(3\frac{d^2x}{da^2}+\frac{d^2x}{db^2}+\frac{d^2x}{dc^2}+2\frac{d^2y}{da\,db}+2\frac{d^2z}{da\,dc}\right),$$
$$-Y = \varepsilon\left(\frac{d^2x}{da^2}+3\frac{d^2y}{db^2}+\frac{d^2y}{dc^2}+2\frac{d^2x}{da\,db}+2\frac{d^2z}{db\,dc}\right),$$
$$-Z = \varepsilon\left(\frac{d^2z}{da^2}+\frac{d^2z}{db^2}+3\frac{d^2z}{dc^2}+2\frac{d^2x}{da\,dc}+2\frac{d^2y}{db\,dc}\right).$$

4. Ces équations répondent à ce qu'on nomme ordinairement les *équations indéfinies.* Elles indiquent un caractère commun à tous les points du corps, que devront présenter les expressions analytiques qui donneront les valeurs de x, y, z, en fonction de a, b, c, X, Y, Z. Mais on sait, par les questions du même genre qui ont été déja résolues, qu'il existe de plus des conditions particulières aux points situés aux limites du corps, conditions que l'analyse précédente ne permet pas de déterminer facilement. L'analyse suivante, qui donne les mêmes équations indéfinies qui viennent d'être obtenues, a de plus l'avantage de conduire en même temps aux conditions particulières dont il s'agit.

Revenons à la considération des points voisins M, M′, telle qu'elle est employée dans le nº 2. Puisque les actions qui s'exercent entre ces points n'ont de valeurs sensibles qu'à des distances extrêmement petites, on ne doit prendre pour le point M′ que des points extrêmement voisins du point M. Les quantités α, β, γ, qui sont les coordonnées du point M′ comptées à partir du point M, sont donc extrêmement petites, et on peut en négliger les puissances et les produits. On a

alors simplement

$$x'-x=\frac{dx}{da}\alpha+\frac{dx}{db}\beta+\frac{dx}{dc}\gamma,$$
$$y'-y=\frac{dy}{da}\alpha+\frac{dy}{db}\beta+\frac{dy}{dc}\gamma,$$
$$z'-z=\frac{dz}{da}\alpha+\frac{dz}{db}\beta+\frac{dz}{dc}\gamma.$$

Or les projections sur chacun des axes de la distance mm', à laquelle les points M, M' se sont placés après le changement de figure du corps, sont respectivement $\alpha+x'-x$, $\beta+y'-y$, $\gamma+z'-z$. L'expression de cette distance est donc

$$\sqrt{(\alpha+x'-x)^2+(\beta+y'-y)^2+(\gamma+z'-z)^2}\ ;$$

ou, en substituant les valeurs précédentes,

$$\sqrt{\left(\alpha+\frac{dx}{da}\alpha+\frac{dx}{db}\beta+\frac{dx}{dc}\gamma\right)^2+\left(\beta+\frac{dy}{da}\alpha+\frac{dy}{db}\beta+\frac{dy}{dc}\gamma\right)^2+\left(\gamma+\frac{dz}{da}\alpha+\frac{dz}{da}\beta+\frac{dz}{dc}\gamma\right)^2}.$$

Le changement de figure du corps étant supposé très-petit, les quantités x, y, z et leurs coefficients différentiels partiels sont très-petits, et l'on peut en négliger les puissances et les produits. L'expression précédente prendra donc la forme

$$\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+2\left[\frac{dx}{da}\alpha^2+\left(\frac{dx}{db}+\frac{dy}{da}\right)\alpha\beta+\left(\frac{dx}{dc}+\frac{dz}{da}\right)\alpha\gamma+\frac{dy}{db}\beta^2+\left(\frac{dy}{dc}+\frac{dz}{db}\right)\beta\gamma+\frac{dz}{dc}\gamma^2\right]},$$

ou en développant en série, et négligeant toujours les puissances supérieures des coefficients différentiels,

$$\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}+\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}}\left[\frac{dx}{da}\alpha^2+\left(\frac{dx}{db}+\frac{dy}{da}\right)\alpha\beta+\right.$$
$$\left.\left(\frac{dx}{dc}+\frac{dz}{da}\right)\alpha\gamma+\frac{dy}{db}\beta^2+\left(\frac{dy}{dc}+\frac{dz}{db}\right)\beta\gamma+\frac{dz}{dc}\gamma^2\right].$$

Le premier terme est la valeur primitive de la distance

MM′ des deux points que l'on considère, qui a été représentée ci-dessus par ρ. Le second terme représente donc la variation que cette distance a subie par suite du changement de figure du corps, et à laquelle la force qui agit de M′ sur M est proportionnelle. Si l'on remplace α, β, γ par les valeurs $\alpha = \rho \cos.\psi \cos.\varphi$, $\beta = \rho \cos.\psi \sin.\varphi$, $\gamma = \rho \sin.\psi$, cette variation deviendra

$$\rho\left[\frac{dx}{da}\cos.^2\psi\cos.^2\varphi + \left(\frac{dx}{db}+\frac{dy}{da}\right)\cos.^2\psi\sin.\varphi\cos.\varphi + \left(\frac{dx}{dc}+\frac{dz}{da}\right)\cos.\psi\sin\psi\cos.\varphi \right.$$
$$\left. + \frac{dy}{db}\cos.^2\psi\sin.^2\varphi + \left(\frac{dy}{dc}+\frac{dz}{db}\right)\sin.\psi\cos.\psi\sin.\varphi + \frac{dz}{dc}\sin.^2\psi\right].$$

Représentons, pour abréger, cette quantité par f. La force avec laquelle le point M′ attire M sera donc proportionnelle à f. Le moment de cette force, cette expression étant prise dans le même sens que dans la *Mécanique analytique*, sera évidemment proportionnel à $f\delta f$, ou à $\frac{1}{2}\delta f^2$. Parconséquent si l'on multiplie $\frac{1}{2}\delta f^2$ par $d\rho\, d\psi\, d\varphi . \rho^2 \cos.\psi . f\rho$; si l'on transporte le signe δ en avant des signes d'intégration relatifs à ρ, ψ et φ, ce qui est permis; et si l'on intègre entre les mêmes limites qu'on l'a fait dans le nº 3: on aura une quantité proportionnelle à la somme des moments de toutes les forces intérieures par lesquelles le point M est sollicité. Cette quantité est donc

$$\tfrac{1}{2}\delta\int_0^\infty d\rho\int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} d\psi\int_0^{2\pi} d\varphi . \rho^4\cos.\psi . f\rho\left[\frac{dx}{da}\cos.^2\psi\cos.^2\varphi + \left(\frac{dx}{db}+\frac{dy}{da}\right)\cos.^2\psi\sin.\varphi\cos.\varphi + \right.$$
$$\left.\left(\frac{dx}{dc}+\frac{dz}{da}\right)\cos.\psi\sin.\psi\cos.\varphi + \frac{dy}{db}\cos.^2\psi\sin.^2\varphi + \left(\frac{dy}{dc}+\frac{dz}{db}\right)\sin.\psi\cos.\psi\sin.\varphi + \frac{dz}{dc}\sin.^2\psi\right]^2.$$

En élevant au carré indiqué, et n'écrivant point les termes contenant des puissances impaires de sin. φ et cos. φ, qui donneront zéro par suite de l'intégration, cette expression deviendra

$$\tfrac{1}{2}\delta\int_0^\infty d\rho\int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} d\psi\int_0^{2\pi} d\varphi\,.\,\rho^4\cos.\psi\,.\,f\rho\left(\begin{array}{l}\frac{dx^2}{da^2}\cos.^4\psi\cos.^4\varphi+\left.\begin{array}{l}\left(\frac{dx}{db}+\frac{dy}{da}\right)\\ +2\frac{dx}{da}\frac{dy}{db}\end{array}\right\}\cos.^4\psi\sin.^2\varphi\cos.^2\varphi\\ \left.\begin{array}{l}\left(\frac{dx}{dc}+\frac{dz}{da}\right)^2\\ +2\frac{dx}{da}\frac{dz}{dc}\end{array}\right\}\sin.^2\psi\cos.^2\psi\cos.^2\varphi+\frac{dy^2}{db^2}\cos.^4\psi\sin.^4\varphi\\ \left.\begin{array}{l}\left(\frac{dy}{dc}+\frac{dz}{db}\right)^2\\ +2\frac{dy}{db}\frac{dz}{dc}\end{array}\right\}\sin.^2\psi\cos.^2\psi\sin.^2\varphi+\frac{dz^2}{dc^2}\sin.^4\psi\end{array}\right)$$

En intégrant dabord par rapport à φ, on aura

$$\tfrac{1}{2}\delta\int_0^\infty d\rho\int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} d\psi\,.\,\rho^4\,.\,f\rho\,.\,\frac{\pi}{4}\left(\begin{array}{l}3\frac{dx^2}{da^2}\cos.^5\psi+\left.\begin{array}{l}\left(\frac{dx}{db}+\frac{dy}{da}\right)^2\\ +2\frac{dx}{da}\frac{dy}{db}\end{array}\right\}\cos.^5\psi\\ \left.\begin{array}{l}4\left(\frac{dx}{dc}+\frac{dz}{da}\right)^2\\ +4.2\frac{dx}{da}\frac{dz}{dc}\end{array}\right\}\sin.^2\psi\cos.^3\psi+3\frac{dy^2}{db^2}\cos.^5\psi\\ \left.\begin{array}{l}4\left(\frac{dy}{dc}+\frac{dz}{db}\right)^2\\ +4.2\frac{dy}{db}\frac{dz}{dc}\end{array}\right\}\sin.^2\psi\cos.^3\psi+3\frac{dz^2}{dc^2}\sin.^4\psi\cos.\psi\end{array}\right)$$

En intégrant ensuite par rapport à ψ, puis représentant par ε le coefficient qui restera après l'intégration par rapport à ρ, il viendra définitivement pour l'expression de la somme de moments dont il s'agit

$$\tfrac{1}{2}\varepsilon\,.\,\delta\left[3\frac{dx^2}{da^2}+\left(\frac{dx}{db}+\frac{dy}{da}\right)^2+2\frac{dx}{da}\frac{dy}{db}+\left(\frac{dx}{dc}+\frac{dz}{da}\right)^2+2\frac{dx}{da}\frac{dz}{dc}\right.$$
$$\left.+3\frac{dy^2}{db^2}+\left(\frac{dy}{dc}+\frac{dz}{db}\right)^2+2\frac{dy}{db}\frac{dz}{dc}+3\frac{dz^2}{dc^2}\right].$$

5. La valeur de cette somme est la même pour tous les points compris dans l'élément du corps dont le volume est

$da\,db\,dc$. On aura donc la somme totale des moments semblables en multipliant l'expression précédente par $da\,db\,dc$, et en intégrant ensuite dans toute l'étendue du corps. D'après cela, désignons comme ci-dessus par X, Y, Z les forces appliquées aux points compris dans le même élément, ces quantités étant des poids rapportés à l'unité de volume. Représentons de plus par X', Y', Z' les forces appliquées parallèlement aux axes des a, des b, des c, au point de la surface du corps dont les coordonnées sont a', b', c', ces quantités désignant des poids rapportés à l'unité de surface, et par ds l'élément de la surface situé au même point : on aura $X'ds$, $Y'ds$, $Z'ds$ pour les valeurs des forces appliquées à cet élément dans le sens de chaque axe. L'équation qui exprimera l'équilibre des forces intérieures provenant de l'élasticité, et des forces appliquées au corps sera donc

$$
\begin{aligned}
0 = \varepsilon\iiint da\,db\,dc \left\{
\begin{aligned}
&3\frac{dx}{da}\frac{\delta dx}{da} + \frac{dx}{db}\frac{\delta dx}{db} + \frac{dx}{db}\frac{\delta dy}{da} + \frac{dy}{da}\frac{\delta dx}{db} + \frac{dy}{da}\frac{\delta dy}{da} + \frac{dx}{da}\frac{\delta dy}{db} + \frac{dy}{db}\frac{\delta dx}{da} \\
&\frac{dx}{da}\frac{\delta dx}{dc} + \frac{dx}{dc}\frac{\delta dz}{da} + \frac{dz}{da}\frac{\delta dx}{dc} + \frac{dz}{da}\frac{\delta dz}{da} + \frac{dx}{da}\frac{\delta dz}{dc} + \frac{dz}{dc}\frac{\delta dx}{da} + 3\frac{dy}{db}\frac{\delta dy}{db} \\
&\frac{dy}{dc}\frac{\delta dy}{dc} + \frac{dy}{dc}\frac{\delta dz}{db} + \frac{dz}{db}\frac{\delta dy}{dc} + \frac{dz}{db}\frac{\delta dz}{db} + \frac{dy}{db}\frac{\delta dz}{dc} + \frac{dz}{dc}\frac{\delta dy}{db} + 3\frac{dz}{dc}\frac{\delta dz}{dc}
\end{aligned}
\right\} \\
- \iiint da\,db\,dc\,(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) - \int ds\,(X'\delta x' + Y'\delta y' + Z'\delta z'),
\end{aligned}
$$

où l'on a développé les carrés indiqués, et effectué la différentiation marquée par δ, dans le terme qui contient les moments des forces intérieures. Les forces X', Y', Z' sont considérées comme positives quand elles tendent à augmenter les déplacements.

Il faut maintenant faire passer dans le terme dont on vient de parler le d devant le δ, et effectuer les intégrations par parties qui ont pour objet de faire disparaître les différen-

tielles des variations. Cette opération changera ce terme en

$$-\varepsilon\iiint da\,db\,dc\left\{\begin{aligned}&\left(3\frac{d^2x}{da^2}+\frac{d^2x}{db^2}+\frac{d^2x}{dc^2}+2\frac{d^2y}{da\,db}+2\frac{d^2z}{da\,dc}\right)\delta x\\&\left(\frac{d^2y}{da^2}+3\frac{d^2y}{db^2}+\frac{d^2y}{dc^2}+2\frac{d^2x}{da\,db}+2\frac{d^2z}{db\,dc}\right)\delta y\\&\left(\frac{d^2z}{da^2}+\frac{d^2z}{db^2}+3\frac{d^2z}{dc^2}+2\frac{d^2x}{da\,dc}+2\frac{d^2y}{db\,dc}\right)\delta z\end{aligned}\right\}$$

$$+\varepsilon\left[\iint db'\,dc'\left(3\frac{dx'}{da'}+\frac{dy'}{db'}+\frac{dz'}{dc'}\right)+\iint da'\,dc'\left(\frac{dx'}{db'}+\frac{dy'}{da'}\right)+\iint da'\,db'\left(\frac{dx'}{dc'}+\frac{dz'}{da'}\right)\right]\delta x'$$

$$+\varepsilon\left[\iint db'\,dc'\left(\frac{dx'}{db'}+\frac{dy'}{da'}\right)+\iint da'\,dc'\left(\frac{dx'}{da'}+3\frac{dy'}{db'}+\frac{dz'}{dc'}\right)+\iint da'\,db'\left(\frac{dy'}{dc'}+\frac{dz'}{db'}\right)\right]\delta y'$$

$$+\varepsilon\left[\iint db'\,dc'\left(\frac{dx'}{dc'}+\frac{dz'}{da'}\right)+\iint da'\,dc'\left(\frac{dy'}{dc'}+\frac{dz'}{db'}\right)+\iint da'\,db'\left(\frac{dx'}{da'}+\frac{dy'}{db'}+3\frac{dz'}{dc'}\right)\right]\delta z'.$$

Pour abréger, on n'écrit qu'une fois les termes appartenant aux limites des intégrales, et qui se rapportent aux points des limites du corps. Mais il faudra faire attention qu'en considérant ces termes comme appartenant aux points de la première limite, il faut les affecter du signe $-$, et qu'en les considérant comme appartenant aux points de la limite opposée, il faut les prendre positivement.

L'équation d'équilibre ci-dessus donnera donc d'abord, en égalant séparément à zéro les coefficients des variations, les trois équations indéfinies

$$-X=\varepsilon\left(3\frac{d^2x}{da^2}+\frac{d^2x}{db^2}+\frac{d^2x}{dc^2}+2\frac{d^2y}{da\,db}+2\frac{d^2z}{da\,dc}\right),$$

$$-Y=\varepsilon\left(\frac{d^2y}{da^2}+3\frac{d^2y}{db^2}+\frac{d^2y}{dc^2}+2\frac{d^2x}{da\,db}+2\frac{d^2z}{db\,dc}\right),$$

$$-Z=\varepsilon\left(\frac{d^2z}{da^2}+\frac{d^2z}{db^2}+3\frac{d^2z}{dc^2}+2\frac{d^2x}{da\,dc}+2\frac{d^2y}{db\,dc}\right),$$

qui sont les équations mêmes qui ont été obtenues d'une autre

manière dans le n° 3. De plus, nommons l, m, n les angles que le plan tangent à la surface dans le point dont les coordonnées sont a', b', c' forme avec les plans des bc, des ac et des ab : on pourra remplacer, dans les termes qui se rapportent aux points de la surface, $db'\,dc'$ par $ds \cos. l$, $da'\,dc'$ par $ds \cos. m$, et $da'\,db'$ par $ds \cos. n$ (voyez la *Mécanique analytique*, t. I, p. 205). Ces termes fourniront donc les équations déterminées

$$X' = \varepsilon\left[\cos l\left(3\frac{dx'}{da'} + \frac{dy'}{db'} + \frac{dz'}{dc'}\right) + \cos. m\left(\frac{dx'}{db'} + \frac{dy'}{da'}\right) + \cos. n\left(\frac{dx'}{dc'} + \frac{dz'}{da'}\right)\right],$$

$$Y' = \varepsilon\left[\cos. l\left(\frac{dx'}{db'} + \frac{dy'}{da'}\right) + \cos. m\left(\frac{dx'}{da'} + 3\frac{dy'}{db'} + \frac{dz'}{dc'}\right) + \cos n\left(\frac{dy'}{dc'} + \frac{dz'}{db'}\right)\right],$$

$$Z' = \varepsilon\left[\cos. l\left(\frac{dx'}{dc'} + \frac{dz'}{da'}\right) + \cos. m\left(\frac{dy'}{dc'} + \frac{dz'}{db'}\right) + \cos. n\left(\frac{dx'}{da'} + \frac{dy'}{db'} + 3\frac{dz'}{dc'}\right)\right],$$

qui donnent les valeurs des forces qui doivent être appliquées aux points de la surface du corps, ou des efforts exercés sur les obstacles qui retiendraient fixes ces points. Les seconds membres doivent être affectés du signe — pour les points relatifs à la première limite de ce corps, et pris positivement pour les points relatifs à la limite opposée.

Les équations précédentes contiennent, sous la forme différentielle, tout ce qu'il est possible d'énoncer d'une manière générale sur les conditions de l'équilibre d'un corps solide élastique. Pour faire de nouveaux pas dans la recherche de cet équilibre, il est indispensable de spécifier la figure du corps. On montrera dans un autre mémoire que les équations précédentes peuvent être intégrées dans un grand nombre de cas, pour lesquels on parvient à une connaissance complète de l'état d'équilibre dont il s'agit.

6. On passe facilement des équations générales de l'équilibre à celles qui expriment les lois des vibrations. Les forces

X, Y, Z sont supposées positives quand elles augmentent les quantités x, y, z. Si les points du corps exécutent des mouvements d'oscillation autour de leurs situations primitives, les forces accélératrices auxquelles seront dus ces mouvements tendront à diminuer ces mêmes quantités. Nommant Π le poids de l'unité de volume du corps, g la vitesse que la gravité imprime aux corps pesants dans l'unité de temps, les forces accélératrices auxquelles seront dus les mouvements du point M dans le sens de chaque axe seront respectivement $\frac{\Pi}{g}\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{\Pi}{g}\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{\Pi}{g}\frac{d^2z}{dt^2}$, dt étant l'élément du temps. On doit donc ajouter respectivement ces trois quantités aux premiers membres des équations précédentes; et si l'on suppose qu'aucune force n'est appliquée aux points intérieurs du corps, ces équations seront simplement

$$\frac{\Pi}{g}\frac{d^2x}{dt^2}=\varepsilon\left(3\frac{d^2x}{da^2}+\frac{d^2x}{db^2}+\frac{d^2x}{dc^2}+2\frac{d^2y}{da\,db}+2\frac{d^2z}{da\,dc}\right),$$

$$\frac{\Pi}{g}\frac{d^2y}{dt^2}=\varepsilon\left(\frac{d^2y}{da^2}+3\frac{d^2y}{db^2}+\frac{d^2y}{dc^2}+2\frac{d^2x}{da\,db}+2\frac{d^2z}{db\,dc}\right),$$

$$\frac{\Pi}{g}\frac{d^2z}{dt^2}=\varepsilon\left(\frac{d^2z}{da^2}+\frac{d^2z}{db^2}+3\frac{d^2z}{dc^2}+2\frac{d^2x}{da\,dc}+2\frac{d^2y}{db\,dc}\right).$$

7. Pour se former une notion exacte de la nature de la constante ε qui entre dans les équations précédentes, on peut considérer le cas simple d'un solide d'une étendue indéfinie compris entre le plan des bc, et un autre plan parallèle à ce dernier. On admettra que tous les points de la face qui coïncide avec le plan des bc sont fixes, et que tous les points de la face opposée sont tirés par des forces égales perpendiculairement à cette face. Dans un tel système, il est évident que les points

du corps ne se déplacent point dans le sens des b et des c: donc $y=0$, $z=0$, $\frac{dx}{db}=0$, $\frac{dx}{dc}=0$. De plus aucune force n'étant appliquée aux points intérieurs du corps, $X=0$, $Y=0$, $Z=0$. Les deux dernières équations indéfinies disparaissent donc, et la première se réduit à

$$0=\varepsilon.3\frac{d^2 x}{da^2},$$

dont l'intégrale est

$$x=Pa,$$

P étant une constante arbitraire, puisque $x=0$ quand $a=0$.

Quant aux équations déterminées, on a pour les deux faces du solide $l=0$, $m=\frac{1}{2}\pi$, $n=\frac{1}{2}\pi$; et en ayant égard aux remarques précédentes, ces équations deviennent pour ces faces

$$X'=\varepsilon.3\frac{dx'}{da'},\ Y'=0,\ Z'=0.$$

La première donne la valeur de la force appliquée aux points des faces du solide pour une unité superficielle. Comme on a d'ailleurs $P=\frac{dx'}{da'}$, la constante P se trouve déterminée, et $=\frac{X'}{3\varepsilon}$. L'équation qui donne le déplacement des points du solide est donc

$$x=\frac{X'}{3\varepsilon}.a.$$

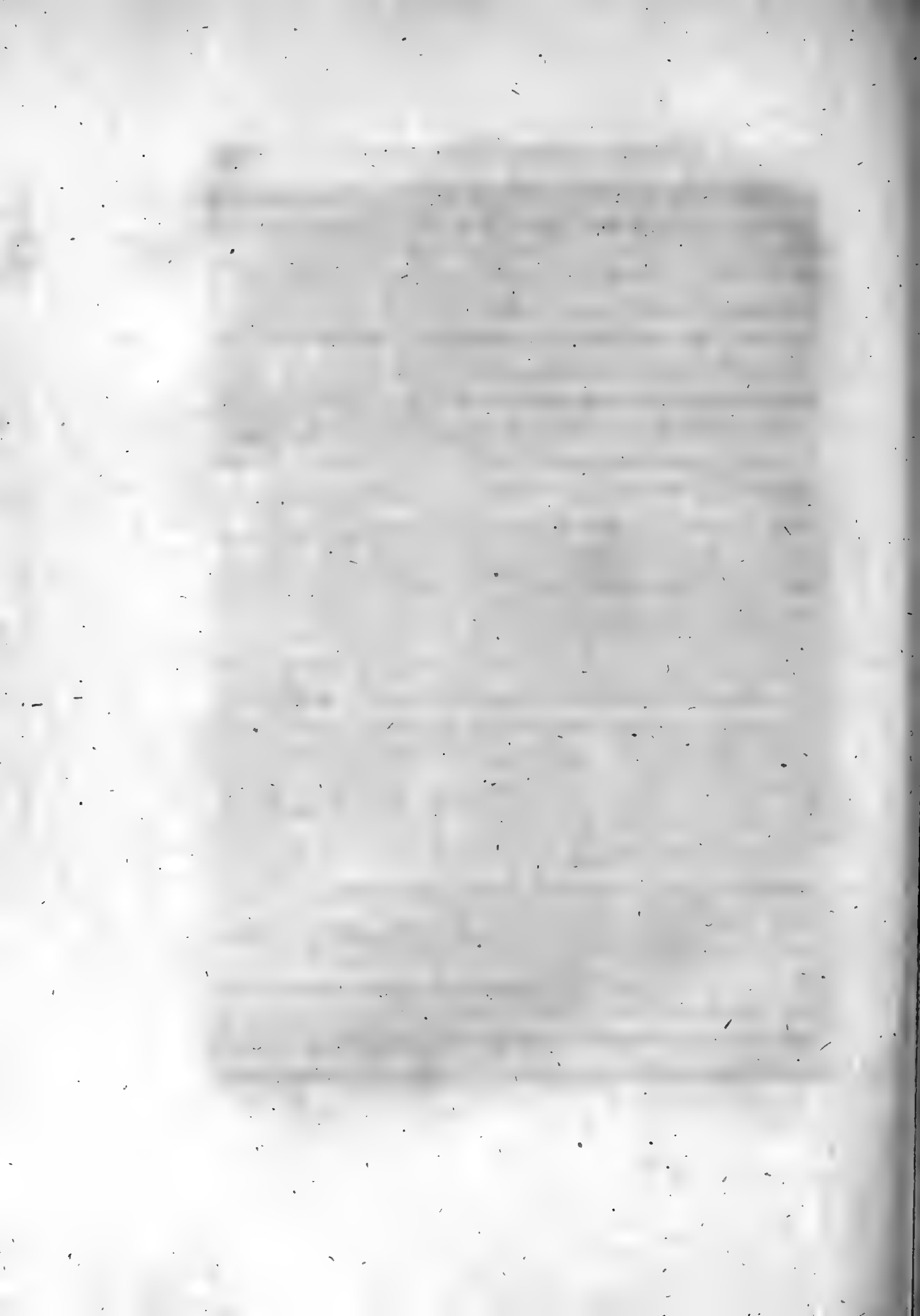
On tire de cette équation

$$\varepsilon=\frac{X'}{3}\frac{a}{x};$$

d'où l'on conclut que la constante ε est égale au poids qui, dans un solide tel que celui qu'on a considéré, a été réparti

sur l'unité superficielle, multiplié par le tiers du rapport de la longueur du solide à l'allongement que ce poids a produit.

Comme en faisant $x=a$, on a $\varepsilon=\frac{X'}{3}$, on peut définir la constante ε d'une manière plus simple, en disant qu'elle est égale au tiers du poids qui, réparti sur l'unité superficielle, a allongé le solide de manière à en doubler la longueur. Il est bien entendu d'ailleurs que cette dernière définition est purement abstraite, les notions précédentes ne s'accordant avec les effets naturels qu'autant que x est très-petit par rapport à a.



NOUVELLE DESCRIPTION

DU

BENINCASA CERIFERA DE SAVI (1),

PLANTE DE LA FAMILLE DES CUCURBITACEES,

PAR M. DELILE,

PROFESSEUR DE BOTANIQUE A MONTPELLIER, CORRESPONDANT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

Lu à l'Académie des Sciences, le 11 novembre 1822.

LA famille des courges ou cucurbitacées est une des plus connues, puisqu'elle renferme les melons, les concombres, les potirons, qui sont d'un usage journalier; et elle est fort remarquable en ce que ses fruits sont les plus gros du règne végétal.

(1) Benincasa. Ord. polygamia monœcia.

CHARACT. GENER. *Flos masculus :* Stamina tria libera distantia, antheris æqualibus.

Flos hermaphroditus : Stamina maris. Stylus simplex. Stigma trilobum. Semina margine crasso indistincto.

CHARACT. SPECIF. Benincasa cerifera. B. foliis cordatis subquinquelobis acutiusculis crenatis, late cordatis, auriculatis, cucullatis, peponide turbinata pulvere cereo adspersa. *Savi, bibl. ital. tom.* IX, *pag.* 158, *cum icone.*

Les caractères communs à tous les individus de cette famille se tirent plutôt de la fleur que du fruit, qui n'offre pas autant d'uniformité dans sa structure. C'est pourquoi les sections propres à faciliter l'étude des genres de cette famille ont été fondées par M. de Jussieu sur l'examen des fruits. Ils varient en effet par le défaut ou la persistance des cloisons, aussi bien que par leur tissu élastique, fibreux, charnu, restant entier, ou s'ouvrant à la maturité.

Ces fruits diffèrent aussi par leurs propriétés; quelques-uns sont amers et purgatifs, comme la coloquinte et l'élatérium. Beaucoup d'autres sont doux et alimentaires, comme les melons et fruits aqueux analogues.

On reconnaît au premier coup d'œil les cucurbitacées à leurs tiges ordinairement rudes, sarmenteuses, couchées ou grimpantes au moyen de vrilles tortillées en spirales; et lorsque, sur de pareilles tiges, on rencontre des fleurs diclines, dans lesquelles l'ovaire supporte le calice soudé en partie à la corolle, et dont les anthères présentent des loges inégales ou en sillons flexueux, on a la certitude que la plante pourvue de ces attributs appartient à l'ordre naturel des cucurbitacées. Tous ces caractères se trouvent dans le nouveau genre dont je donne la description. Il ne s'isole des genres voisins que par la réunion de fleurs hermaphrodites et de fleurs unisexuelles mâles sur les mêmes tiges, tandis que les autres genres les plus voisins portent des fleurs le plus souvent unisexuelles, les unes mâles, les autres femelles, et point hermaphrodites.

J'ai reçu les graines de cette plante de M. Jacquin de Vienne sous le nom de *Benincasa cerifera;* c'est M. Savi, professeur de botanique à Pise, qui a établi ce genre, en lui appliquant le nom de Benincasa, fondateur en 1593 du jardin actuel de

l'université à Pise; ce jardin ayant été substitué à un plus ancien qui datait de 1544, et qui avait été fondé par Luca Ghini, comme nous l'apprend M. Savi.

Les graines reçues à Montpellier, ont produit une plante semblable à celle du giraumon, rampante, hispide et répandant un peu l'odeur du musc. Ses tiges sont anguleuses, et se terminent en rameaux cylindriques striés. Ses feuilles sont en cœur, denticulées irrégulièrement, découpées peu profondément en cinq ou sept lobes presque triangulaires : elles naissent de pétioles cylindriques, graduellement amincis de la base au sommet, et qui se répandent dans le disque de la feuille par trois nervures principales, plus saillantes et plus hispides au revers de la feuille qu'en dessus. Les pédoncules sont uniflores, fistuleux, ainsi que les tiges et les rameaux. Ils sortent de l'aisselle des feuilles à côté de vrilles fourchues, tordues en spirales. Ils sont très-courts et considérablement réduits de dimension, ainsi que les fleurs, lorsque la plante devient âgée et s'épuise.

Les fleurs sont ou hermaphrodites ou mâles. Le calice et la corolle des fleurs hermaphrodites reposent sur l'ovaire, qui est velu, oblong et cylindrique. Le calice est court, à cinq divisions plissées, rabattues, découpées elles-mêmes en deux à trois dents. La corolle est jaune, étalée en roue, à cinq segments ovales renversés, munis de nervures vertes et hispides en dessous, longitudinales et parallèles à leur naissance, divisées en réseau, et anastomosées vers la circonférence de la corolle.

Les étamines sont libres au nombre de trois, à filets plats, très-courts, dilatés par le sommet en lobes ondulés, qui sont bordés par le sillon flexueux ou la loge filiforme pollinifère

qui constitue l'anthère. Les grains du pollen sont globuleux et lisses. Le style est court, en colonne, terminé par un stigmate épaissi, en tête, à trois lobes qui se fourchent en dessous, et se rabattent extérieurement sur le style.

Les fleurs mâles ont un calice, une corolle, et trois étamines semblables aux mêmes parties qui existent dans les fleurs hermaphrodites; excepté que, dans les fleurs mâles, le calice repose immédiatement sur le sommet du pédoncule, qui est comme tronqué, pour recevoir ce calice sans porter d'ovaire à la place duquel se trouve un petit corps ou plateau glanduleux recouvert par la base voûtée et inclinée des étamines.

Le fruit est une baie ovoïde, hérissée de poils dans sa jeunesse, et dont la tranche horizontale présente trois placentas partagés chacun en deux lames recourbées vers l'extérieur du fruit et garnies de plusieurs masses d'ovules. Ce fruit perd son duvet en grossissant et conserve une peau charnue qui se couvre d'une poussière glauque, résineuse, inflammable, assez abondante pour pouvoir être recueillie en la raclant. J'ai obtenu cette poussière facilement en lavant et frottant le fruit à l'extérieur avec un linge mouillé d'alcohol; elle est demeurée précipitée sans se dissoudre. J'ai pu m'en servir pour frotter du bois et le rendre luisant, comme il le devient par le moyen de la cire ordinaire. Le fruit acquiert dix-huit pouces à deux pieds de longueur sur dix pouces de diamètre. Sa graine est ovoïde comprimée, semblable à celle de pastèque ou *Cucurbita Citrullus;* seulement elle est un peu plus grosse et blanche. M. Savi nous apprend que le Benincasa est originaire de la Chine, et que M. Fischer en a le premier cultivé et répandu les graines sous le nom de *Cucurbita cerifera.*

L'analogie fait soupçonner que la poussière glauque, qui préserve les prunes de l'adhérence de l'eau et qui est répandue sur beaucoup de végétaux tels que le chou, l'œillet, et tant d'espèces d'iris et d'autres plantes, doit être de même nature que la poussière sécrétée à la surface du fruit de la cucurbitacée que j'ai observée. Mais on n'a pu jusqu'ici recueillir assez de la poussière des plantes que l'on nomme glauques, pour la fondre, l'enflammer, la traiter convenablement par l'esprit-de-vin, et en séparer la résine et la cire, comme a fait M. Vauquelin dans l'analyse du suc gras, concret, inflammable du *Ceroxylon andicola*, qui contient un tiers de cire sur deux tiers de résine.

La production de cire ou de résine à la surface d'un végétal, n'est un fait nouveau que par rapport à la famille des cucurbitacées, dont aucune plante n'avait précédemment fourni l'occasion d'observer un tel suc.

Le *Ceroxylon andicola* ou palmier à cire des Andes, découvert par MM. Humboldt et Bonpland, se couvre sur le tronc d'une couche de cire exsudée par les parties lisses et jaunâtres du tronc entre des anneaux rugueux déchirés par la rupture du point d'attache des anciennes feuilles. Cette cire, bonne pour éclairer, est en usage dans le pays, où on la mêle avec d'autres corps gras.

Dans l'Amérique septentrionale et surtout dans la Caroline du Nord, on recueille la cire qui couvre les fruits des *Myrica cerifera* et *pensylvanica*, pour la vendre comme la cire des ruches qui est un des produits exportés du pays. Ces fruits pulvérulents à la surface sont plus petits que des grains de poivre, et tellement abondants, qu'on en peut recueillir la cire avec avantage par ébullition dans l'eau, au-dessus de

laquelle elle vient surnager étant fondue. Cette cire est verte étant fraîche, et a l'odeur des bourgeons glutineux du peuplier d'Italie.

La cire produite à la surface du fruit de Benincasa a une odeur particulière approchant de celle de la résine de sapin. L'année 1822 a été favorable à la maturation de ce fruit, qui a parfaitement réussi à Montpellier avant les pluies d'automne. La couche pulvérulente de cire ne s'effleurit abondamment que vers le temps de la maturité, et peut être détruite par l'agitation et le frottement des feuilles, ou par la chute de l'eau et du sable que le vent entraîne. Cette efflorescence se reproduit quand elle a été légèrement enlevée. C'est ce qu'on observe de même sur les prunes fraîches et sur les feuilles des *Eucalyptus* et de la plupart des plantes glauques. Mais indépendamment de la continuité de sécrétion à la surface du fruit qui régénère la poussière glauque, le contact de l'air est probablement suffisant pour altérer le poli de cette cire après qu'elle a été frottée, et la rendre pulvérulente; au moins, c'est ce que j'ai remarqué souvent sur la cire de *Myrica cerifera*.

J'ai principalement examiné le Benincasa sous le rapport du caractère particulier de son fruit qui produit extérieurement de la cire, et qui fournit le premier exemple que l'on en connaisse dans la famille des cucurbitacées.

M. Du Petit-Thouars considère cette famille comme l'une des plus propres à éclairer l'anatomie des végétaux, vu l'évidence et la grosseur des parties, de la courge par exemple. Il indique ce fruit comme étant d'une aussi grande importance, relativement aux autres végétaux, que peut l'être en zoologie l'étude de l'éléphant, par rapport aux autres mammifères.

J'ai profité des observations intéressantes communiquées à l'Académie par M. Du Petit-Thouars, pour apprécier les caractères du Benincasa. Ce genre présente des fleurs hermaphrodites avec des mâles; mais le Melothria est dans le même cas, et Adanson, dans ses Familles des plantes en 1762, ne jugeait pas ce caractère suffisant pour séparer le Melothria des melons, probablement parce que l'on trouve quelquefois sur des melons des fleurs hermaphrodites.

Les étamines du Benincasa sont libres, et peu ou point inégales, tandis que, dans le plus grand nombre des cucurbitacées, on observe trois filaments, dont deux sont plus larges, ce qui aide à reconnaître cinq filaments primitifs, savoir; quatre réunis deux à deux, et un seul libre. Diverses gradations font ainsi rentrer les fleurs des cucurbitacées dans la loi de partage par cinq du calice de la corolle et des étamines parmi les plantes dicotylédones phanérogames. Leur type est de cinq parties ou divisions aux enveloppes florales, et de cinq étamines qui passent fréquemment aux nombres réguliers de dix, quinze et vingt.

M. Savi a cité parmi les caractères de la graine du genre Benincasa le défaut de rebord distinct. Elle est seulement ovoïde, épaisse sur le bord, ce qui ne peut suffire pour déterminer le genre.

Le Benincasa est pourvu d'un calice et d'une corolle; cependant M. de Jussieu n'accorde qu'une seule enveloppe florale aux cucurbitacées, se fondant sur l'adhésion intime des deux parties. M. Du Petit-Thouars fait voir que cette opinion, plus d'un siècle auparavant, avait été celle de Jungius, qui, dans son Isagoge, posa les bases des méthodes reçues en botanique. Jungius s'était exprimé ainsi : « *Inter nudos*

et perianthio vestitos flores ambiguunt flores cucurbitarum et peponum », mais contradictoirement à ces autorités, M. Du Petit-Thouars reconnaît dans les cucurbitacées un grand rapport avec les campanulacées, et regarde les fleurs comme complètes, c'est-à-dire comme pourvues de deux enveloppes florales. Passant ensuite à l'examen des parties de la nutrition, M. Du Petit-Thouars fait voir dans le nombre des lobes des feuilles et dans la distribution réglée de leurs nervures, les rapports qui existent entre la fasciculation ternaire et quinaire de ces parties et de celles servant à la reproduction.

Ces faits démontrent combien il est difficile dans une famille aussi naturelle que celle des cucurbitacées, d'établir des genres suffisamment tranchés. Les caractères collectifs reparaissent avec de trop légères modifications presque à chaque genre. J'en conclus que le genre Benincasa de M. Savi, quoique paraissant établi sur le faible caractère de fleurs polygames les unes mâles les autres hermaphrodites produites par la même plante, et sur celui des étamines libres, est cependant suffisamment distinct par la nature spéciale de l'enduit pulvérulent du péricarpe. Quant aux propriétés chimiques de cet enduit, M. le professeur Bianchi de Pise, cité par M. Savi avec reconnaissance pour les expériences qu'il a faites, y a démontré celles de la cire.

RAPPORT

Fait à l'Académie des Sciences par M. Girard, au nom d'une commission composée de MM. de Prony, Girard et Dupin, sur un Mémoire de M. le baron Cachin, inspecteur-général des ponts et chaussées, intitulé: MÉMOIRE SUR LA DIGUE DE CHERBOURG COMPARÉE AU *Break-water* OU JETÉE DE PLYMOUTH.

Lu à l'Académie des Sciences, le 3 mai 1819.

Monsieur Cachin, inspecteur-général des ponts et chaussées, chargé de la direction supérieure des travaux de Cherbourg, a adressé à l'Académie un Mémoire dans lequel il se propose de comparer la digue qui couvre la rade en avant de ce port au *Break-water* ou jetée de Plymouth.

Nous avons été chargés MM. de Prony, Dupin et moi, d'examiner ce mémoire et d'en rendre compte.

Il est divisé en deux sections : la première contient une description historique de l'entreprise faite pour fermer la rade de Cherbourg par une digue; la seconde offre le parallèle de cette digue et de la jetée de Plymouth. Nous allons exposer l'analyse de ces deux sections aussi brièvement que le permettent l'importance et la célébrité des travaux dont elles traitent.

Aussitôt que les circonstances nous eurent permis, vers le

milieu du dix-septième siècle, de prendre rang parmi les puissances maritimes, on reconnut la nécessité de posséder sur les côtes de la Manche un port accessible à nos vaisseaux de guerre, et la malheureuse issue du combat de la Hougue, en 1692, fit encore bien plus vivement sentir ce besoin.

Le saillant de la côte septentrionale de la presqu'île du Cotentin vers le centre de la Manche pouvait seul offrir quelques points favorables à l'établissement d'un port militaire: aussi paraît-il certain que le maréchal de Vauban, qui avait entrepris un travail général sur toutes les frontières du royaume, ne fixa son attention que sur Cherbourg, et particulièrement sur la Hougue.

L'opinion de Vauban est d'un si grand poids dans toutes les matières qu'il a traitées, que son projet de port à la Hougue fut le premier que l'on prit en considération. Quand en 1756 on s'occupa de nouveau de former dans ces parages un abri pour notre marine, MM. Choquet de Lindu, ingénieur des bâtiments civils de la marine, Perier de Salvert, chef d'escadre, et plusieurs autres commissaires, se rendirent à cet effet à la Hougue: ils y dressèrent un nouveau projet plus étendu que celui de Vauban; mais ce nouveau projet n'eut d'autre résultat que d'inspirer à nos voisins quelques inquiétudes sur nos vues ultérieures, et le traité de 1763 nous força bientôt de renoncer à son exécution.

Au commencement de la guerre d'Amérique, en 1777, l'idée des avantages d'un grand établissement maritime sur nos côtes de la Manche ayant paru se réveiller dans tous les esprits, le gouvernement qui avait chargé précédemment M. de la Bretonnière, capitaine de vaisseau, et M. Méchain, qui a été depuis membre de l'Académie des Sciences, de recon-

naître nos côtes, depuis Dunkerque jusqu'à Granville, par des sondes et des relèvements, donna ordre au même officier de faire un rapport sur les moyens d'obtenir sur ces côtes une rade où les escadres et les bâtiments de guerre pussent être à l'abri des vents et des insultes de l'ennemi.

Le rapport de M. de la Bretonnière porta exclusivement sur Cherbourg l'attention que Vauban et la commission de 1756 avaient attirée sur la Hougue : il s'attacha à montrer que, sur ce dernier point, la rapidité des courants, le peu d'étendue de la rade qui était susceptible de défense, et la difficulté d'en sortir, sont des inconvénients majeurs qui devaient faire renoncer à s'établir à la Hougue ; tandis que Cherbourg réunit à l'avantage d'une situation plus avancée, qui permet de surveiller de plus près les mouvements de l'ennemi et d'inquiéter ses convois, l'avantage non moins désirable d'un excellent mouillage et d'une rade dont l'entrée et la sortie sont également faciles, de presque toutes les aires de vent et dans tout état de marée.

Pour bien entendre ce qui va suivre, il faut se rappeler que le port de Cherbourg occupe le fond d'une petite baie d'environ sept mille mètres d'ouverture entre la pointe de Querqueville et l'île Pelée : la profondeur de cette baie, à partir de la ligne qui réunit ces deux points, est d'environ trois mille mètres ; la côte qui la borde est formée de rochers schisteux et granitiques. Sa partie septentrionale, qui forme la rade de Cherbourg, est couverte, à marée basse, d'une hauteur d'eau suffisante pour des vaisseaux de ligne.

C'est cette rade que M. de la Bretonnière proposait de fermer par une digue en pierres perdues, qui aurait laissé à ses extrémités, entre la pointe de Querqueville et l'île Pelée, des

passes assez larges pour l'entrée et la sortie des escadres.

Le gouvernement ne se détermina pas immédiatement sur les travaux qui lui étaient proposés. Cependant son choix paraissant fixé sur Cherbourg, un premier projet de défense de ce port et de sa rade fut rédigé par les ordres du ministère de la guerre, en 1778. M. Decaux, directeur des fortifications, le réduisait à la construction de deux forts, l'un sur le rocher du Hommet, au nord-est et à deux mille mètres de la ville, et l'autre sur l'île Pelée. Il proposait de couvrir la portion de la rade comprise entre ces deux points, par une digue formée de caissons de charpente qui seraient remplis de maçonnerie.

Ce mode de construction ayant paru d'un succès douteux, l'examen qu'on en fit donna le temps de s'apercevoir que ce projet circonscrivait la rade tellement, qu'elle ne serait plus accessible qu'aux navires de commerce ou autres bâtiments légers; on ajourna donc l'exécution de cette digue, et l'on se borna à la construction des deux forts.

Pendant l'espèce d'incertitude où flottait le gouvernement entre le projet de digues à pierres perdues de M. de la Bretonnière, et celui de caissons remplis de maçonnerie proposé par M. Decaux, M. Decessart qui était alors ingénieur en chef des ponts et chaussées à Rouen, proposa, au mois de novembre 1781, de fermer la rade de Cherbourg par une espèce de barrière composée de cônes tronqués de charpente, ayant chacun quarante-cinq mètres et demi de diamètre à leur base inférieure, dix-neuf mètres et demi à leur sommet, sur une hauteur égale de dix-neuf mètres et demi.

Quatre-vingt-dix caisses coniques semblables devaient être échouées en pleine mer, et mises en contact base à base,

pour former une ligne continue, dirigée de la pointe de Querqueville à l'île Pelée, en laissant aux extrémités deux passes, l'une à l'est, de mille mètres d'ouverture, l'autre à l'ouest, d'environ deux mille quatre cents mètres.

Pour assurer la stabilité de ces caisses, elles devaient être remplies de pierres après leur immersion; on pensait que, par cette disposition, elles diviseraient comme une claire-voie l'action de la mer, quand elle serait agitée par les vents du large, et qu'ainsi elles procureraient du calme dans l'intérieur de la rade.

Quelques expériences préliminaires parurent ne laisser aucun doute sur la réussite de ce projet.

La construction des cônes sur la plage, leur mise à flot, leur remorque et leur immersion, offraient une suite d'opérations dont la hardiesse et la nouveauté excitèrent vivement la curiosité publique. On se souvient encore du haut intérêt qu'elles inspirèrent. Malheureusement le succès ne répondit point aux espérances qu'on en avait conçues. Des tempêtes consécutives détruisirent les premiers cônes qui avaient été coulés suivant le système de leur inventeur; on fit remarquer alors qu'en continuant de le suivre, il faudrait pour mettre la digue à perfection vingt années de travaux et quatre-vingts millions de dépenses : considérations puissantes qui déterminèrent à prendre un autre parti.

On décida d'abord que les cônes laisseraient entre eux un intervalle de soixante mètres qui serait rempli par une portion de digue à pierre perdue; on porta bientôt cet intervalle à deux cents mètres; enfin, après avoir ainsi livré dix-huit caisses coniques isolées et qui n'avaient pu être complètement remplies, à l'action des vents et de la mer, on finit, en 1789,

par receper comme inutiles tous les cônes que les tempêtes avaient épargnés. Ainsi l'on se trouva ramené par les circonstances à l'adoption du projet de digue en pierre perdue qu'on avait d'abord rejeté.

A la fin de 1790, près de trois millions de mètres cubes de pierres avaient été versées dans la direction de la digue sur un développement d'environ quatre mille mètres; on avait fixé à quarante-cinq degrés l'inclinaison de son talus en dedans de la rade; cette inclinaison du côté du large devait être égale au triple de la hauteur verticale de la digue.

Nous ne suivrons l'auteur du Mémoire ni dans tous les détails qu'il donne des opérations entreprises à cette époque pour faire mieux connaître la profondeur et la tenue de la rade, ni dans les discussions des causes qui s'opposèrent à ce qu'on portât plus au nord l'emplacement de la digue; ce qui aurait pu augmenter de beaucoup l'étendue du mouillage sans accroître proportionnellement les dépenses et les difficultés d'exécution.

Cependant en 1791 la dépense de tous les travaux déja faits s'élevait à plus de trente-un millions, et il devenait indispensable d'en préciser définitivement l'objet et la marche; une loi rendue en 1792 prescrivit la nomination de commissaires pris dans les départements de la guerre, de la marine et de l'intérieur, et les chargea d'examiner dans tout son ensemble cette vaste entreprise. Le rapport de cette commission composée des hommes les plus habiles, au nombre desquels était M. Cachin lui-même, servira long-temps de modèle aux ingénieurs qui seront appelés à l'examen d'aussi importantes questions.

Cette commission s'assura, par l'observation attentive des

effets de la mer sur la digue, que les matériaux dont elle était composée n'avaient de stabilité que lorsqu'ils étaient recouverts par des blocs de quinze ou vingt pieds cubes au moins; mais la modification la plus importante qu'elle proposa dans la construction de cet ouvrage fut d'en élever le sommet à trois mètres au-dessus des plus hautes mers de vive-eau, seul moyen d'en garantir la solidité et de maintenir le calme dans la rade; ce qui était le but essentiel qu'on s'était proposé d'atteindre.

Quant aux moyens de la défendre, les officiers de terre et de mer, qui faisaient partie de la commission furent longtemps divisés d'opinion. Les motifs que les uns et les autres faisaient valoir, sont développés dans le Mémoire de M. Cachin; il n'est point de notre sujet de les rapporter. Il nous suffira de dire que, tout en reconnaissant l'insuffisance des forts de Querqueville et du Hommet, contre une escadre ennemie qui entreprendrait de forcer la passe de l'ouest, on demeura persuadé que l'on pourrait toujours employer, dans l'intérieur de la rade, tous les moyens maritimes de défense que l'ennemi pourrait employer au dehors pour l'attaque; avec l'avantage inappréciable d'être mouillé dans une rade abritée, et sous la protection de batteries de terre tirant à boulets rouges.

Telles furent les conclusions générales du rapport de la commission de 1792, et l'ensemble du projet que l'on adopta. Mais les événements qui survinrent, firent bientôt perdre de vue et les travaux exécutés et ceux qui restaient à entreprendre.

D'autres événements ayant ramené, dix ans après, l'atten-

tion du gouvernement sur la défense de la rade de Cherbourg, on ordonna de nouvelles dispositions.

Elles consistèrent principalement dans l'établissement d'une batterie de vingt pièces d'artillerie au centre de la digue, et de deux batteries semblables à ses extrémités. Ici commence, dans le Mémoire de M. Cachin, le compte qu'il rend des travaux qu'il a personnellement dirigés.

Préalablement à toute construction, il fallait exhausser la digue en lui donnant le profil le plus propre à garantir sa stabilité contre les efforts de la mer, stabilité qui dépend tout à la fois de la masse des matériaux mis en œuvre, et de l'inclinaison de la surface sur laquelle ils reposent.

L'ancienne digue qui avait été élevée provisoirement jusqu'au niveau des basses mers en 1784, était depuis vingt ans en expérience; on reconnut que les tempêtes durant cet intervalle en avaient abaissé le sommet de 4 à 5 mètres. Son talus intérieur avait conservé l'inclinaison primitive de quarante-cinq degrés qui lui avait été donnée; mais son talus du côté du large qui avait été dressé dans l'origine suivant une inclinaison uniforme de 3^m de base sur 1^m de hauteur, se trouvait tout-à-fait changé, et présentait deux inclinaisons différentes: celle de sa partie inférieure était de neuf mètres de base sur six mètres trente centimètres d'élévation verticale; tandis que l'inclinaison de sa partie supérieure était environ cinq fois moindre, c'est-à-dire de 47^m50 de base sur 6^m20 de hauteur.

Ces observations apprenaient, sur le profil *de plus grande stabilité*, ce qu'il importait le plus de savoir; et comme on avait remarqué que l'effet principal de l'action de la mer, lorsque les vents soufflaient du large avec force, était de

faire passer du dehors au dedans de la digue les matériaux dont elle était composée; il fallait, après avoir opposé un obstacle suffisant à ce déplacement, abandonner à cette action elle-même le soin de dresser, suivant l'inclinaison la plus convenable, la surface extérieure contre laquelle elle s'exerçait.

M. Cachin forma en conséquence, à la fin de 1803, au-dessus de la portion de digue qui avait déja été exhaussée, une espèce de parapet en gros blocs, dont le sommet fut porté au niveau des plus hautes marées: ainsi les pierres beaucoup plus petites qui avaient été versées par mamelons, et pour ainsi dire au hasard sur la partie extérieure de la digue à la laisse des basses mers, furent remontées par les vagues au pied de ce parapet, et disposées suivant une surface qui, offrant la moindre résistance au développement des lames, présentait aussi la plus grande stabilité; pendant la production de cet effet, la base horizontale du talus extérieur de la digue est devenue à peu près quadruple de sa hauteur.

Outre le mouvement dans le plan vertical que les vagues impriment aux matériaux de la digue perpendiculairement à sa direction, lorsque les vents soufflent du nord, ces matériaux reçoivent encore l'impulsion des vents qui soufflent du nord-est au nord-ouest; et par suite de cette impulsion, ils viennent s'accumuler aux deux extrémités de la portion de digue destinée à soutenir la batterie centrale sous la forme de deux môles coniques qui lui servent d'épaulement. Cette configuration, produite par des causes naturelles, s'est encore trouvée coïncider avec celle que l'auteur du mémoire avait indiquée pour les deux batteries latérales.

On voit comment, en laissant exposées à l'action des vagues les matières qu'elles sont capables de mettre en mouvement,

ces matières se disposent de la manière la plus convenable au maintien de leur stabilité dans le plan vertical; mais comme rien ne s'oppose au mouvement qui leur serait imprimé suivant la longueur de la digue, et dont le résultat définitif serait le comblement des passes, il est indispensable de prévenir cet effet, et pour cela il faut recouvrir extérieurement la digue de blocs de pierre assez volumineux pour résister à ces impulsions obliques.

C'était un des moyens de consolidation prescrits par la commission de 1792. C'est aussi celui que M. Cachin a employé; mais ce qui lui appartient exclusivement, ce sont les procédés qui ont été suivis pour l'embarquement de ces blocs, leur versement à marée haute sur la surface extérieure de la digue, et leur reprise à marée basse, pour être définitivement mis en place: la description de ces procédés est moins de notre objet qu'elle ne se rattache à l'art de l'ingénieur; nous dirons seulement que le succès en a complètement justifié l'emploi.

Après avoir indiqué ces procédés avec détail, ainsi que les modifications diverses que l'on jugea à propos d'apporter aux dimensions de la partie centrale de la digue pendant son exécution, M. Cachin rend compte des effets que produisirent sur cette espèce de môle isolé, les tempêtes du 18 février 1807, du 29 mai de la même année, et surtout celle du 12 février 1808 par un vent forcé de nord-ouest; un concours de circonstances extraordinaires élevèrent la mer à une telle hauteur, qu'elle submergea le sol de la batterie, renversa son épaulement, et détruisit les ouvrages de charpente qui avaient été construits sur son terre-plain pour servir de logement à la garnison. Cette dernière tempête, la plus violente de toutes celles dont on ait gardé le souvenir, arrima sur de nouvelles

pentes les blocs qui recouvraient la digue avec une telle régularité, qu'ils semblèrent avoir été cimentés par la main des hommes: les reconnaissances successives qui en ont été faites depuis, ont prouvé qu'ils avaient, par l'effet de ce bouleversement extraordinaire, acquis une stabilité parfaite; ces reconnaissances ont encore appris que, parvenu à cet état d'équilibre, le profil transversal de la digue du côté du large, affecte quatre talus essentiellement différents, depuis son sommet jusqu'au fond de la mer.

Ainsi la partie supérieure, qui n'est atteinte que par la sommité des vagues, présente un talus dont la hauteur est à sa base :: 100:185.

La partie immédiatement inférieure, comprise entre les hautes et les basses marées d'équinoxe, est exposée à la plus violente action de la mer pendant toute la durée du flux et du reflux. Son talus est aussi le plus incliné. Sa hauteur est à sa base :: 100:540.

Au-dessous des basses marées d'équinoxe, le talus n'éprouve l'agitation des vagues que pendant les premiers moments de la mer montante et les derniers de la mer descendante. La hauteur de son talus est à sa base :: 100 : 302.

Enfin la partie la plus basse de la digue qui descend jusqu'au sol naturel, et qui reste toujours submergée n'étant point atteinte par l'action des vagues, se maintient sur un talus dont la hauteur est à la base dans le rapport de 100 à 125.

Nous n'avons pas besoin de dire que ces talus consécutifs se raccordent par des courbes qui en amortissent les angles; ou plutôt le profil entier, depuis le sommet de la digue jusqu'au fond de la mer, ne forme qu'une courbe con-

tinue dont M. Cachin a indiqué les quatre inclinaisons moyennes sur le plan de l'horizon.

Les cartes et dessins dont son Mémoire est accompagné, ne laissent rien à désirer pour la parfaite intelligence du texte.

Après avoir donné la description des travaux de Cherbourg et de leur état actuel, l'auteur passe à la comparaison de ces ouvrages avec ceux de la jetée de Plymouth; et c'est, comme nous l'avons déja dit, l'objet de la seconde section de son Mémoire.

Il rapporte que l'emploi des cônes de charpente pour fermer la rade de Cherbourg, n'avait point échappé à l'observation des ingénieurs anglais dont quelques-uns visitèrent ce port en 1785, et que dès-lors ils manifestèrent l'intention de faire usage du même procédé pour couvrir la rade de Plymouth.

Peu de temps après, les cônes ayant succombé à l'effort des tempêtes, on leur substitua une digue en pierres perdues qui ne fut point élevée assez haut, et ne put remplir l'objet qu'on s'en était promis.

Mais les travaux ayant été repris en 1802 d'après un système fondé sur l'expérience des années précédentes, on vit tout-à-coup sortir de la mer une île artificielle de plus de deux cents mètres de longueur, que l'on put armer de 20 pièces d'artillerie du plus gros calibre.

Ce fut alors que l'attention des ingénieurs étrangers se fixa de nouveau sur les travaux de Cherbourg. Leur succès n'étant plus incertain, ils résolurent de les imiter, et ils entreprirent en 1812 le *break-water* ou la jetée de Plymouth.

La rade en avant de ce port est comme celle de Cherbourg une rade foraine; mais il y a cette différence, que celle-ci couverte seulement du côté du sud, est exposée aux vents qui soufflent de l'ouest à l'est en passant par le nord, c'est-à-dire aux vents régnants dans la Manche; tandis que celle-là située à l'opposite, est précisément abritée de ces mêmes vents; or cette différence d'exposition rend évidemment la jetée de Plymouth d'une exécution moins difficile que la digue de Cherbourg; au surplus, les matériaux de l'une et de l'autre sont fournis par des carrières peu éloignées. A Plymouth, ce sont des marbres; à Cherbourg, ce sont des schistes et des granits; là ces matériaux cheminent jusqu'à l'embarcadaire sur des routes de fer, ici on les charrie jusqu'au port sur des camions ordinaires; de part et d'autre, ils sont transportés par mer au lieu du versement sur des bâtiments de 60 tonneaux.

Le profil de la jetée de Plymouth est un trapèze qui a 300 pieds anglais de largeur à sa base et 30 pieds de largeur à son sommet, lequel doit former un terre-plain élevé de 3 pieds anglais au-dessus des hautes mers. Le talus intérieur de ce profil a 180 pieds de base, et le talus extérieur 90 pieds sur 57 de hauteur; ces talus sont rectilignes, et sans aucune variation d'inclinaison depuis le fond de la mer jusque sur sa surface. Après avoir indiqué les dimensions et décrit tous les moyens de construction de la jetée de Plymouth, d'après le Mémoire qui a été publié par M. Dupin, l'un de nous, M. Cachin, s'appuyant toujours de ce témoignage, établit la comparaison entre les quantités réelles de travaux qu'exigent la digue de Cherbourg et la jetée de Plymouth, et les dépenses respectives que ces travaux doivent occasionner jusqu'à leur entier achèvement.

Le résultat de cette comparaison est simple et facile à saisir.

La longueur totale de la digue de Cherbourg est de 3768 mètres, et la superficie de son profil transversal de 1350 mètres carrés.

La dépense d'un mètre courant de ce profil, d'après une expérience de seize années, est de 8717 francs.

La longueur totale de la jetée de Plymouth est de 1364 mètres, son profil est de 993 mètres superficiels.

La dépense pour la construction d'un mètre courant de cette jetée est de 16491 francs.

Ainsi les prix du mètre cube des pierres employées à la construction de la digue de Cherbourg et à la construction de la jetée de Plymouth, sans faire entrer en considération les volumes respectifs des matériaux mis en œuvre, seraient entre eux comme les nombres 65 et 164 ou à très-peu près : : 10 : 25 : ce qui pourrait servir à établir le rapport du prix de la main-d'œuvre dans les deux pays, d'après deux expériences incomparablement plus grandes qu'aucune autre du même genre qu'on ait jamais eu l'idée d'entreprendre.

M. Cachin termine son Mémoire en observant que si l'homme est assez fort pour entasser des rochers au milieu de la mer, l'action des flots peut seule les disposer de la manière la plus propre à assurer leur stabilité. Vos commissaires partagent en cela l'opinion qu'il émet, et pensent que cet habile ingénieur en faisant connaître les difficultés qu'il a rencontrées dans l'exécution de ses importants travaux, les procédés qu'il a mis en œuvre pour les surmonter, et surtout le résultat de ses observations sur la configuration que les eaux violemment agitées tendent à donner aux ob-

stacles qu'on leur oppose, a rendu un service éminent à ceux qui seront appelés dans la suite à diriger de semblables opérations.

Nous avons l'honneur, en conséquence, de proposer l'insertion du Mémoire de M. Cachin dans le Recueil des savants étrangers.

Signés : DE PRONY, GIRARD, *rapporteur.*

Et avec l'addition approuvée par l'Académie,

CH. DUPIN.

Addition au rapport sur le Mémoire de M. Cachin relatif aux jetées de Cherbourg et de Plymouth.

D'après les calculs mêmes donnés par M. Cachin, on voit que, dans la jetée de Cherbourg, il n'y a pas le cinquième qui soit construit avec de gros blocs, tandis que plus des quatre cinquièmes sont en petites pierres.

Au contraire, la jetée de Plymouth n'emploie de petites pierres que pour remplir les interstices des blocs; ainsi le volume de petites pierres ne peut pas être plus du tiers du volume total.

Or, à Cherbourg, le prix total du mètre cube en petites pierres est de .... 4fr. 63c.
et en bloc de pierres est de.......................... 14 90
Enfin le prix de la maçonnerie du *Break-water* de Plymouth est de.......................... 16 61

Si à Cherbourg les petites pierres n'eussent été en volume que le tiers du volume total, comme à Plymouth, le cube

moyen aurait coûté	11fr.	48c.
Si l'on ajoute moitié en sus, on a	5	24
Total	16fr.	72c.
Tandis qu'à Plymouth on a	16	61

On voit donc, par ces comparaisons, que le rapport des prix dans les travaux de Cherbourg et de Plymouth, réduits aux mêmes éléments, ne serait pas tout-à-fait de 2 : 3, qui est assez celui de la valeur de l'argent par rapport aux choses dans les deux contrées.

Ce rapport, comme on voit, est bien différent de celui présenté par M. Cachin, puisqu'au lieu de 2 : 3, M. Cachin suppose que 2 : 5 est le rapport des prix entre les travaux de Cherbourg et de Plymouth.

Observons maintenant que le très-grand avantage d'employer de gros blocs, c'est de diminuer considérablement le volume total des matériaux nécessaires; il est tel que M. Cachin a peine à croire véritable le talus extérieur, que l'un de nous a donné dans sa description du *Break-water* de Plymouth.

Ainsi les Anglais ont compensé le surcroît de dépense provenant d'un choix de matériaux supérieurs, par une diminution considérable dans la quantité des matériaux : cette différence est une des principales dans la comparaison des travaux des deux entreprises.

Signés : CH. DUPIN, DE PRONY.

RAPPORT

Sur une nouvelle machine à feu, présentée à l'Académie, et exécutée aux abattoirs de Grenelle, par M. le marquis de Manoury-d'Ectot;

PAR M. GIRARD.

L'ACADÉMIE nous a chargés, MM. de Prony, Gay-Lussac et moi, d'examiner une nouvelle machine à vapeur qui lui a été présentée par M. Manoury-d'Ectot, et qui est exécutée depuis quelque temps pour le service des abattoirs de Grenelle.

On se fera une idée exacte de cette machine si l'on conçoit d'abord un cylindre de cuivre battu érigé verticalement, et terminé en dessus et en dessous par deux calottes hémisphériques de même matière.

Ce cylindre, que l'inventeur de la machine appelle *capacité motrice*, peut contenir environ deux tiers de mètre cube d'eau.

A quelques centimètres au-dessous de la partie inférieure de cette capacité, elle communique avec un tuyau horizontal qui y est solidement fixé. Ce tuyau ou plutôt cette espèce de boîte cylindrique reçoit à sa partie inférieure un tuyau d'aspiration qui plonge dans un puits dont il s'agit d'élever l'eau. Elle reçoit à sa partie supérieure un tuyau d'ascension, dans lequel l'eau du puits peut être refoulée jusqu'à la hauteur d'un dégorgeoir qui la verse dans une bache.

Ces tuyaux aspirateurs et de refoulement sont garnis, le

premier par en haut, le second par en bas, de deux soupapes, dont le jeu alternatif permet l'ascension de l'eau du puits dans la capacité motrice, et le refoulement de cette eau dans le tuyau ascensionnel.

La calotte hémisphérique qui forme le dessus de la *capacité motrice* porte deux petites boîtes cylindriques, renfermant chacune une soupape dont la tige verticale est saisie par des verges ou leviers qui en opèrent le mouvement. L'une de ces soupapes sert à l'introduction de la vapeur, et l'autre à l'introduction de l'air atmosphérique dans la *capacité motrice*.

Il part de la base du tuyau ascensionnel un tuyau plus petit qui s'introduit dans cette capacité, et qui, s'élevant jusqu'aux cinq sixièmes environ de sa hauteur, en occupe le milieu, et se termine par une pomme d'arrosoir. Ce tuyau, appelé *d'injection* à cause de l'usage auquel il est destiné, est garni à sa base d'une soupape qui y permet ou y suspend l'introduction d'un certain volume d'eau tiré de la colonne montante avec laquelle il communique.

Immédiatement au-dessus de la tête d'arrosoir qui termine ce tuyau d'injection, la *capacité motrice* est traversée par un diaphragme horizontal de cuivre mince, percé d'un grand nombre de petits trous.

Tout ceci bien entendu, que l'on conçoive les quatre cinquièmes de la *capacité motrice* occupés par de l'eau, et l'autre cinquième occupé par de l'air atmosphérique.

Que l'on suppose maintenant ouverte la soupape à vapeur, et la communication établie entre la boîte qui renferme cette soupape, et la chaudière où l'eau est tenue en ébullition; le gaz aqueux affluera sur l'air atmosphérique contenu dans la *capacité motrice*, il le pressera comme un ressort, lequel,

réagissant à son tour sur la surface de l'eau qui occupe la partie inférieure de la *capacité*, refoulera cette eau dans le tuyau ascensionnel ; enfin, l'eau et l'air atmosphérique, étant ainsi poussés l'un après l'autre dans ce tuyau, en sortiront successivement par le dégorgeoir qui y est adapté.

Remarquons que, pour la production de ce premier effet, il est nécessaire que la vapeur d'eau soit amenée à un état de tension tel, qu'elle surmonte, d'une part, le poids de l'atmosphère qui agit sur l'orifice de sortie du tuyau ascensionnel ; d'autre part, le poids de la colonne d'eau qui y est contenue.

Mais pendant cette première fonction de la machine, toute communication de l'intérieur de la *capacité motrice* avec l'extérieur étant fermée, la vapeur d'eau qui se trouve en contact avec les parois de cette capacité éprouve un commencement de condensation. Son ressort s'affaiblit en conséquence jusqu'à ce que, ne pouvant plus faire équilibre à la pression de l'atmosphère et à celle de la colonne d'eau que contient le tuyau ascensionel, cette eau ouvre la soupape du tuyau d'injection, s'y introduit et jaillit par la pomme d'arrosoir qui le termine ; ce qui complète à peu près la condensation de la vapeur.

Le vide se trouvant alors à peu près formé dans la *capacité motrice*, le dessus du piston placé au sommet du tuyau aspirateur n'éprouve aucune pression ; il est en conséquence soulevé de bas en haut par l'action de l'atmosphère qui pèse sur la surface de l'eau du puits : ainsi, la *capacité motrice* se remplit jusqu'à une hauteur telle, que le poids de la colonne d'eau aspirée, joint à la force élastique dont reste encore animée la vapeur qui la surmonte, puisse contre-balancer la pression atmosphérique.

Les choses étant amenées à cet état, la soupape destinée

à établir la communication entre la *capacité motrice* et l'air extérieur s'ouvre, par une transmission de mouvement particulière; aussitôt l'air s'introduit dans cette *capacité*, et vient en occuper toute la partie supérieure.

La seconde soupape destinée à l'introduction de la vapeur commençant à s'ouvrir, la soupape à air se referme, et la vapeur vient couvrir lentement l'espèce de coussin ou matelas d'air commun placé entre elle et la surface de l'eau; elle le refoule jusqu'au-dessous du diaphragme percé de trous dont nous avons parlé; et continuant d'affluer et de se tamiser en quelque sorte par ces trous, elle oblige l'eau contenue dans la partie inférieure de la *capacité* d'ouvrir la soupape du tuyau ascensionnel, et de s'y élever comme nous l'avons dit.

On conçoit qu'en faisant alternativement le vide dans la *capacité motrice*, et en y introduisant de la vapeur, l'appareil produira, pour élever l'eau à une hauteur donnée, le même effet qu'une pompe aspirante et foulante.

Il ne s'agirait plus que d'expliquer le jeu du piston placé au haut du tuyau aspirateur, et celui des deux soupapes à air et à vapeur placées au sommet de la *capacité motrice*, et de montrer comment ces parties de l'appareil sont mises dans la dépendance les unes des autres; mais le système de leviers qui opère leur liaison mutuelle est assez compliqué et ne peut être saisi qu'à l'aide d'une figure, et le mémoire de M. Manoury sous les yeux; nous nous bornerons à faire remarquer que le mouvement alternatif est imprimé aux différentes soupapes de l'appareil par un levier mobile sur un axe horizontal dans une chape de cuivre qui traverse à sa partie inférieure les parois de la *capacité motrice*, et qui y est soudée hermétiquement. (*Voyez à la fin du volume la planche et l'explication dont elle est accompagnée.*)

A l'extrémité horizontale de cette chape et en dedans de la *capacité motrice*, est fixé, par son extrémité inférieure, un tube de cuivre vertical que pénètre transversalement le levier dont nous venons de parler. Ce levier est retenu dans une position horizontale par la pression qu'exerce sur lui le bout arrondi d'une verge de fer qui entre librement dans le tube de cuivre, et qui n'y est attachée que par son extrémité supérieure.

Si maintenant cette verge de fer conservant une longueur constante, on conçoit que le tube de cuivre qui la contient et auquel elle est solidement attachée par le haut, vienne à s'alonger, il est clair que la verge de fer sera entraînée par le tube de cuivre, et qu'en s'élevant avec lui, elle cessera de presser l'extrémité du levier contre laquelle elle s'appuyait. Ce levier, obéissant alors à des contre-poids suspendus extérieurement au bras opposé, suivra cette verge en tournant autour de son axe. Ce mouvement de rotation achevé, que le tube de cuivre vienne à se raccourcir, il ramènera la verge de fer de haut en bas sur l'extrémité du levier, et, par l'effet de la pression qu'elle exercera de nouveau, il s'opérera un mouvement de rotation en sens inverse du premier. Ainsi, des alongements et des raccourcissements successifs du tube de cuivre imprimeront au bras extérieur du levier moteur un mouvement circulaire alternatif qui assurera le jeu des soupapes.

Or, le tube de cuivre et la verge de fer qu'il contient renfermés dans l'intérieur de la *capacité motrice*, se trouvent plongés alternativement dans l'eau froide élevée du puits, et dans du gaz aqueux dont la température est supérieure à celle de l'eau bouillante; et comme le fer se dilate moins que le cuivre par des variations égales de température, il s'ensuit qu'en pas-

sant de celle de l'eau froide à celle de la vapeur, la verge verticale de fer doit s'élever avec le tube de cuivre au-dessus de la position primitive qu'elle occupait, d'une quantité précisément égale à la différence de longueur que le tube de cuivre et la verge de fer ont acquise par l'effet de leurs dilatations spécifiques, et par conséquent laisser libre le même intervalle pour le jeu du bras de levier sur lequel cette verge s'appuie.

M. Manoury a donné le nom de *pyro-régulateur* à cet ingénieux mécanisme, qui est, comme on le voit, établi sur les mêmes principes que ceux des pyromètres ordinaires et des pendules de compensation. Il est inutile de nous arrêter à la description des chaudières; la perfection qu'il est possible de leur donner ne dépendant en aucune manière des autres parties de l'appareil qui font spécialement l'objet de ce rapport.

Vos commissaires et quelques autres membres de l'Académie ont vu fonctionner la machine de M. Manoury-d'Ectot peu de jours après qu'elle vous a été présentée; elle leur a paru remplir utilement son objet. Mais, en pareille matière, plus on est disposé à se laisser séduire par la nouveauté d'un moyen, plus on doit se mettre en garde contre cette espèce de séduction, et plus il est nécessaire d'appuyer sur des expériences comparatives l'opinion que l'on doit émettre.

Nous fûmes donc unanimement d'avis de soumettre pendant plusieurs jours la machine de M. Manoury à des observations destinées à constater la quantité de charbon de terre qui serait consommée pour élever une quantité d'eau déterminée, à la hauteur de 14 mètres.

Ces observations ont été faites, depuis le 11 jusqu'au 23

mars 1819 inclusivement, pendant une durée totale de 31 heures 38 minutes : l'on a trouvé que, pendant cet intervalle de temps, il a été brûlé 254 $\frac{70}{100}$ kilogrammes de charbon, pour élever 366 $\frac{626}{1000}$ mètres cubes d'eau à la hauteur de 14 mètres.

L'avantage d'une machine quelconque, ou, ce qui revient au même, le prix en argent qui en représente la valeur pour ceux qui doivent l'employer, quelle que soit d'ailleurs la composition de cette machine, est d'autant plus grand, que son effet utile est plus considérable, et que la force employée à la production de cet effet est moindre. Cette valeur relative est donc en raison directe de l'effet utile, et en raison inverse de la force qui le produit.

Or, ici l'effet utile est représenté par 366 $\frac{626}{1000}$ mètres cubes d'eau élevés à 14 mètres de hauteur en 31 heures 38 minutes : quant à la force employée à le produire, elle doit être évidemment représentée par la quantité de charbon consommée pendant le même temps, c'est-à-dire par 254 kil. $\frac{7}{10}$ de charbon.

Si l'on prend le mètre pour l'unité linéaire, le kilogramme pour l'unité de poids, et l'heure pour l'unité de temps, l'effet utile de la machine de M. Manoury sera, en prenant la moyenne de toutes nos expériences, exprimé par 162,250 kil. élevés pendant une heure de travail à un mètre de hauteur verticale.

Le charbon brûlé dans le même temps est de 8 kil. 0517; par conséquent l'expression numérique de l'avantage ou de la valeur relative de cette machine doit être proportionnelle au quotient du premier de ces nombres divisé par le second, c'est-à-dire au nombre abstrait 20151.

On sait qu'en général il y a dans l'emploi des machines une perte de force vive d'autant plus considérable, eu égard

à leur effet utile, que ces machines sont de plus petites dimensions.

Quand il s'agit d'apprécier le mérite d'une machine quelconque, on doit donc la comparer avec une machine qui soit à peu près de mêmes dimensions; autrement on s'exposerait à en porter un jugement ou trop avantageux, si on la comparait à des machines plus petites, ou trop défavorable, si on la comparait à des machines beaucoup plus grandes.

D'après cette considération, vos commissaires ont pensé que l'appareil de M. Manoury, étant destiné à élever l'eau nécessaire au service de l'un des abattoirs de Paris, il devait être comparé aux machines à vapeur qui ont été établies pour le service de chacun des autres.

Ces machines sont : 1° celle de l'abattoir du Roule; 2° celle de l'abattoir de Villejuif; 3° celle de l'abattoir de Montmartre. La première est celle-là même qui a obtenu en 1809 un prix proposé par la Société d'encouragement, et sur laquelle l'un de nous fit un rapport publié dans le n° LXXI du *Bulletin* de cette société. Il résulte, de l'expérience qu'on y cite, que la machine de MM. Albert et Martin, dont il s'agit, éleva, en 12 heures, à un mètre de hauteur verticale, 1,522,608 kil. d'eau, et qu'il fut consommé, pour produire cet effet, 106 kil. de charbon. C'est, par heure, un effet utile de 126,884 unités dynamiques, et une dépense de 8 kil. 833 de charbon.

Divisant ces deux nombres l'un par l'autre, on trouve, pour l'avantage de cette machine, le nombre abstrait 14364.

Une suite d'observations faites sur la même machine, pendant les mois de novembre et décembre 1819, donne le nombre 12121 pour l'expression de l'avantage qu'elle offre.

La pompe à feu de l'abattoir de Villejuif, que nous avons comparée à l'appareil de M. Manoury, élevait par heure, peu

de temps après son érection, 171,760 kil. d'eau à la hauteur d'un mètre, et consommait 23 kil. 42 de charbon; ce qui donne pour l'expression de sa valeur relative, le nombre 7328.

Cette machine présente aujourd'hui un résultat moins avantageux, ou bien parce qu'elle s'est détériorée, ou bien parce qu'on emploie du charbon de qualité inférieure; car, au mois de janvier dernier, elle n'élevait plus par heure que 113,240 kil. à un mètre, et elle consommait 22 kil. 40 : ce qui réduit sa valeur comparative à 5054 seulement.

Les expériences auxquelles la machine à vapeur de l'abattoir Montmartre a été récemment soumise, et que l'on trouve rapportées dans le nº CCIII du *Bulletin de la société d'encouragement*, apprennent qu'elle élève, par heure, un volume d'eau de 483,000 kil., et que cet effet utile est produit par la combustion de 32 kil. de charbon : ce qui donne pour sa valeur relative le nombre abstrait 15,093.

Il résulte de la comparaison que nous pouvons faire maintenant de l'appareil de M. Manoury, employé à l'abattoir de Grenelle, avec les machines à vapeur employées aux abattoirs du Roule, de Villejuif et de Montmartre, prises dans leur état de plus grande perfection, que les valeurs de ces quatre machines sont entre elles comme les nombres 20151, 14364, 7328 et 15093.

Afin de donner plus d'extension à l'examen que nous étions chargés de faire, nous avons cru devoir évaluer, d'après les mêmes principes, la machine à vapeur à haute pression qui a été établie l'année dernière à Paris sur le quai des Ormes, suivant la théorie de Woolf, et le système de construction d'Edwards.

54.

Nous avons trouvé qu'elle élevait par heure 159,225 kil. à un mètre de hauteur verticale, et qu'elle consommait pendant le même temps 8 kil. $\frac{571}{1000}$ de charbon; ce qui donne pour sa valeur relative le nombre 18564, un peu moindre que celui qui représente la valeur de la machine de M. Manoury.

Les diverses comparaisons dont nous venons de présenter les résultats prouvent que, parmi les machines d'épuisement dont la force est équivalente à celle d'un ou deux chevaux, l'appareil soumis à notre examen est plus avantageux qu'une machine à vapeur ordinaire à basse ou à haute pression : considéré uniquement sous ce rapport, il mériterait par conséquent de fixer l'attention de l'Académie. En effet, la valeur relative de l'appareil de M. Manoury étant représentée par le nombre abstrait 100, la valeur relative de la pompe du quai des Ormes est représentée par............ 93.

Celle de la pompe de l'abattoir Montmartre, par.. 75.

Celle de la pompe de l'abattoir du Roule, par.... 72.

Enfin, celle de la pompe de l'abattoir de Villejuif, par 37.

Il resterait à savoir, à la vérité, si la dépense du premier établissement de cet appareil ne serait pas plus considérable que la dépense du premier établissement d'une autre machine à élever l'eau; mais pour former à cet égard un jugement équitable, il faudrait que l'usage de l'appareil dont il s'agit se fût déja répandu, et que la construction en fût devenue aussi familière dans les ateliers que l'est aujourd'hui la construction des pompes à feu ordinaires : or, la machine de M. Manoury est la première de ce genre qui ait été construite. Quelque rigoureux que puissent être les principes théoriques de sa construction, on n'est certainement pas arrivé d'emblée aux résultats qu'elle fournit; il a fallu que l'expérience indiquât

les meilleurs procédés à suivre pour les obtenir : l'on sait enfin que le titre honorable d'inventeur d'une machine utile est presque toujours acheté au prix d'un grand nombre d'essais infructueux.

En considérant ce qui se passe dans la *capacité motrice* de M. Manoury-d'Ectot, on voit qu'on y opère successivement une introduction de gaz aqueux et une condensation de ce gaz, ainsi que cela avait lieu dans le cylindre à vapeur des anciennes machines à feu de Newcomen.

De plus, la vapeur, avant d'être condensée, exerce son action sur l'eau contenue dans la partie inférieure de la *capacité motrice*, sans l'intermède d'un piston solide, comme cela avait lieu plus anciennement encore dans les machines de Papin et du capitaine Savery. On pourrait croire, d'après ces analogies, que M. Manoury n'aurait en quelque sorte que fait revivre, pour élever l'eau à l'aide de la vapeur, les premiers appareils qui furent imaginés, et que leur imperfection avait fait oublier; mais il faut se rappeler que la principale de ces imperfections consistait dans une déperdition considérable de vapeur, qui était nécessairement condensée par son contact immédiat avec la surface de l'eau froide sur laquelle elle exerçait son action, et faire attention ici que l'auteur du nouvel appareil a substitué au piston rigide et solide de Newcomen une sorte de piston éminemment élastique, très-peu conducteur du calorique, et qui se meut dans la *capacité motrice* avec le moindre frottement possible. C'est le *coussin* ou *matelas* d'air qui précède toujours, dans cette capacité, l'introduction de la vapeur. On trouve, il est vrai, dans *l'Encyclopédie Anglaise* du docteur Rees, la description de deux machines imaginées d'après le principe de Savery; l'une en

1766, par M. Blakey, l'autre, il y a quelques années seulement, par M. Pierre Kier, dans lesquelles une couche d'air se trouve interposée entre l'eau et la vapeur aqueuse. Mais en lisant les descriptions de ces machines, et en jetant les yeux sur les figures qui les représentent, on ne reconnaît aucune analogie entre elles et l'appareil de M. Manoury. Ce qui nous paraît caracteriser dans celui-ci l'emploi d'une couche d'air remplissant l'office de piston entre l'eau froide et la vapeur, c'est la pression égale et simultanée que l'on opère sur toute la superficie de ce *coussin* élastique, en obligeant la vapeur qui afflue au-dessus de se tamiser en quelque sorte à travers un diaphragme métallique percé de petits trous également espacés.

Au surplus, quand on contesterait à M. Manoury la priorité de l'interposition d'un *matelas* d'air atmosphérique entre l'eau et la vapeur aqueuse, ce qui lui appartient incontestablement, c'est le parti qu'il a tiré, pour régler le jeu des soupapes de son appareil, de la faculté dont jouissent le fer et le cuivre de se dilater inégalement sous les mêmes degrés de température. En voyant tous les effets de cette machine se succéder avec une régularité parfaite dans l'intervalle d'une minute et demie environ, par les allongements et les raccourcissements inégaux de deux verges de métal assez petites pour, dans ce court intervalle de temps, passer graduellement de la température de l'eau fraîche d'un puits à celle de l'eau bouillante, et même à une température supérieure, on ne peut se dispenser de reconnaître dans le *pyro-régulateur* une application nouvelle très ingénieuse, et l'une des plus utiles que l'on puisse faire de l'inégale dilatabilité des métaux. L'application de cette propriété nous paraît enfin mériter ici de fixer d'autant plus l'attention des mécaniciens, que, d'après l'assurance

qui nous en a été donnée, le *pyro-régulateur* est une partie de la machine qui, depuis deux ans qu'elle est en activité, n'a exigé aucune réparation.

Nous pensons que l'appareil à vapeur qui fait l'objet de ce rapport est très-propre à confirmer l'opinion avantageuse que les diverses machines imaginées par M. Manoury-d'Ectot ont déja donnée de ses connaissances, de son génie inventif et de sa sagacité, et qu'en conséquence cet appareil, dont une expérience de plus de deux ans atteste le bon emploi, est tout-à-fait digne de l'approbation de l'Académie.

Signés : DE PRONY, GAY-LUSSAC,
GIRARD, *rapporteur.*

EXPLICATION DE LA PLANCHE

RELATIVE

A LA MACHINE A FEU DE M. LE MARQUIS DE MANOURY-D'ECTOT.

La chaudière de la machine est composée d'un cylindre A B (*fig.* 1ere) en fonte de fer, placé horizontalement sur trois dés de pierre. Ce cylindre en contient un autre semblable élargi en A, de manière qu'il forme à cette partie un cendrier, un foyer, et un conduit pour la fumée qui se dirige concentriquement vers la cheminée C D; ainsi, entre les parois concaves du cylindre extérieur, et les parois convexes du cylindre extérieur, se trouve un intervalle annulaire occupé par l'eau, qui peut recevoir de tous les côtés la chaleur du foyer, soit qu'elle existe dans l'état de liquide ou dans l'état de vapeur.

Le récipient E est destiné à recevoir la vapeur qui se dégage de la chaudière, et à la transmettre à la machine suivant les directions E F G.

Au-dessus de la sphère F se voit une soupape de sûreté H chargée d'un poids proportionné à la pression de la vapeur nécessaire au jeu de la machine.

Sur le milieu P de chaque chaudière (*figure* 2), on a menagé un moyen de sûreté pour éviter leur rupture : il consiste (*figure* 11) en une plaque ronde *c* de fonte de fer, fixée entre les deux brides *a* de deux tubulures. La tubulure supérieure *b* est percée de trous ainsi que le représente la (*figure* 12). Cette plaque, beaucoup plus mince que les plus faibles parties de la chaudière, romprait dans le cas d'une vapeur trop forcée, et alors une rupture partielle éviterait une rupture générale.

Dans les figures 9, 10 et 11, on a désigné par D le cendrier de la chaudière, par E la grille du foyer, par F le foyer, par G le conduit de la fumée, et par *a*, *a*, *a*, *a* la capacité de la chaudière occupée par l'eau et la vapeur.

La cheminée C D (*figure* 1re) doit être considérée comme le prolongement de la chaudière et du fourneau. Elle est aussi composée de deux cylindres concentriques qui laissent entre eux un espace annulaire rempli d'eau, afin que la fumée, passant au milieu de ce fluide, lui communique sa chaleur. L'eau de cette cheminée peut se rendre dans la chaudière par le robinet J, et par l'intérieur d'une petite boîte sphérique M qui contient une soupape destinée à empêcher son retour vers la cheminée, dans le cas où cette eau serait repoussée de la chaudière par l'effet d'une trop haute pression de vapeur.

La machine destinée à élever l'eau du puits N O (*figure* 1re), est principalement composée 1° d'un tuyau d'aspiration P R S; 2° d'une grande capacité cylindrique Q, nommée capacité motrice, et avec laquelle communique le tuyau d'aspiration; 3° d'un tuyau ascensionnel S T V U; 4° d'un dégorgeoir U X; 5° d'un prolongement U K du tuyau ascensionnel; 6° d'une sphère K; 7° d'un tuyau D K qui fait communiquer la sphère K avec la cheminée C D.

Le tuyau d'aspiration est garni en P d'une soupape qui retient l'eau montée du puits.

Une soupape placée en T retient l'eau qui a pris la direction ascensionnelle S T V U.

Le réservoir d'injection V (*figure* 3) communique intérieurement avec le tuyau ascensionnel, qui le traverse par une ouverture circulaire z et par deux petites ouvertures *o* placées dans une cloison horizontale.

L'eau contenue dans la partie T du tuyau ascensionnel peut prendre la voie *f g h i* de l'injecteur pour aller frapper contre une petite calotte sphérique *k*, et se répandre dans la capacité motrice Q; une soupape *g* empêche le retour de cette eau.

La capacité Q (*figures* 3 et 4) est garnie intérieurement d'un cylindre X Y N de cuivre rouge fort mince. Les parois de ce cylindre s'approchent le plus près possible des parois de la capacité motrice, sans cependant les

toucher. La bride qui termine leur base N est munie d'un égouttoir NL pour laisser écouler l'eau qui pourrait par condensation se déposer dans l'espace RN ; l'orifice de cet égouttoir est recouvert par une soupape L. Un plateau XY s'étend sur tout le diamètre du cylindre : il est formé comme lui d'un cuivre mince, et il est percé d'un grand nombre de petits trous distribués également sur son aire. On a placé plus haut un autre diaphragme percé de trous semblables dans toute son étendue circulaire.

Le conduit à vapeur G, figure 1[re], communique avec la boîte cylindrique *l* (*figures* 1, 3, 5 et 6). Une soupape *m*, placée dans son intérieur, retient la vapeur ou la laisse entrer dans la capacité motrice Q. Cette soupape est mue par le balancier *a b*, au moyen d'une tige *p* qui traverse le *stuffingbox q* (*fig.* 5).

Sous l'orifice de la soupape *m* on a placé un disque *r*, afin de forcer la vapeur qui doit y passer, à se produire d'abord dans la capacité motrice par des directions latéralement inclinées.

Le petit barillet *u* (*fig.* 5) contient une soupape *v*, qui remplit toute l'étendue de son diamètre, conservant seulement un frottement libre. Cette soupape est unie par le balancier *a b*, auquel sa tige correspond lorsqu'elle est abaisée; elle repose sur l'orifice *x* de manière à n'y appliquer qu'une partie de son aire. Lorsqu'elle est levée d'une hauteur égale à la moitié du rayon de l'orifice *x*, elle se trouve alors dans une partie élargie du barillet, de sorte que l'air peut circuler autour pour entrer dans la capacité motrice. L'orifice *x* est muni en outre d'une soupape inférieure *y* destinée à empêcher l'air ou la vapeur comprimée de sortir par cette voie de la capacité motrice.

Le piston E (*fig.* 3) placé dans le tuyau d'aspiration communique avec un levier intérieur FG, et avec un levier extérieur GH par l'interposition d'un axe G ajusté convenablement dans un boisseau évidé. Toutes ces parties liées ensemble peuvent prendre la position EF′GH′. L'extrémité inférieure de la tringle π est disposée de manière à pouvoir s'accrocher dans une mortaise pratiquée au bout H du levier GH, et à pouvoir être relevée ainsi jusqu'à ce que le balancier *a b* se soit fixé sur le cliquet *c* de la tringle *c d e*, et que l'extrémité coudée J du levier GH ait fait décrocher le mentonnet inférieur de cette tringle π.

La tringle *c d e* se courbe pour s'engager horizontalement dans une chappe en forme de mortaise, de manière à se mettre en communication avec une verge de fer ronde qui est contenue dans un tube de cuivre M B. Cette verge de fer, figure 8, est brasée hermétiquement avec le tube de cuivre *n* à l'extrémité M; elle est libre dans tout le reste de sa longueur. La chappe 1, 2, 3, 4, est hermétiquement soudée aux parois de la capacité motrice, de manière que si le tuyau de cuivre *n* fixé en B venait à s'alonger dans la direction BM, en se dilatant par la chaleur, la verge de fer *q*, suivant le mouvement du tube *n* sans participer dans le même rapport à sa dilatation, elle laisserait un vide dans la partie B, agirait sur le tenon *s*, ferait faire à la tringle *c d e* (*fig.* 3) un mouvement de *c* en *b* en la faisant mouvoir sur le point d'appui du boulon *t* (*fig.* 8), passé au travers de la mortaise 1, 2, 3, 4; ainsi le balancier *a b*, accroché au cliquet *c* par une cheville transversale, devient libre de s'abaisser et de prendre la position *a' b'*.

Nous avons donné à cette partie de l'appareil le nom de *pyrorégulateur*.

EFFETS DE LA MACHINE.

Supposons les quatre cinquièmes de la capacité motrice Q occupés par l'eau, et le cinquième restant occupé par de l'air atmosphérique; supposons de plus la soupape à vapeur *m* ouverte, et le balancier avec ses correspondances dans l'état *a b* H G F E (*figure* 3).

Premier effet.

Le fourneau étant allumé, et l'eau de la chaudière mise en ébullition, la vapeur s'introduit dans la capacité motrice Q, refoule l'eau par l'intermède d'une couche d'air, et la contraint de s'élever par le tuyau ascensionnel S T V U (*figure* 1re), et de se répandre par l'extrémité X du dégorgeoir. Ainsi la capacité motrice se vide dans l'ordre constant des trois fluides : la vapeur ou gaz aqueux plus légère, domine l'air; celui-ci, plus pesant que la vapeur et plus léger que l'eau, reste interposé entre elles comme un matelas élastique; immédiatement après avoir chassé l'eau de la capacité motrice, la vapeur en expulse le matelas d'air, et enfin remplit cette ca-

pacité tout entière. Alors la vapeur se trouve en contact parfait avec le pyrorégulateur B M (*figure* 3), et le faisant agir sur la tringle *c d e* par l'effet de la dilatation de son tube de cuivre, il en résulte que le balancier *a b* se décroche de dessus le cliquet *c* pour prendre la position *a' b'* et faire fermer la soupape à vapeur *m*.

Second effet.

Il convient de faire observer premièrement que la vapeur a été produite dans la capacité motrice avec la tension suffisante pour faire équilibre à la pression atmosphérique, et à la pression relative à la hauteur verticale T U, où l'on doit faire monter l'eau; secondement, que ce ressort s'est trouvé presque entièrement détruit au moment où le matelas d'air a été chassé par le tuyau ascensionnel; parce que le mélange de ce matelas d'air affaiblit tellement le poids de la colonne d'eau ascensionnelle, qu'elle se trouve subitement expulsée de son tuyau comme par l'effet d'une explosion. Le ressort de la vapeur ainsi diminué, on conçoit facilement que le refroidissement occasioné par les parties inférieures de la capacité motrice qui ont été baignées par l'eau froide, rompra l'équilibre du dehors au dedans, et que la pression atmosphérique, agissant sur l'eau contenue dans la partie T du tuyau ascensionnel, lui fera prendre la direction de l'injecteur *f g h i* pour la faire entrer en rayonnant dans la capacité motrice, et y former une pluie condensatrice dont les directions paraboliques sont déterminées de haut en bas par l'effet de la calotte ou pomme d'arrosoir K. Le vide étant, pour ainsi dire, formé dans la capacité motrice, on conçoit que la pression atmosphérique, constamment exercée sur l'eau du puits, la fait monter dans le tuyau d'aspiration, et lui fait soulever le piston E qui se maintient dans l'espace sphérique S pendant que cette eau remplit la capacité motrice; lorsque le poids de l'eau dans le tuyau d'aspiration, ajouté à la force élastique de la portion d'air non expulsée, et à celle de la vapeur non complètement condensée dans la capacité motrice, fait équilibre à la pression atmosphérique qui s'exerce sur l'eau du puits, il en résulte que l'eau cesse de monter, et que le piston E en retombant fait revenir son bras de levier de la position F' H' à la position F H, et que par l'intermède de la tringle π, le balancier se relève de *a' b'* en *a b*.

Troisième effet.

Nous distinguerons deux temps dans le mouvement d'élévation du balancier *a b* (*figure* 5) : le premier qui appartient isolément à l'ouverture de la soupape *v*, et le second qui appartient à l'ouverture de la soupape *m*. Dans le premier temps, la soupape *v* levée, l'air entre dans la capacité motrice pour y occuper une place qui n'a point été prise par l'eau du puits, vu que le vide ne s'y est point effectué complètement. Cette soupape est sollicitée à s'élever dans la partie cylindrique du barillet *u*, parce que le balancier *a' b'* n'a point achevé sa course ; mais comme elle y occuperait tout l'espace latéral que lui offre cette partie, elle en est repoussée par le courant d'air, et se trouve forcée de se maintenir dans un lieu plus vaste pour livrer passage à cet air jusqu'à ce qu'il ait rempli le complément de la capacité motrice. Après cet effet, l'air ne présentant plus assez de résistance à la soupape *v*, le balancier *a' b'* achève, dans le second temps, sa course suspendue dans le premier, fait ouvrir la soupape à vapeur *m*, et renouvelle la première fonction de la machine ; ainsi chaque fonction s'opère périodiquement et par intermittences régulières.

OBSERVATIONS.

Il faut que la vapeur s'introduise dans la capacité motrice avec une certaine lenteur ; car si elle y formait un jet rapide, elle pénétrerait la couche d'air interposée, s'y mêlerait confusément à demi condensée, la rendrait conductrice du calorique qui irait se précipiter dans l'eau froide. Les deux diaphragmes percés A et X Y (*fig.* 3), distribuent uniformément l'action verticale de la vapeur qui se propage comme au travers d'un filtre régulateur, de sorte que pendant le refoulement de l'eau, les mêmes points de contact existent entre l'eau et l'air et entre l'air et la vapeur ; or, il en résulte que la déperdition de chaleur par renouvellement de contact se trouve considérablement diminuée, et qu'il n'existe que celle par rayonnement mais qui est dans ce cas d'une moindre importance. L'expérience confirme ce raisonnement, car si l'on supprime les diaphragmes A et X Y, la machine perd tous les avantages de son économie.

Cependant il est des pertes de chaleur inévitables dans le système de cette machine, comme il en est d'inévitables dans toutes les machines à feu ; par exemple, le cylindre XYN, *figures* 3 et 4, est alternativement échauffé et refroidi dans toute l'étendue occupée par l'eau aspirée du puits, ou baignée par l'eau d'injection. La partie supérieure XY, placée au-dessus de l'injecteur, ainsi que toutes les autres parties de la capacité motrice, restent avec une température à-peu-près constante. Quant à la partie inférieure N *h*, elle n'est échauffée qu'à l'instant où la vapeur déploie son ressort pour expulser le matelas d'air, et lorsque ce matelas a formé dans le tuyau ascensionnel TU un vide qui permet à la vapeur d'exercer rapidement toute l'action due à son ressort : ainsi donc, lorsque la vapeur atteint les parois inférieures dont il s'agit, elle a terminé sa fonction ; et la cause qui peut la condenser produit le vide qui doit s'opérer dans la capacité motrice, et qui fait déja partie de la fonction d'aspiration qui doit suivre.

Effet secondaire du troisième.

Il résulte nécessairement du mélange de l'eau et de l'air, dans le tuyau ascensionnel, et de la décharge rapide de ces deux fluides combinés, que leur effort et leur direction verticale tend à les faire monter dans le prolongement UK du tuyau ascensionnel pour aller se jetter dans la sphère K. Cet effet s'opère par le principe de l'hydréole (1), et c'est ainsi que l'on a imaginé le moyen de porter dans la sphère K l'eau alimentaire qui doit s'échauffer dans la cheminée et remplacer l'eau vaporisée dans la chaudière. Nous ferons remarquer comme un des plus grands avantages de la machine, 1° que l'eau provisionnelle arrivée dans la cheminée par le conduit DK se trouve dans un espace annulaire assez étroit pour ne pas permettre l'échange de position de l'eau plus chaude et moins pesante dans la partie inférieure E de la cheminée avec l'eau froide et plus pesante dans la partie supérieure D ; 2° qu'il résulte de là que l'eau provisionnelle descend

---

(1) Autre machine de l'invention de M. Manoury et qui a été précédemment soumise au jugement de l'Académie.

dans la cheminée dans un ordre régulièrement croissant de température, et qu'ainsi comprimée par la pression qui est due à environ dix mètres de hauteur d'eau, elle peut s'introduire dans la chaudière avec une température égale à celle de l'ébullition; 3° enfin, que si l'on suit dans sa marche le calorique produit par la combustion à partir du foyer de la chaudière, on reconnaît qu'il est très-intense dans le foyer, qu'il décroît ensuite jusqu'à l'extrémité B de la chaudière, où il est mesuré par un degré de température un peu supérieur à celui de la vapeur dans la chaudière, qu'il parcourt dans la cheminée des espaces décroissants de température, et qu'ayant à traverser à son dernier terme de communication l'extrémité supérieure de la cheminée, qui est constamment refroidie par l'eau provisionnelle qui s'y verse, ce calorique se trouve, à l'extrémité de l'espace qu'il a parcouru, avoir été presque entièrement transmis à l'eau provisionnelle et aux parois des réservoirs qui la contiennent.

APPLICATION

DES PRINCIPES DE LA DYNAMIQUE

A L'ÉVALUATION DES AVANTAGES RESPECTIFS DES DIVERS MOYENS DE TRANSPORT.

Lu à l'Académie des Sciences, le 21 juin 1824.

INTRODUCTION.

L'APPLICATION de la science à la mécanique usuelle a perfectionné successivement les procédés de notre industrie, et cependant les divers moyens usités de temps immémorial pour transporter par terre et par eau les matières de toute nature dont les besoins de la vie sociale réclament la circulation, semblent être restés tout-à-fait en dehors du champ de cette application.

De savants géomètres se sont, il est vrai, exercés à la recherche des forces qui mettent les vaisseaux en mouvement sur les mers, et des résistances qu'ils éprouvent; mais c'est précisément la complication de ces étonnantes machines et la difficulté de les diriger, qui ont attiré sur elles l'intérêt avec lequel on s'est livré à les étudier.

Destinés aux mêmes usages, et soumis à l'action de forces motrices plus faciles à apprécier, les chariots sur nos routes et les bateaux sur nos rivières ne sont jamais devenus l'ob-

jet d'une semblable étude; l'habitude de les voir en a pour ainsi dire détourné l'attention, et l'on ne s'est point occupé d'analyser les services qu'on en tire.

Considérés sous le point de vue le plus général, ces voitures et ces bateaux sont des machines simples à l'aide desquelles on opère la translation de fardeaux plus ou moins pesants à des distances plus ou moins éloignées.

Leur effet utile, analogue à celui de toute autre machine, a pour expression le produit de la masse transportée par la distance qu'on lui fait parcourir, et la cause de cet effet est évidemment égale au produit de la force motrice par la durée de son action. Plus le rapport de l'effet utile à sa cause est considérable, plus le moyen de transport auquel on applique le calcul est avantageux. Ce rapport exprime donc rigoureusement *l'avantage spécifique* d'un moyen de transport quelconque.

Or cet avantage, variable à l'infini, suivant l'infinie variété de ces moyens, devient le plus grand possible pour chacun d'eux lorsqu'il est exprimé par une quantité constante, que l'expérience détermine, ou, en d'autres termes, lorsque l'effet utile demeure proportionnel à sa cause.

Cette unique condition établit une relation nécessaire entre le poids des matières transportées, la longueur du chemin qu'elles parcourent, la durée, et le prix de leur transport; car ce prix est toujours en argent l'expression de la force motrice.

Cette relation dans une multitude de circonstances doit encore être modifiée par la valeur vénale des objets transportés. Il devient par conséquent indispensable de prendre cette valeur vénale en considération.

En effet, pendant le transport d'une marchandise quelconque, elle n'est à la disposition, ni de celui qui doit la recevoir, ni de celui qui l'a expédiée. Elle supporte ainsi au détriment de l'un et de l'autre, durant cet intervalle, une véritable non-valeur ; ils se trouvent par conséquent intéressés tous deux à diminuer cette non-valeur temporaire, c'est-à-dire intéressés à rendre la durée du transport d'autant moindre que le prix de la marchandise est plus élevé.

Par des considérations du même ordre, l'état des personnes doit influer sur le choix des moyens de transport dont elles usent ; car si le temps est mis également à la disposition de chacun, il n'est pas également précieux pour tous.

Quand un homme, habituellement désœuvré, se met en voyage, il n'enlève point à d'autres occupations le temps qu'il passe en route ; ce temps s'écoule pour lui sans perte comme sans profit, et de quelque façon qu'il chemine, il n'entrera jamais qu'à raison de sa masse dans l'expression de l'avantage spécifique du moyen de transport qu'il aura choisi.

Il n'en est pas de même d'un homme qui, voyageant par nécessité, ne peut quitter les habitudes ordinaires de la vie, qu'en sacrifiant quelque portion du prix qu'il retire de ses occupations journalières ; sa dépense sur la route se compose tout à la fois de l'argent qu'il débourse, et du temps qu'il perd ; et ce temps peut être pour lui d'un prix tel, qu'il n'achetera jamais trop cher la faculté d'user des moyens les plus prompts d'arriver à sa destination : ici la valeur de l'individu explique et justifie la rapidité de sa marche.

Ce que nous disons d'un seul homme, s'applique sans restriction à des populations entières ; plus une nation est active, industrieuse et riche, plus le temps est précieux pour elle ;

la facilité de communiquer rapidement d'un lieu à un autre, dans un pays civilisé, devient ainsi pour l'observateur une juste mesure de l'activité, de l'industrie, de la richesse de ses habitants.

Si des moyens de transport plus multipliés et plus parfaits sont toujours un indice certain de la prospérité publique, on nous pardonnera de fixer quelques instants l'attention sur la France, et de montrer par quelles causes et jusques à quel point cette branche, ou plutôt ce résultat de notre industrie s'est développé de nos jours d'une manière si remarquable.

La plupart de nos grandes routes existaient déja, il y a cinquante ans, dans un état qui n'était pas inférieur à leur état actuel; mais les voitures publiques qui les parcouraient journellement, étaient encore semblables à celles dont on avait été obligé de se servir quand les chemins étaient impraticables: le nombre de ces voitures était d'ailleurs limité par les concessions qu'on avait faites du privilége exclusif de les établir sur les diverses routes. M. Turgot, qui n'avait pas craint de provoquer la destruction des jurandes, ne craignit point d'attaquer le monopole des transports; il fit substituer, en 1775, aux anciens coches des messageries, l'espèce de voitures publiques qui furent appelées *Diligences*, à cause de la célérité de leur allure comparée à la lenteur des carrosses qu'elles remplacèrent. On critiqua ce changement comme une innovation dangereuse; cependant les voyageurs qui trouvaient à s'en servir une grande économie de temps, s'obstinèrent à profiter des avantages qui venaient de leur être offerts, et le succès de l'innovation fut assuré.

Loin de craindre la concurrence, l'industrie particulière la provoque, et c'est évidemment à cette concurrence libre-

ment exercée dans l'établissement des voitures publiques, que nous devons leur perfectionnement.

Un exemple pris au hasard va donner une juste idée de ce que nous avons gagné sur ce point.

Vers le milieu du dernier siècle, un voyageur qui, pour 50 francs, se rendait de Paris à Lyon par le coche, y arrivait le dixième jour après son départ.

Aujourd'hui, les voitures publiques font le même trajet en 66 heures, au prix moyen de 72 francs la place.

Dans l'un et l'autre cas, l'effet utile est le même: c'est le transport d'un voyageur à 120 lieues de distance; mais la cause de cet effet, c'est-à-dire le produit de la force motrice par la durée de son action, est pour le coche d'autrefois exprimée par le nombre 500, et pour les voitures d'aujourd'hui par le nombre 158, de sorte que la véritable économie de temps et d'argent, que le perfectionnement des moyens de transport actuels nous a fait obtenir, est de plus de 66 p. 0/0. Cette économie est encore bien plus forte sur d'autres routes: le carrosse de Rouen, par exemple, mettait autrefois trois jours à s'y rendre, et l'on payait 15 francs par place; aujourd'hui on ne paie pas davantage, l'on n'est que 12 ou 13 heures en chemin, et l'on fait en temps et en argent un bénéfice réel de plus de 80 pour 100.

De telles économies ne pouvaient manquer d'augmenter le nombre des voitures publiques et d'en étendre la circulation.

En 1766, 27 coches partaient chaque jour de Paris pour diverses provinces; ils contenaient environ 270 places.

Aujourd'hui près de 300 voitures sont dirigées journellement de la capitale sur nos départements, et elles peuvent

conduire plus de 3000 voyageurs. Le nombre de ceux qui partent de Paris ou qui y arrivent s'est donc accru depuis 1766 à peu près dans le rapport de 27 à 300.

Enfin, et ceci est digne de remarque, ce n'est pas seulement pour l'avantage des particuliers que l'industrie s'exerce librement dans l'exploitation des voitures publiques; c'est encore au profit de l'état. Jamais en effet, depuis 1776 jusqu'à 1792, la ferme générale des Messageries ne produisit plus de 1,100,000 francs par an; le prix du dernier bail ne fut même que de 600,500 fr.; et maintenant la concurrence, qui n'est entravée par aucun privilége, élève le produit annuel de la taxe sur les voitures publiques à près de quatre millions.

Les moyens de transport des marchandises n'ont pas éprouvé de moindres améliorations dans le mode récent de roulage, que l'on désigne sous le nom de *Roulage accéléré*. L'emploi de chevaux de relais rend l'action de la force motrice continue, et la marche de ces voitures est bien plus rapide que n'était celle de ces anciens fourgons à l'usage desquels les voyageurs étaient condamnés.

Remontant encore à l'époque de 1766, on ne trouve à Paris que 14 établissements de roulage; maintenant on y en compte 64. C'est à peu près dans le même rapport que l'on a vu s'augmenter la masse des denrées de toute espèce que le roulage met en mouvement sur nos routes; ainsi la dépense de leur entretien, s'élevant de plus en plus, rend chaque jour plus manifeste la nécessité de leur substituer des communications par eau, soit qu'on ouvre des canaux artificiels, soit qu'on profite du cours naturel de nos fleuves et de nos rivières.

Malheureusement ces communications, qui pourraient être

chez nous si nombreuses et si utiles, y sont encore rares et imparfaites; ce n'est donc point d'un état de choses amélioré qu'il nous reste à parler, mais bien d'un état de choses qui réclame pour ainsi dire un commencement d'améliorations.

La profondeur et la rapidité des cours d'eau naturels étant sujettes à varier suivant les saisons, la navigation y devient également impraticable, pendant l'été lorsque les eaux sont trop basses, et pendant l'hiver lors des inondations.

D'un autre côté, quelles que soient les dimensions et la forme des bateaux destinés à y naviguer, on est obligé, à moins de réduire ces bateaux à l'inaction une partie de l'année, d'en faire varier les chargements, suivant l'état accidentel de ces cours d'eau: des transports effectués par de tels moyens ne seront jamais que des expéditions par caravanes, dont les mêmes époques annuelles ramènent le retour et le départ.

Cette espèce de circulation intermittente pouvait être sans inconvénients autrefois lorsque les denrées, provenant du dehors, étaient approvisionnées pour l'année entière sur de grands marchés tenus à époques fixes; mais aujourd'hui que le commerce se livre à des spéculations quotidiennes, dont le succès dépend du plus ou du moins de promptitude avec laquelle il peut disposer de l'objet de ses spéculations, on conçoit qu'il doit souvent recourir à des moyens plus réguliers et mieux assurés que ceux qui lui sont offerts par la navigation fluviale.

Pour justifier cette préférence, il nous suffirait de montrer comment sous nos yeux un des plus beaux fleuves de la France sert à l'approvisionnement de la capitale.

Le temps accordé à cette séance ne nous permet pas de décrire les obstacles de tout genre qui retardent, dans leur trajet de Rouen à Paris, la plupart de ces grands bateaux

que nous voyons stationner au pied des murs du Louvre.

Nous nous bornerons à dire qu'ils n'arrivent à leur destination qu'après être restés 12 ou 15 jours en chargement, et 20 ou 25 en chemin.

Et qu'on ne s'étonne point de la lenteur de ces expéditions: à l'exception de l'écluse de *Pont de l'arche*, construite il y a quelques années (1), l'art n'a rien fait jusqu'ici pour améliorer le cours de la Seine; et la navigation que l'on y entretient, se trouve encore au XIXe siècle régie par les habitudes du XVe; car Louis XIV, en 1672, ne fit que renouveler l'ordonnance de Charles VI sur la police de cette rivière.

Il faut le dire néanmoins : par l'effet de cette tendance universelle qui nous entraîne vers le mieux, d'utiles changements commencent à s'introduire dans le mode de transport par la Seine; au lieu de laisser les mêmes chevaux attelés à un bateau de 3 à 400 tonneaux depuis son départ de Rouen jusqu'à son arrivée à Paris, le halage d'un coche accéléré du port moyen de 180 ou 200 tonneaux se fait maintenant par des chevaux de relais; la durée du trajet se trouve ainsi réduite à 10 ou 12 jours au plus, y compris le temps du chargement.

Plus récemment encore, des bateaux à vapeur de 100 à 110 tonneaux, affranchis de toutes les chances d'interruption auxquelles expose fréquemment l'emploi des moteurs animés, se sont établis sur la basse Seine; ils la remontent en quatre jours de Rouen à Paris: ce qui leur permet de faire en un

---

(1) Cette écluse construite pendant les années 1805 et suiv., a coûté 1,170,000 fr. environ.

mois ou six semaines, plus de voyages que les grands bateaux normands n'en font ordinairement par année.

Nous n'avons pas besoin de dire que les prix de transport sont différents par les trois espèces de bateaux qui naviguent maintenant sur la basse Seine; il est de 10 francs par tonneau sur les plus grands bateaux, de 15 francs sur les coches accélérés, et de 30 francs sur les bateaux à vapeur.

En recherchant par la combinaison des prix et de la durée des transports les dépenses composées de temps et d'argent propres à l'emploi de ces trois espèces de bateaux, on trouve ces dépenses respectivement proportionnelles aux trois nombres 32, 18 et 15. La comparaison de ces dépenses de temps et d'argent, telles que nous venons de les évaluer, ne doit cependant influer sur le choix des moyens de transport que dans l'hypothèse où les objets transportés seraient de la même nature. Dans le cas contraire, il faut avoir égard à l'augmentation de valeur que le transport leur fait acquérir, et considérer que la durée de ce transport doit décroître en raison de cette augmentation. Par cette considération, l'expression de *l'avantage spécifique* du moyen employé se réduit au rapport qui s'établit entre la différence de la valeur vénale de la marchandise, sur les lieux d'où elle provient, et sur les lieux où elle arrive, et la dépense que son transport occasionne. Il est évident, en effet, qu'à raison de cette différence, telle matière peut supporter un fret de 10 francs par tonneau, qui ne pourrait en supporter un de 30 ou 40. Or, cette réduction de fret n'exprime autre chose que la réduction de la force motrice à une moindre intensité.

Si des principes purement théoriques conduisent à conclure que le perfectionnement d'un moyen de transport quel-

conque consiste surtout à en augmenter la mobilité en le rendant plus léger, l'expérience d'un nation voisine, qui s'est occupée avant nous de ces objets d'économie publique, vient confirmer ces principes; des enquêtes parlementaires, faites avec les soins minutieux qui caractérisent ces actes, ont appris que le port moyen des 24 mille bâtiments de commerce dont les Anglais couvrent les mers n'est que de 100 tonneaux (1), et ils trouvent en cela un avantage qu'il est facile d'expliquer.

Les frais de transport par mer commencent en effet au moment même où le navire est mis en charge, et ils se prolongent jusqu'au moment où, rendu à sa destination, sa cargaison est entièrement débarquée. Ces frais se composent donc, non pas seulement de la dépense de la traversée, mais encore de celle qu'on est obligé de faire dans les ports, pendant le chargement et le déchargement des bâtiments; et comme la durée du séjour qu'ils y font est, toutes choses égales, proportionnelle à leur tonnage, on conçoit que, suivant le plus ou moins de facilité qu'on trouve à compléter leurs cargaisons, eu égard à la longueur du trajet qu'ils doivent faire, il devient souvent avantageux d'en réduire la capacité.

Ce que nous disons ici de la navigation maritime, doit s'entendre à plus forte raison de la navigation intérieure; car dans celle-ci, la dépense de force d'hommes ou de chevaux à l'aide de laquelle on opère le halage, s'accroît toujours avec la capacité des bateaux mis en mouvement, tandis que dans celle-là, le vent imprime gratuitement son impulsion aux grandes comme aux petites masses.

---

(1) Histoire critique et raisonnée de la situation de l'Angleterre, par M. de Montvéran; liv. I *du Commerce*, chap. X, tom. I, pag. 339.

En tenant compte de l'intérêt du capital employé à la construction d'un bâtiment de commerce quelconque, de la détérioration successive qu'il éprouve jusqu'à ce qu'il soit hors de service, de la durée de son chargement, de son voyage et de son déchargement à destination, un calcul rigoureux démontre que son tonnage doit croître comme le carré du chemin qu'il est destiné à parcourir; nous avons vu que la capacité moyenne des bâtiments de commerce de l'Angleterre, qui vont d'un bout du monde à l'autre, était de 100 tonneaux; celle des bateaux de la basse Seine est de 350, quand leur plus grande excursion ne peut s'étendre au-delà de 53 lieues. Voilà comment et pourquoi des denrées coloniales, expédiées de Rouen à Paris par ces énormes barques, ont été quelquefois plus long-temps sur la Seine entre ces deux villes, qu'elles n'avaient été sur l'Océan entre l'Amérique et l'Europe.

Cependant malgré l'accord dont se fortifient mutuellement l'expérience de nos voisins et la théorie dont nous venons d'exposer un essai, combien ne se rencontre-t-il pas parmi nous de personnes éclairées, qui, trompées par l'habitude de voir les ports de Paris encombrés de bateaux de trois à quatre cents tonneaux, se persuadent que la navigation sur nos rivières serait impraticable avec des bateaux plus petits! Cela vient de ce qu'ils n'évaluent le prix des transports que par l'argent qu'ils coûtent, et qu'ils oublient l'élément le plus précieux de la dépense qu'ils occasionnent; personne ne doute que le transport des dépêches ne se fît à bien meilleur marché par des voitures de roulage, que par les malles-postes : mais qui jamais s'aviserait de proposer une pareille économie?

En vain répétera-t-on que l'habitude de faire naviguer sur

la Seine des bateaux de 350 tonneaux, remonte aux premiers âges de la monarchie, et qu'on tenterait inutilement de rompre cette habitude.

C'était de semblables assertions qu'on opposait, il y a cinquante ans, à l'établissement des diligences qui remplacèrent, à cette époque, les anciennes messageries; le temps et la raison ont fait justice de toutes les objections qui s'élevèrent contre cette heureuse innovation: la circulation des voitures publiques est devenue plus active à mesure qu'on les a rendues moins pesantes; il s'est fait plus de voyages, parce qu'ils ont entraîné moins de perte de temps, et, par cela même, la concurrence des moyens offerts pour les effectuer les a rendus moins dispendieux.

Le bon sens nous porte naturellement à préférer, quand nous sommes les maîtres du choix, les moyens de transport les plus prompts; la réflexion nous en fait apercevoir les avantages; la science nous apprend à les évaluer avec précision.

Ne dissipez pas le temps, a dit Franklin, *car la vie en est faite.* Économiser le temps est aussi le but de toute industrie utile, et celle qui s'occupe de perfectionner les moyens de transport se montre en première ligne parmi les plus importantes; elle s'exerce en effet dans un champ sans limites, et le bien-être général s'accroît toujours par les développements qu'elle acquiert.

MÉMOIRE

SUR

LE NIVELLEMENT GÉNÉRAL DE LA FRANCE ET LES MOYENS DE L'EXÉCUTER.

PAR P. S. GIRARD.

Lu à l'Académie des Sciences, le 5 décembre 1825.

Si la surface de la terre était engendrée par la révolution d'une courbe régulière autour de son axe, il suffirait, pour déterminer les positions respectives des divers points qui y sont placés, de mesurer leurs distances aux deux intersections de cette surface par les plans de son équateur, et de l'un quelconque de ses méridiens.

Ainsi les géographes, ayant regardé la terre comme parfaitement sphérique, ont déterminé la position d'un lieu quelconque par sa longitude et sa latitude, c'est-à-dire par l'intersection de deux arcs de cercle, dont l'un est l'arc du méridien compris entre ce lieu et l'équateur, et l'autre un arc de parallèle compris entre le lieu dont il s'agit et l'un des méridiens supposé fixe.

Ces deux coordonnées circulaires se coupant à angles droits sur la surface terrestre, l'on voit que le procédé des

géographes pour déterminer la position d'un lieu quelconque de la terre, est le même que celui par lequel on détermine ordinairement la position d'un point sur un plan.

Mais ce procédé, qui remplirait complètement l'objet des géographes, si le sphéroïde terrestre était régulier, cesse d'être rigoureux, lorsqu'on veut avoir égard aux irrégularités et aux protubérances dont la surface de ce sphéroïde est couverte.

La position d'un lieu quelconque dépend, en effet, dans cette hypothèse, d'une troisième coordonnée, que l'on peut supposer perpendiculaire aux deux autres à leur point d'intersection.

Cette troisième coordonnée doit donc être prise sur la verticale du lieu dont on veut déterminer la position, et comptée depuis ce lieu jusqu'à sa rencontre, avec une surface de révolution engendrée autour de l'axe terrestre par une courbe connue.

Or, on sait que si notre globe était enveloppé d'une couche fluide, la surface de cette couche, en faisant abstraction de toute autre force que de la pesanteur terrestre, serait celle d'un solide de révolution dont la surface moyenne des mers dans leur état actuel représente une partie; il paraît donc convenable de choisir, pour la troisième coordonnée dont il s'agit, la portion de la verticale d'un lieu quelconque, comprise entre ce lieu et la surface moyenne des mers que l'on supposerait pénétrer le globe et s'étendre sous les continents.

Nous disons que ce choix paraît convenable, parce qu'en effet on pourrait déterminer la position d'un point quelconque de la surface de la terre, en adoptant tout autre système de coordonnées, en rapportant, par exemple, la posi-

tion de ce point à trois plans rectangulaires entre eux : mais, outre l'avantage d'une simplicité beaucoup plus grande dans l'expression des coordonnées circulaires, elles offrent encore l'avantage d'être généralement adoptées ; car les cartes géographiques dressées jusqu'à présent, peuvent être considérées comme la projection des continents et des îles sur la surface moyenne de l'Océan, de sorte qu'il ne reste, pour compléter la géographie, qu'à ajouter à la latitude et à la longitude de tous les points de la terre, la hauteur verticale dont ils sont élevés au-dessus de cette surface moyenne.

Ces hauteurs verticales étant supposées connues, il serait facile de les indiquer par des chiffres sur des cartes déja dressées ; réunissant alors sur ces cartes tous les points qui se trouveraient situés à la même hauteur verticale par des polygones ou des courbes fermées, on pourrait y tracer une suite de lignes qui représenteraient l'intersection de la surface terrestre par autant de surfaces horizontales.

Ces courbes de niveau pourraient être supposées élevées verticalement les unes au-dessus des autres, d'une quantité déterminée, qu'il conviendrait de fixer d'après l'échelle de la carte sur laquelle elles seraient tracées.

Il est évident que ces lignes représenteraient le contour des côtes de la mer, si l'on supposait que son niveau moyen vînt à s'élever successivement aux mêmes hauteurs qu'elles indiqueraient.

L'idée d'employer ce moyen pour exprimer sur les cartes le relief des diverses contrées de notre globe, paraît avoir été émise pour la première fois par M. Ducarla, qui la soumit à l'Académie des Sciences en 1771, et qui la développa dans un Mémoire sur la géographie physique, imprimé à Genève

en 1780. Deux ans après, M. Dupaintriel dressa, d'après l'idée de Ducarla, une carte hydrographique de la France, que notre savant confrère M. Lacroix a citée dans son *Introduction à la géographie de Pinkerton*. Malheureusement, faute des matériaux nécessaires, cette carte ne présente que l'ébauche d'un travail dont l'étendue exige une réunion de moyens qui ne peut se trouver à la disposition d'un simple particulier, quelque zélé qu'il soit pour les progrès de la science.

Depuis ce temps-là, nos plus illustres géomètres et nos observateurs les plus habiles ayant fait de l'application du baromètre à la mesure des hauteurs un moyen rigoureux de les déterminer, on a recueilli, dans toutes les régions de la terre, une multitude de côtes à l'aide desquelles on peut maintenant tracer le profil vertical des principales chaînes de montagnes qui traversent nos continents.

L'importance incontestable de ces premières données rend manifeste la nécessité de leur en ajouter de nouvelles; c'est dans cette intention que la Société de géographie avait proposé pour sujet d'un prix qu'elle a décerné au commencement de cette année, de « déterminer la direction des chaînes « de montagnes de l'Europe, leurs ramifications et leurs élé- « vations respectives. » Le rapport qui a été fait à cette société par M. le baron de Férussac, sur les pièces envoyées au concours, présente, de la manière la plus complète, l'état actuel de nos connaissances sur cette branche de la géographie physique. Près de quatre mille observations constatent aujourd'hui l'élévation des plus hautes sommités de la terre au-dessus du niveau de l'Océan. Mais l'auteur de ce rapport, sans dissimuler les difficultés du travail auquel il faut encore se

livrer, s'est particulièrement attaché à faire sentir combien un nouveau travail servirait avantageusement aux progrès de l'hydrographie, de la géographie politique, de l'art militaire, de la géologie, et généralement de toutes les parties de l'histoire naturelle.

En entrant dans une recherche aussi vaste que celle du relief de la surface des continents, il est naturel que l'attention se porte d'abord et de préférence sur les points les plus saillants de ce relief; cependant, si, mettant à part ce qui est essentiellement du domaine des sciences naturelles, l'on considère que les hautes montagnes du globe sont presque toujours sans habitants, tandis que la population s'est fixée le long des fleuves, et que les siéges principaux de la civilisation se trouvent établis sur les plateaux et dans les vallées, on s'aperçoit bientôt que les besoins de la vie sociale réclament moins souvent la détermination du relief des plus hautes montagnes qu'ils ne réclament la détermination de l'élévation à laquelle se trouvent placés, les uns par rapport aux autres, les lieux habités dans les plaines, soit qu'on veuille en approprier les productions au climat, soit qu'il s'agisse d'établir entre ces lieux divers des communications faciles.

C'est donc sur le relief et la configuration des bassins auxquels les chaînes de montagnes servent de limites, qu'il importe maintenant d'appeler l'attention.

Or, toutes les opérations nécessaires pour déterminer ce relief et cette configuration se réduisent évidemment à une série de nivellements faits dans certaines directions.

On serait peut-être embarrassé sur le choix de ces directions, si la nature elle-même ne les avait pas indiquées par les lignes de plus grande pente, que tracent, sur la sur-

face terrestre, les grands fleuves, les rivières, et leurs affluents.

Les directions de ces cours d'eau indiquent, en effet, dans les vallées qu'ils parcourent, les lignes de plus grande pente de ces vallées; car, si l'on pouvait y tracer quelque autre ligne suivant laquelle les eaux eussent la faculté de s'écouler plus promptement à la mer, ou dans le réservoir où elles se rendent, ce serait évidemment cette ligne qu'elles auraient suivie.

En prenant ainsi pour base des opérations qu'il s'agit d'entreprendre, les nivellements faits le long des cours d'eau qui sillonnent, sur nos continents, les bassins de tous les ordres, on obtiendra l'avantage d'assigner immédiatement la plus grande pente longitudinale de chacune des vallées où ils coulent, et l'avantage non moins précieux de pouvoir porter sur les cartes, déja dressées, de ces cours d'eau, les côtes de nivellement auxquelles on sera parvenu.

Afin de procéder avec ordre dans le nivellement des bassins d'une région quelconque, on commencera par assigner la pente de la surface du fleuve principal qui la traverse, à partir de la source de ce fleuve jusqu'à son embouchure; et comme la hauteur de ses eaux doit varier suivant les saisons, il faudra la rapporter à la même surface de niveau à la même époque, et, s'il était possible, le même jour de l'année.

Les côtes du nivellement, à l'aide duquel on aura déterminé la pente d'un fleuve principal, ayant été écrites sur la carte, aux points de ce fleuve auxquels elles appartiennent, on passera dans les bassins secondaires, où l'on déterminera la pente des principales rivières dont ce fleuve reçoit les eaux, et l'on portera aussi sur la carte les côtes de ces nivellements. On passera de ces bassins secondaires dans les

bassins tertiaires de leurs affluents, de ceux-ci dans les vallées supérieures qui y débouchent, et ainsi de suite jusqu'au pied des montagnes dont le bassin principal est entouré.

Toutes ces opérations étant ainsi achevées méthodiquement, la carte du bassin principal se trouvera couverte de côtes plus ou moins nombreuses. Joignant enfin toutes les côtes de même hauteur par des lignes droites menées d'un vallon dans l'autre, on obtiendra le tracé d'une suite de polygones dont tous les angles, situés sur des cours d'eau différents, seront compris dans une même surface horizontale.

Plus tard, il sera facile de tracer de semblables polygones sur les crêtes qui séparent les bassins limitrophes; mais cette opération, moins pressante que celles qui viennent d'être indiquées sur les cours d'eau, doit être ajournée jusqu'à l'époque où la configuration hydrographique et le relief des bassins principaux, secondaires, tertiaires, etc., seront parfaitement déterminés.

Je ne sais si l'on a recueilli, chez quelque nation de l'Europe, les matériaux d'une carte hydrographique telle que je viens d'essayer d'en donner l'idée; la publication de ces matériaux serait le premier pas à faire dans la recherche que nous provoquons.

Le profil longitudinal de la Brenta, rivière de l'état vénitien, est connu par les plus anciennes observations de ce genre qui nous soient parvenues. Elles datent de l'année 1506, et sont dues au célèbre frère Joconde, religieux dominicain, aussi savant ingénieur hydraulique qu'habile architecte. C'est le même qui, au commencement du XVIe siècle, fut appelé à Paris, où il dirigea la construction du pont Notre-Dame, et que plus tard, après la mort du Bra-

mante, Léon X fit venir à Rome pour conduire les travaux de la basilique de S.-Pierre.

Le profil de la Brenta, dont il est question ici, se trouve dans les mémoires historiques de Bernardin Zendrini, sur les lagunes de Venise, ouvrage publié à Padoue en 1811.

A l'exception de quelques nivellements partiels du Pô, de l'Adige et du Reno, rapportés sans indication graphique dans le traité du père Frisi sur les torrents et les rivières; du nivellement de la Ninfa et de quelques autres cours d'eau cités par M. de Prony, dans son bel ouvrage sur les Marais-Pontins; enfin du nivellement du Tibre, indiqué sur une nouvelle carte des États-Romains, qui a paru en 1820, et que M. Coquebert de Montbret a bien voulu me communiquer; à l'exception, dis-je, de ces observations détachées, les Italiens, nos premiers maîtres en hydraulique, n'ont rien publié qui puisse servir à dresser la carte hydrographique de leur pays, quoiqu'ils aient recueilli sur le régime de leurs fleuves, des faits assez nombreux pour en avoir déduit depuis long-temps la loi générale du décroissement de leurs pentes, depuis leur source jusqu'à leur embouchure.

Le comte Marsigli, auquel on doit sur la Potomographie du Danube un grand ouvrage en 6 vol. in-fol., n'a donné aucun profil longitudinal de ce fleuve.

La Prusse est de toutes les contrées de l'Allemagne celle où l'on paraît s'être le plus occupé du nivellement des cours d'eau qui la traversent. J'ai reçu de Berlin, il y a déja quelques années, celui du cours de l'Oder, depuis la ville de Kosel en Silésie, jusqu'à la mer Baltique, sur un développement de 160 lieues de 25 au degré; mais ce profil longitudinal d'un des grands fleuves de l'Europe est encore inédit.

Il en est de même de la presque totalité des opérations de ce genre qui ont été exécutées en France; les nivellements que firent sur la Seine et sur la Loire, il y a environ 150 ans, MM. Picard et Roemer, membres de l'Académie des Sciences, lorsqu'il était question d'amener des eaux à Versailles, sont, pour ainsi dire, les seuls dont les résultats aient été rendus publics. Cependant, depuis cette époque, il est hors de doute que beaucoup d'ingénieurs civils et militaires ont été appelés à déterminer par des nivellements la pente de certains cours d'eau, et il ne faudrait probablement qu'extraire leurs travaux des archives où ils peuvent être ensevelis, pour les faire servir à l'objet dont j'ai l'honneur d'entretenir l'Académie.

Au surplus, ne fussions-nous possesseurs d'aucuns matériaux recueillis anciennement, la France est encore celui de tous les états de l'Europe, qui, par l'organisation de son administration intérieure, offre le plus de facilités pour rassembler les éléments les plus nombreux d'une carte hydrographique dans le délai le plus court, et avec le plus de certitude de succès.

Déja, en effet, l'indication du relief de notre territoire est prescrite comme une opération indispensable dans la levée de la nouvelle carte de France, que l'on dresse au Dépôt général de la guerre, conformément à une ordonnance royale du 11 juin 1817. Les instructions données à cet effet par une commission spéciale formée d'ingénieurs attachés aux différents services publics, portent que l'on déterminera les différences de niveau des points les plus remarquables du terrain que l'on aura à figurer; ces instructions ont été rigoureusement suivies. Les hauteurs respectives d'une multitude de points

immuables au-dessus du niveau de la mer sont maintenant déterminées par des opérations trigonométriques, et ces hauteurs sont consignées dans des registres dont le Dépôt de la guerre publiera des extraits. Ces points, disséminés sur toute l'étendue de la France, sont autant de repères auxquels il sera aisé de rapporter les nivellements des cours d'eau que nous proposons d'entreprendre.

La France est divisée en cinq grands bassins principaux, ceux du Rhin, de la Seine, de la Loire, de la Gironde et du Rhône; chacun de ces grands fleuves est évidemment la ligne de plus grande pente de la partie la plus profonde de la vallée où ils coulent; le nivellement de cette ligne sera donc la première base des opérations successives qui doivent servir à dresser la carte hydrographique de notre territoire. Il ne s'agira, en effet, pour y parvenir, que d'effectuer de la même manière le nivellement des affluents des cinq grands fleuves que nous venons de désigner. On passera des bassins secondaires de ces affluents au nivellement des rivières et ruisseaux du troisième ordre, du quatrième, du cinquième, etc., suivant l'indication même qui en est donnée par les cartes déja dressées.

Il ne reste plus qu'à savoir à quels agents sera confiée l'exécution du nivellement général de la France, pour remplir en même temps les conditions de l'exactitude, de la célérité et de l'économie qui peuvent en assurer le succès; or ce nivellement général, eu égard aux diverses lignes sur lesquelles il doit s'étendre, se divise naturellement en deux classes d'opérations.

La première comprendra les nivellements de tous les cours d'eau des différents bassins, c'est-à-dire des lignes de plus

grande pente tracées au fond de chacun d'eux. La seconde comprendra le nivellement des lignes tracées à travers les terrains plus ou moins élevés qui servent de limites à ces bassins, et dont les extrémités se trouveront dans la même surface de niveau.

La première classe d'opérations formera, à proprement parler, le nivellement hydrographique de la France; la seconde en formera le nivellement minéralogique. C'est, en effet, dans le massif des terrains élevés qui divisent les différents bassins, que se trouvent les carrières de toute espèce, et qu'on exploite les diverses substances qui constituent la richesse minérale de notre sol.

Il existe en France deux corps d'ingénieurs, que leurs fonctions spéciales appellent séparément à utiliser nos cours d'eau, et à diriger l'exploitation de nos mines.

Les ingénieurs des ponts-et-chaussées sont en effet chargés de tous les travaux hydrauliques qui ont pour objet, soit d'accroître ou d'améliorer les produits de l'agriculture, soit de vivifier l'industrie, soit d'étendre et de faciliter le commerce. Rien n'est donc plus important pour eux que de connaître exactement l'hydrographie des départements où ils sont placés.

Les ingénieurs des mines sont, de leur côté, intéressés à acquérir, sur le relief des terrains où les minéraux de toute nature sont exploités, les notions les plus exactes; c'est évidemment à ces deux corps d'ingénieurs qu'il appartient, par les divers motifs que nous avons exposés, de concourir à l'exécution du nivellement général de la France. Ainsi, à tous les services qu'ils rendent journellement, viendra s'ajouter celui de coopérer à un travail de la plus haute utilité, et dont la

mise à perfection, par leurs soins, fonderait en leur faveur des titres nouveaux à la reconnaissance publique.

Puisque les nivellements hydrographiques de nos bassins doivent être exécutés les premiers, je vais essayer, en suivant la marche naturelle des opérations, et en les appliquant à un cas particulier, de montrer comment, et avec quelle facilité, MM. les ingénieurs des ponts-et-chaussées pourraient fournir les résultats du travail qui leur serait confié.

Nous n'avons pas besoin de dire que la théorie et la pratique du nivellement forment une branche essentielle de l'instruction qu'ils reçoivent; que, par conséquent, on devra d'autant plus compter sur l'exactitude de leurs travaux, que l'usage des instruments dont ils devront se servir leur est plus familier: mais il convient peut-être de rappeler qu'en choisissant la saison la plus favorable, un observateur exercé peut aisément exécuter quatre ou cinq kilomètres de nivellement par jour, surtout quand la ligne qu'il s'agit de niveler est déterminée d'avance par la direction d'un cours d'eau. Il n'est sans doute aucun ingénieur qui ne puisse consacrer quelques jours de l'année au nivellement du fleuve ou de la rivière qui traverse son arrondissement; ajoutons que, disséminés par la nature même de leurs fonctions ordinaires sur les différents points où ils devront opérer, ils s'y trouvent munis d'avance des instruments nécessaires, et secondés des agents qu'ils pourraient avoir besoin d'employer.

Prenons pour exemple le travail à faire dans le bassin de la Loire, dont le cours est très-étendu.

Il traverse, comme on sait, les départements de la *Haute-Loire*, de la *Loire*, de *Saône-et-Loire*, de la *Nièvre*, du *Loiret*, de *Loir-et-Cher*, d'*Indre-et-Loire*, de *Maine-et-Loire*,

enfin de la *Loire-Inférieure*. MM. les ingénieurs en chef de ces départements pourraient aisément fournir, dès la fin d'une première campagne, le nivellement de la portion du fleuve comprise dans leurs attributions. Trente ingénieurs ordinaires sont en effet employés aujourd'hui dans ces neuf départements; et comme le développement total de la Loire est d'environ 90 myriamètres, il est clair que si on le suppose partagé également entre trente observateurs, il ne restera à exécuter que 3 myriamètres de nivellement par chacun d'eux, et cette opération n'exigera que six ou huit jours de travail au plus.

La division du cours de la Loire, en parties égales, entre les différents ingénieurs chargés d'en déterminer la pente dans chaque département, n'est sans doute pas admissible; mais si, pendant la première année, ce travail est inégalement réparti dans le bassin principal, les ingénieurs qui en auront la moindre longueur à parcourir, auront à exécuter l'année suivante un plus grand développement de nivellement sur quelque affluent secondaire.

Il nous suffit d'indiquer ici la durée totale de l'opération entre les deux extrémités du bassin, sauf à réduire encore cette durée en augmentant convenablement le nombre des observateurs. Or il ne peut y en avoir moins de neuf, puisqu'il y en aura au moins un dans chacun des neuf départements qui sont traversés par le fleuve; si donc on fixe à 5 kilomètres la longueur moyenne de son cours qu'un seul observateur puisse niveler dans un jour ordinaire de travail, il est évident qu'il ne faudra que 20 jours pour niveler son cours entier.

Le nivellement du bassin de la Loire, sur la ligne de plus

grande pente, menée de la source de ce fleuve à son embouchure, serait donc bien certainement terminé en moins d'une seule campagne. On peut affirmer la même chose des nivellements qui seraient entrepris simultanément dans les bassins du Rhin, de la Seine, de la Gironde et du Rhône, et dans ceux du second ordre, de l'Escaut, de la Somme, de l'Orne, de la Vilaine, de la Charente, de l'Adour et de l'Hérault. En suivant cette marche, on aura obtenu, comme on voit, dès la fin de la première année, les grandes bases du système hydrographique de notre territoire; on y rattachera, l'année suivante, les nivellements des bassins secondaires; la troisième année, on y réunira les nivellements des affluents tertiaires, et ainsi de suite jusqu'aux moindres ruisseaux, de sorte que notre carte hydrographique se trouverait complètement achevée vers la cinquième ou la sixième année de l'entreprise.

Ce serait alors que l'on tracerait sur la nouvelle carte de France, et provisoirement sur la carte de Cassini, les polygones de niveau, dont nous avons déja parlé.

Les côtés de ces polygones, menés d'un bassin dans le bassin contigu, représenteront sur la carte la projection d'autant de lignes tracées à la surface des sommités qui servent de limites à ces bassins. Les nivellements de ces lignes rentrent naturellement dans les attributions de MM. les ingénieurs des mines, et il leur suffira d'un petit nombre d'années pour les effectuer à l'aide d'opérations barométriques.

Le nombre des ingénieurs employés dans les deux services, qui pourront coopérer au nivellement général de la France, est de plus de cinq cents: aussi ne croyons-nous pas nous flatter en bornant à un intervalle de huit ou dix ans au plus, le temps nécessaire à l'achèvement de la carte qui indiquerait le

relief des diverses contrées de notre territoire, au-dessus de la surface moyenne de l'Océan. Fallût-il, au surplus, plus de temps que nous ne le supposons ici pour mettre ce grand travail à perfection, ce serait, non pas un motif d'y renoncer, mais plutôt une raison pour se hâter de l'entreprendre; car, du moment même où les opérations auront été commencées, leurs résultats seront autant de faits positifs, dont la connaissance, jetant de nouvelles lumières sur la géographie et les sciences naturelles, contribuera nécessairement à leurs communs progrès.

Nous n'ignorons pas que, malgré tous les soins qu'on peut apporter dans l'exécution d'un nivellement de quelque étendue, sa vérification est toujours une opération utile. Celle du nivellement général de la France, tel que nous proposons de l'exécuter, pourra être faite autant de fois et en telles circonstances qu'on le jugera à propos. Il suffira de charger les ingénieurs nouvellement placés de répéter, dans les départements où ils seront envoyés, les observations de leurs prédécesseurs sur l'exactitude desquels on aurait conçu quelques doutes.

Afin de prévenir toute objection qui pourrait être faite contre l'opinion que je viens d'émettre, sur la facilité et la promptitude avec lesquelles MM. les ingénieurs des ponts-et-chaussées et des mines parviendraient de concert à dresser la carte de relief dont il s'agit, je vais citer un fait péremptoire. A l'époque où l'on ouvrit la majeure partie de nos grandes routes, M. de Trudaine, secondé par M. Perronet, fit lever le plan de chacune d'elles, depuis son origine jusqu'aux frontières; il fallait joindre au plan de la route proprement dite, celui du territoire qui la borde à trois ou quatre cents toises de distance, de chaque côté; pour peu que la ré-

flexion s'arrête sur un pareil travail, on reconnaît bientôt qu'il devait exiger beaucoup plus de temps que n'en exigera un simple nivellement, fait sur des directions déterminées d'avance; et cependant, MM. les ingénieurs et élèves des ponts-et-chaussées, employés à dresser ces itinéraires, en levaient cinq ou six lieues de longueur chaque mois. C'est ainsi que cette utile opération topographique, achevée en un petit nombre d'années, a fourni jusqu'à présent, sur la statistique de nos grandes routes, les plus précieux documents.

En appelant l'attention de l'Académie sur la géographie physique de la France, il était moins nécessaire d'insister sur la haute importance des travaux auxquels il faut encore se livrer, pour la rendre complète, que d'indiquer comment on obtiendra de ces travaux, les plus prompts et les meilleurs résultats. Nous l'avons dit: il suffira, pour cela, de les confier à des hommes également capables d'en apprécier les avantages par leur position sociale, et d'en assurer le succès par l'application de leur savoir. Énoncer ces conditions du choix à faire des coopérateurs dont nous provoquons la réunion, c'était désigner, de la manière la plus claire, MM. les ingénieurs des ponts-et-chaussées et des mines; car où trouver plus de talents et de lumières réunis à plus de zèle et d'activité?

Il faudra sans doute réclamer, dans cette circonstance, de l'administration publique, l'intervention d'une bienveillance éclairée; mais le magistrat qui a développé des vues si éminemment utiles à la prospérité nationale, dans l'important rapport fait au Roi en 1820 sur la navigation intérieure de la France, ne peut manquer d'accueillir l'idée d'une carte hydrographique, qui, rendant désormais plus facile la rédac-

tion des nombreux projets de communication qui restent à ouvrir, en facilitera aussi l'examen, puisqu'elle fournira les données les plus précises sur la configuration de notre sol. Les éléments épars qu'il a fallu coordonner pour rédiger la statistique de nos grandes routes, que M. le directeur général des ponts-et-chaussées et des mines a fait publier l'année dernière, étaient bien plus difficiles à rassembler que les observations graphiques, dont ses encouragements peuvent accélérer l'achèvement, en faisant naître une honorable émulation parmi les hommes distingués qui devront les recueillir.

Quand un esprit général d'investigation se manifeste dans toutes les régions du globe, quand le flambeau des sciences s'allume ou se ranime partout, il n'est pas permis de douter que le travail, dont je viens de tracer l'esquisse, ne soit bientôt entrepris chez quelque nation de l'Europe.

Qu'il nous soit du moins permis d'espérer que la France, où l'on a pour la première fois établi, sur une base invariable, un système de mesure universelle, et où l'on exécute aujourd'hui les plus beaux travaux géodésiques qui aient jamais été conçus, donnera encore le premier exemple d'une opération qui, en complétant la géographie physique, fournira d'innombrables faits à la géologie et à toutes les branches de l'histoire naturelle qui s'y rattachent.

SECOND MÉMOIRE

SUR

L'APPLICATION DU CALCUL DES RÉSIDUS AUX QUESTIONS DE PHYSIQUE MATHÉMATIQUE (1).

PAR M. AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY.

Lu à l'Académie des Sciences, le 17 septembre 1827.

J'AI montré dans divers Mémoires comment on peut déterminer par le calcul des résidus les constantes arbitraires et les fonctions arbitraires que comportent les intégrales générales des équations linéaires différentielles ou aux différences partielles, et dans l'un de ces Mémoires j'ai indiqué un moyen général de développer une fonction de x en une série d'exponentielles dont les exposants soient respectivement proportionnels aux diverses racines d'une équation transcendante. Cette dernière question, qui se représente sans cesse dans la physique mathématique, avait été résolue dans des cas particuliers, à l'aide d'intégrations par parties. J'ai fait voir comment on pouvait étendre à un plus grand nombre de cas la méthode déja employée par les géomètres, et en même temps j'ai déduit du calcul des résidus une solu-

(1) Un premier Mémoire sur le même sujet, a été imprimé séparément et publié en février 1827.

tion générale et rigoureuse de la même question, dans un Mémoire publié en février 1827. Cette solution exige seulement 1° que la fonction qui forme le premier membre de l'équation transcendante puisse se partager en deux parties, dont le rapport soit nul pour des valeurs infinies positives de la variable *r* comprise dans cette fonction, et infini pour de des valeurs infinies négatives de la même variable, 2° que le rapport de la première ou de la seconde partie à la fonction totale, étant multiplié par une certaine exponentielle, il en résulte un produit qui s'évanouisse pour des valeurs infinies mais réelles de *r*, et dont le quotient par *r* s'évanouisse encore pour des valeurs infinies réelles ou imaginaires de la même variable. Comme ces conditions, lorsqu'il est possible d'y satisfaire, peuvent être remplies d'une infinité de manières, la question admet une infinité de solutions diverses; ce qu'il était facile de prévoir, attendu qu'il existe une multitude de séries d'exponentielles dont la somme est égale à zéro. Au reste on peut encore résoudre la question que je viens de rappeler, à l'aide de plusieurs autres méthodes. L'une de ces méthodes est celle que M. Brisson vient d'exposer dans un Mémoire, présenté le 27 août dernier, mais auquel il travaillait depuis long-temps. Elle consiste à généraliser la formule qui fournit l'intégrale d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants, et de l'ordre n, entre x et y, quand on connaît les valeurs de y, y', y'',... $y^{(n-1)}$ correspondantes à une valeur particulière x_0 de la variable x. Cette formule qui se déduit aisément de l'analyse employée par Lagrange dans les Mémoires de l'Académie de Berlin pour l'année 1775, peut subir diverses métamorphoses, après lesquelles elle devient, quand on suppose

$x = \infty$, éminemment propre au développement d'une fonction en série d'exponentielles. Alors, en effet, la variable principale y se trouve représentée par une semblable série ; et, si la généralisation de la formule dont il s'agit est légitime, y doit se réduire à une fonction qui reçoive, avec ses dérivées successives, les valeurs particulières données pour $x = x_0$. Toutefois il importe d'observer, 1° qu'il existe une infinité de fonctions propres à remplir cette dernière condition, 2° que la formule établie pour des valeurs finies de x, peut devenir inexacte dans le passage du fini à l'infini. Ces difficultés disparaissent devant une quatrième méthode qui a toute la rigueur des deux premières, et s'applique non-seulement au développement des fonctions en exponentielles, mais encore à une multitude de questions du même genre. Cette dernière méthode qui se déduit immédiatement du calcul des résidus, est fondée sur le principe dont j'ai déja fait usage pour déterminer les constantes abstraires comprises dans les intégrales des équations différentielles. Pour la faire mieux saisir, je commencerai par résoudre la question suivante :

1er Problème. *Soient* $F(r)$ *et* $f(x, y, \ldots r)$, *deux fonctions de* r *et de* $x, y, \ldots$ *qui restent finies l'une et l'autre pour des valeurs finies de* r; ρ *une constante déterminée, et* r_1, r_2, *etc., les racines de l'équation algébrique ou transcendante*

(1) $$F(r) = 0.$$

On propose de développer la fonction $f(x, y, \ldots \rho)$ *en une série de la forme*

(2) $$f(x, y, \ldots \rho) = R_1 f(x, y, \ldots r_1) + R_2 f(x, y, \ldots r_2) + \text{etc.},$$

$R_1, R_2, \ldots$ *étant des fonctions semblables des racines* $r_1, r_2, \ldots$

Solution. Pour résoudre le problème qu'on vient d'énoncer, il suffira évidemment de trouver une fonction $\varphi(r)$ qui demeure finie elle-même pour des valeurs finies de r, et qui soit propre à vérifier l'équation

$$(3)\qquad f(x,y,\ldots\rho)=\mathcal{E}\frac{\varphi(r)f(x,y,\ldots r)}{((F(r)))}.$$

Or on a identiquement

$$(4)\qquad f(x,y,\ldots\rho)=\mathcal{E}\frac{f(x,y,\ldots r)}{((r-\rho))},$$

et par suite l'équation (3) pourra être réduite à

$$(5)\qquad \mathcal{E}\frac{f(x,y,\ldots r)}{((r-\rho))}=\mathcal{E}\frac{\varphi(r)f(x,y,\ldots r)}{((F(r)))},$$

ou, ce qui revient au même, à

$$(6)\qquad \mathcal{E}\frac{(r-\rho)\varphi(r)-F(r)}{(((r-\rho)F(r)))}f(x,y,\ldots r)=0.$$

Or, si l'on pose

$$(7)\qquad (r-\rho)\varphi(r)-F(r)=\chi(r),$$

on en tirera

$$(8)\qquad \varphi(r)=\frac{F(r)+\chi(r)}{r-\rho},$$

et pour que la fonction $\varphi(r)$ reste finie tant que la variable r l'est elle-même, il faudra que l'on ait

$$(9)\qquad F(\rho)+\chi(\rho)=0,$$

et par suite

$$\varphi(r)=\frac{F(r)-F(\rho)}{r-\rho}+\frac{\chi(r)-\chi(\rho)}{r-\rho},$$

ou, ce qui revient au même,

$$(10)\qquad \varphi(r)=\frac{F(r)-F(\rho)}{r-\rho}+\psi(r),$$

$\psi(r)$ désignant une fonction qui ne devienne pas infinie pour des valeurs finies de la variable. Si l'on adopte la valeur précédente de r, la formule (6) deviendra

$$(11)\qquad \mathcal{E}\frac{F(\rho)-(r-\rho)\psi(r)}{(((r-\rho)\,F(r)))}f(x,y,\ldots r)=0,$$

et, si l'on suppose en particulier $\psi(r)=0$,

$$(12)\qquad \varphi(r)=\frac{F(r)-F(\rho)}{r-\rho},$$

elle se trouvera réduite à

$$(13)\qquad F(\rho)\,\mathcal{E}\frac{f(x,y,\ldots r)}{(((r-\rho)F(r)))}=0.$$

Or, cette dernière se trouvera vérifiée, pour les systèmes de valeurs des variables $x, y, \ldots$ compris entre certaines limites, si entre ces limites le rapport

$$(14)\qquad \frac{f(x,y,\ldots r+s\sqrt{-1})}{F(r+s\sqrt{-1})}$$

s'évanouit pour des valeurs infinies positives ou négatives de l'une des variables r, s, et si le quotient de ce rapport par $r+s\sqrt{-1}$ s'évanouit lui-même pour des valeurs infinies et réelles de r et de s. Donc alors l'équation (3) sera vérifiée par la valeur de $\varphi(r)$ que détermine la formule (12), et l'on aura, en supposant les variables $x, y, \ldots$ renfermées entre les limites dont il s'agit,

$$(15)\qquad f(x,y,\ldots\rho)=\mathcal{E}\frac{F(r)-F(\rho)}{r-\rho}\;\frac{f(x,y,\ldots r)}{((F(r)))}.$$

Corollaire 1[er]. Si l'on pose en particulier

$$\mathrm{f}(x, y, \ldots r) = e^{rx},$$

la formule (15) donnera

$$(16) \qquad e^{\rho x} = \mathcal{E} \frac{\mathrm{F}(r) - \mathrm{F}(\rho)}{r - \rho} \frac{e^{rx}}{((\mathrm{F}(r)))}.$$

Cette dernière équation suppose que le rapport

$$(17) \qquad \frac{e^{(r+s\sqrt{-1})x}}{\mathrm{F}(r+s\sqrt{-1})}$$

s'évanouit pour des valeurs infinies et réelles, positives ou négatives de l'une des variables r, s, et que le quotient du même rapport par $r + s\sqrt{-1}$ s'évanouit pour des valeurs infinies et réelles de r et de s. La première condition sera remplie en particulier, si le rapport

$$(18) \qquad \frac{e^{rx}}{\mathrm{F}(r)}$$

s'évanouit pour des valeurs infinies et réelles, positives ou négatives, de la variable r.

Corollaire 2. L'équation (15) peut être présentée sous différentes formes, entre lesquelles on doit distinguer la suivante :

$$(19) \qquad \mathrm{f}(x, y, \ldots \rho) = \mathcal{E} \frac{\mathrm{f}(x, y, \ldots r) \int_0^1 \mathrm{F}'[r + \lambda(\rho - r)]\, d\lambda}{((\mathrm{F}(r)))}.$$

En posant $\mathrm{f}(x, y, \ldots r) = e^{rx}$, on aura

$$(20) \qquad e^{\rho x} = \mathcal{E} \frac{e^{rx} \int_0^1 \mathrm{F}'[r + \lambda(\rho - r)]\, d\lambda}{((\mathrm{F}(r)))}.$$

Je passe maintenant à la solution d'un second problème dont voici l'énoncé.

2e Problème. *Les mêmes choses étant posées que dans le problème* 1er, *et* $u=f(x, y, z \ldots)$ *désignant une fonction quelconque des variables* $x, y, z, \ldots$ *on propose de développer cette fonction en une série semblable à celle que renferme l'équation* (2).

Solution. Pour ramener ce problème au précédent, il suffit de transformer la fonction u en une intégrale de la forme

(21) $$u=\Sigma\varphi(\rho)\,\mathrm{f}(x,y,\ldots\rho),$$

ou

(22) $$u=\int_{\rho_0}^{\rho_1}\varphi(\rho)\,\mathrm{f}(x,y,\ldots\rho)\,d\rho.$$

En effet, après avoir effectué cette transformation, on tirera immédiatement des formules (19) et (21) ou (22)

(23) $$u=\mathcal{E}\,\mathrm{f}(x,y,\ldots r)\frac{\Sigma\varphi(\rho)\int_0^1 F'[r+\lambda(\rho-r)]\,d\lambda}{((F(r)))},$$

ou bien

(24) $$u=\mathcal{E}\,\mathrm{f}(x,y,\ldots r)\frac{\int_{\rho_0}^{\rho_1}\int_0^1\varphi(\rho)F'[r+\lambda(\rho-r)]\,d\lambda\,d\rho}{((F(r)))}.$$

Concevons en particulier qu'il s'agisse de transformer la fonction

$$u=f(x)$$

en une série de la forme

$$R_1 e^{r_1 x}+R_2 e^{r_2 x}+\ldots,$$

$r_1, r_2, \ldots$ étant les racines de $F(r) = 0$. On observera d'abord qu'on a généralement

$$(25) \qquad f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\alpha(x-\mu)\sqrt{-1}} f(\mu)\, d\alpha\, d\mu.$$

De plus, on tirera de l'équation (20)

$$(26) \qquad e^{\alpha x \sqrt{-1}} = \mathcal{E} \frac{\int_0^1 F'[r + \lambda(\alpha\sqrt{-1} - r)]\, d\lambda}{((F(r)))} e^{rx}.$$

On aura donc par suite

$$(27) \quad f(x) = \frac{1}{2\pi} \mathcal{E} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 e^{-\alpha\mu\sqrt{-1}} F'[r + \lambda(\alpha\sqrt{-1} - r)] . f(\mu)\, d\lambda\, d\alpha\, d\mu}{((F(r)))} e^{rx},$$

ou, ce qui revient au même,

$$(28) \qquad f(x) = \mathcal{E}\, e^{rx} \frac{\int_0^1 F'[r + \lambda(\alpha\sqrt{-1} - r)] . f(\bar{\xi})\, d\lambda}{((F(r)))}; \text{(1)}$$

le signe $\mathcal{E}$ se rapportant à la lettre r, le signe α à la lettre $\bar{\xi}$, et la variable ξ devant être réduite à zéro après les opérations qu'indique le signe α.

(1) Je suppose ici, comme je l'ai déjà fait dans les *Exercices de mathématiques*, que l'on désigne par la notation

$$\varphi(\alpha) f(\bar{\xi})$$

l'intégrale double

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\alpha(\xi-\mu)\sqrt{-1}} f(\mu) \varphi(\alpha)\, d\alpha\, d\mu.$$

Exemple. Si l'on pose

$$(29) \qquad F(r) = e^{ar} - 1,$$

on trouvera

$$F'(r) = ae^{ar}, \quad F'[r + \lambda(\alpha\sqrt{-1} - r)] = ae^{ar(1-\lambda)}e^{a\lambda\alpha\sqrt{-1}}.$$

Et comme on a d'ailleurs, en posant $\xi = 0$, après les opérations indiquées par α,

$$e^{a\lambda\alpha\sqrt{-1}} f(\overline{\xi}) = f(\xi + a\lambda) = f(a\lambda),$$

la formule (28) donnera

$$(30) \qquad f(x) = \mathcal{E}\,\frac{a\int_0^1 e^{ar(1-\lambda)} f(a\lambda)\,d\lambda}{((e^{ar} - 1))} e^{rx},$$

puis, en faisant pour abréger $a\lambda = \mu$,

$$(31) \qquad f(x) = \mathcal{E}\,\frac{e^{ar}\int_0^a e^{r(x-\mu)} f(\mu)\,d\mu}{((e^{ar} - 1))},$$

ce qui est exact.

D'après ce qu'on a dit, la formule (28) suppose que le rapport

$$\frac{e^{rx}}{F(r)}$$

s'évanouit pour des valeurs infinies et réelles, positives ou négatives, de r, ou du moins que le rapport

$$\frac{e^{(r+s\sqrt{-1})x}}{F(r+s\sqrt{-1})}$$

s'évanouit pour des valeurs infinies et réelles, positives ou

négatives, de l'une des variables r, s. La première condition sera remplie, si l'on pose $F(r) = e^{ar} - 1$, quand la valeur numérique de x sera inférieure à celle de a. Donc la formule (31) suppose $x^2 < a^2$.

Concevons encore que l'on propose de transformer la fonction $f(x)$ en une série de la forme

$$R_1 \cos. r_1 x + R_2 \cos. r_2 x + \text{etc.},$$

$r_1, r_2, \ldots$ étant les racines de

$$F(r) = 0.$$

On observera d'abord qu'on a, pour des valeurs positives de x,

$$(32) \qquad f(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \cos. \alpha\mu . \cos. \alpha x . f(\mu)\, d\alpha\, d\mu.$$

De plus la formule (19) donnera

$$(33) \qquad \cos. \alpha x = \mathcal{E} \frac{\cos. rx \int_0^1 F'[r + \lambda(\alpha - r)]\, d\lambda}{((F(r)))},$$

On aura donc par suite

$$(34) \quad f(x) = \frac{2}{\pi} \mathcal{E} \frac{\cos. rx \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^1 \cos. \alpha\mu . F'[r + \lambda(\alpha - r)] f(\mu)\, d\lambda\, d\alpha\, d\mu}{((F(r)))}.$$

ESSAI
SUR LA TEMPÉRATURE
DE L'INTÉRIEUR DE LA TERRE,

PAR M. L. CORDIER,

Lu à l'Académie des Sciences, dans les séances des 4 juin (1), 9 et 28 juillet 1827.

INTRODUCTION.

La supposition d'un *feu central* est extrêmement ancienne. Elle remonte peut-être aux premiers temps de la civilisation. Elle a fourni le fonds de quelques-unes des fables dont le genre humain a été bercé dans son enfance. On en trouve des traces dans la mythologie de presque tous les peuples. Elle est née de l'observation très-imparfaite de certains phénomènes naturels trop apparents pour que, dans aucun temps, ils aient pu échapper au vulgaire. Confondue pendant des siècles au milieu des notions vagues et conjecturales qui composaient presque toute la physique des anciens et

(1) Ce travail a été également lu, mais en *extrait*, dans la séance publique et annuelle de la même Académie, le 11 du même mois.

celle du moyen âge, cette hypothèse n'a commencé à prendre quelque consistance que depuis la découverte des lois du système du monde. Descartes, Halley, Leibnitz, Mairan, Buffon surtout, et plusieurs autres philosophes des temps modernes, l'avaient adoptée, en se fondant principalement sur des considérations déduites, soit de la figure de la terre, soit de certains phénomènes astronomiques, soit de la mobilité du principe souterrain qui produit les actions magnétiques, soit de la comparaison des températures superficielles avec celles observées à de petites profondeurs, soit enfin de diverses expériences sur le refroidissement des corps incandescents.

Ces inductions ne constituant pas un corps de démonstration assez directe pour entraîner la conviction, beaucoup de savants, contemporains de ceux que nous venons de citer, restèrent indécis ; plusieurs soutinrent l'ancienne opinion qui n'attribuait à la terre d'autre chaleur que celle qu'elle peut tenir des rayons solaires. Cette dernière opinion finit même par prévaloir presque entièrement. Elle dut en grande partie ce succès à l'influence du célèbre système géologique né vers le milieu du siècle dernier, dont Pallas, de Saussure et Werner ont été les promoteurs principaux, et qui, pendant longtemps, a dominé sans contradicteurs. Ce système supposait que la liquidité originaire du globe n'a eu lieu que par l'intermède de l'eau; que toute la masse s'est solidifiée couche par couche, du centre à la circonférence, par voie de cristallisation aqueuse; et que les phénomènes volcaniques sont de purs accidents tout-à-fait locaux.

L'état des choses a bien changé depuis quelques années. Ce changement, qui s'est exécuté avec une extrême lenteur, tant les meilleurs esprits étaient prévenus, remonte à la fin

du siècle dernier. On doit l'attribuer principalement aux circonstances suivantes: d'importantes découvertes ont été faites en géologie; la disposition relative des matériaux composant les plus anciens terrains de l'écorce du globe, a été trouvée différente de celle qu'on avait admise; on a constaté que les agents volcaniques résident sous les terrains primordiaux; la véritable nature des laves et leur identité, dans toutes les parties de la terre, ont été reconnues; l'analogie d'une infinité de couches de tous les âges avec les laves a été démontrée; la facilité avec laquelle toutes ces matières originairement fluides et incandescentes, ont cristallisé par simple refroidissement, a été prouvée et comprise; le système des cristallisations aqueuses a été fortement ébranlé. D'un autre côté, on a, par des expériences satisfaisantes, constaté des faits exacts et nombreux, relativement au mouvement de la chaleur rayonnante et à celui de la chaleur qui se propage dans les corps de molécule à molécule; ces faits ont été liés par des théories mathématiques douées de la plus grande généralité; des observations ingénieuses ont mis hors de doute le rayonnement continuel de la chaleur superficielle de la terre vers les espaces célestes; on a vérifié avec soin les notions recueillies depuis long-temps relativement aux petites profondeurs où se trouvent dans le sol de chaque contrée et les limites des variations horaires, diurnes, mensuelles et annuelles de la température superficielle, et le niveau auquel commence une température fixe; enfin on a entrepris de nouvelles expériences sur la température des lieux profonds qui nous sont accessibles, et sur celle des eaux qui en proviennent; on a comparé les résultats soit entre eux, soit avec les moyennes températures de la surface, et on s'est cru autorisé

à en tirer cette importante conclusion, savoir, qu'à partir du niveau où commence la température fixe dans le sol de chaque pays, la chaleur croît rapidement avec les profondeurs, et cela d'une quantité qu'on a évaluée à 1° centigrade pour 30 à quarante mètres d'abaissement vers le centre de la terre.

Ces faits remarquables, considérés partiellement par les uns, groupés de différentes manières par les autres, ont ramené tous ceux qui s'en sont occupés à l'hypothèse de la chaleur centrale. La conclusion commune est que la terre possède à l'intérieur une température propre, incomparablement plus élevée que la température composée que l'on observe à la surface, et même, suivant quelques-uns, qu'au-delà d'une certaine profondeur il existe vraisemblablement une incandescence et une fluidité qui datent de l'origine des choses.

La Grange et Dolomieu sont les premiers de ceux qui ont été ramenés à l'hypothèse de la chaleur centrale par la découverte de quelque donnée nouvelle qui leur soit propre. Il faut également citer Hutton et son habile commentateur Plaifer, malgré les obscurités dont ils ont enveloppé leur opinion, et les erreurs de physique dans lesquelles ils sont tombés, en voulant en faire des applications à la géologie. Dans les temps actuels, cette grande question a été abordée par l'illustre géomètre dont les sciences déplorent la perte récente, M. de Laplace, et, avant lui, par notre confrère M. Fourier, que ses mémorables travaux sur la théorie générale de la chaleur ont naturellement conduit à ce genre de recherches. D'autres autorités ne manqueraient pas, s'il était possible de faire ici mention d'un assez grand nombre de savants qui, depuis trente ans, ont successivement adopté la même opinion, surtout en Angleterre.

Ainsi l'hypothèse de la chaleur souterraine se présente maintenant appuyée par une masse d'autorités et de faits qui ne permet plus de la considérer comme une de ces créations imaginaires, telle que le système des tourbillons, qui n'ont eu qu'un temps, et dont la raison et l'expérience ont fait justice aussitôt que la grande habileté de l'auteur et la ferveur de ses disciples ont manqué pour en soutenir l'artifice et pour en propager les illusions. Au point où en sont les choses, cette hypothèse semble mériter toute l'attention du monde savant. Si les preuves apportées en sa faveur sont insuffisantes, il faut recourir à de nouvelles observations ; si les preuves suffisent, il faut s'empresser d'admettre le principe, d'en déterminer les caractères, d'en développer les conséquences, et d'en épuiser s'il est possible les applications.

En examinant les données de ce grand problème, il est aisé de reconnaître qu'une seule, quant à présent, pourrait offrir d'assez grandes incertitudes. Cette donnée, qui est en même temps la plus directe et la plus décisive, est celle qui se fonde sur les expériences dont on a conclu que la température de la terre croît progressivement de la surface vers le centre. On peut se demander en effet si ces expériences sont exactes, si elles ont été convenablement discutées, si elles sont suffisantes, et si les conséquences qu'on en a tirées ne laissent rien à désirer.

J'ai pensé qu'il serait utile d'aller au-devant de ces doutes, et cela dans l'intérêt de la science en général, bien plus que dans celui d'une opinion que je partage moi-même depuis très-long-temps, et à laquelle j'ai déja payé le tribut de mes recherches sous d'autres points de vue. Tel est donc l'objet principal du travail que j'ai l'honneur de communiquer à l'Académie.

Dans la première partie de ce travail, je discuterai le mérite des expériences de température souterraine qui ont été publiées jusqu'à ce jour, et celui des conséquences qu'on en a tirées; je rendrai compte des expériences de vérification auxquelles je me suis livré. Dans la seconde partie, j'exposerai le détail des expériences directes que j'ai tentées en suivant un nouveau système d'observations, et je résumerai les conséquences immédiates qui me paraissent devoir résulter de mes recherches. Dans la troisième partie, j'indiquerai les principales applications qu'on peut faire des résultats, relativement à la théorie de la terre, et à ce sujet, je ferai connaître sommairement plusieurs observations géologiques nouvelles.

PREMIÈRE PARTIE.

Examen des expériences de température souterraine publiées jusqu'à ce jour; expériences et recherches relatives à cet examen.

Les expériences de température souterraine qui ont été publiées jusqu'à présent sont de deux espèces.

Les unes ont eu pour objet d'étudier la température des sources ordinaires, celle des rivières qui sortent immédiatement de la terre en certaines contrées, celle des fontaines artificielles, celle des eaux sortant soit des cavernes, soit des galeries d'écoulement qui assèchent de grands travaux de mines. Ces expériences sont peu nombreuses, et, ainsi que nous le ferons remarquer par la suite, on ne peut en tirer que des données approximatives.

Les autres ont eu pour but de déterminer la température

des cavités naturelles ou artificielles, au moyen desquelles nous pouvons pénétrer dans le sein de la terre. Celles-ci sont nombreuses, elles se prêtent à des déterminations que l'on a regardées comme précises. Elles ont été poussées jusqu'à des profondeurs de 4 à 500 mètres (12 a 1500 pieds). En voici l'énumération sommaire.

Pour la France, nous avons les expériences des caves de l'observatoire de Paris, qui ont été commencées il y a près de cent cinquante ans, et que notre confrère, M. Arago, a perfectionnées; celles faites par Gensanne (1), dans les mines métalliques de Giromagny, vers le milieu du siècle dernier; et celles exécutées en 1806 par M. Daubuisson (2), dans les mines de plomb et argent de Poullaouen et d'Huelgoet en Bretagne.

Pour la Suisse, nous possédons les expériences exécutées il y a environ quarante ans, par de Saussure (3), dans les mines de sel de Bex.

Pour la Saxe, on connaît celles de MM. Freisleben et de Humboldt (4), recueillies en 1791; de M. Daubuisson (5) en 1802; et surtout de M. de Trébra (6) en 1805, 1806, 1807 et 1815.

Pour la Grande-Bretagne, il faut citer celles faites en très-

(1) Dissertation sur la Glace, par Mairan; Paris, 1749, in-12, p. 60 et suiv.

(2) Journal des Mines, t. 21, p. 119.

(3) Voyages dans les Alpes, § 1088.

(4) Annales de Chimie et de Physique, t. 13, p. 210.

(5) Description des Mines de Freyberg, t. 3, p. 151, 186, 200. Journal des Mines, t. 11, p. 517, et t. 13, p. 113.

(6) Annales des Mines, t. 1, p. 377, et t. 3, p. 59.

grand nombre depuis 1815 jusqu'en ces derniers temps (1), savoir : par M. Lean, M. Rede, et surtout M. W. Fox, dans les mines de cuivre et de plomb de Cornouailles et du Devonshire, et par MM. Bald, Dunn et Fenwick, dans les mines de houille du nord de l'Angleterre.

Enfin on doit aussi porter en ligne de compte celles qui ont été anciennement exécutées par M. de Humboldt (2) dans plusieurs mines du Pérou et du Mexique.

Le nombre des mines dans lesquelles ces différents observateurs ont opéré est de plus de quarante ; celui des notations de température est d'environ trois cents.

Près des deux tiers de ces notations de température ont été prises sur l'air contenu dans les cavités souterraines, et la plupart des autres sur l'eau qui se présente de tant de manières dans ces cavités. Un très-petit nombre proviennent d'expériences tentées dans la vue de déterminer directement la température du sol entourant les excavations ; mais plusieurs de ces dernières notations ont l'avantage d'être des moyennes conclues d'un grand nombre d'observations sédentaires. Quant aux précédentes, elles résultent toutes d'observations recueillies en descendant momentanément dans les mines.

J'omets de citer un certain nombre d'observations moins importantes qui ont eu lieu dans les mines, dans les carrières et dans les cavernes de diverses autres contrées, parce qu'elles

---

(1) Annales de Chimie et de Physique, t. 13, p. 200 ; t. 16, p. 78 ; t. 19, p. 438 ; t. 21, p. 308. Et Geographical distrib. of Plants, by N. J. Winch, p. 51.

(2) Annales de Chimie et de Physique, t. 13, p. 207.

ont été faites isolément et presque accidentellement. Elles ont en général porté sur la température de l'air des cavités; et comme les résultats ont été analogues à ceux que je vais examiner, les conséquences auxquelles j'arriverai leur sont également applicables.

Tels sont les éléments dont il s'agit d'apprécier le mérite: dans ce but, la critique n'a rien à négliger. Comme on se propose en définitive de conclure du petit au grand, il est évident que les plus légères erreurs influeraient prodigieusement sur ce que l'on doit penser relativement à la masse entière du globe. Ainsi, par exemple, en partant de la loi approximative que l'on s'est empressé de déduire des expériences publiées jusqu'à ce jour, un degré d'erreur en plus pour une profondeur de 100 mètres, dans une contrée donnée, ferait remonter de 500 mètres (c'est-à-dire de près d'un demi-quart de lieue) le point où l'on devrait présumer que la température de l'eau bouillante existe au-dessous du lieu de l'observation. Ces motifs feront excuser sans doute les détails dans lesquels je serai quelquefois obligé d'entrer.

Au moyen des précautions auxquelles j'ai eu recours, j'espère que mes propres expériences pourront être regardées comme suffisamment exactes. La plupart ont été faites dans trois mines de houille de France, fort éloignées les unes des autres, que j'ai choisies comme offrant les circonstances les plus favorables, et qui sont, savoir, 1° la mine de Littry, située à 12 kilomètres à l'O.-S.-O. de Bayeux, département du Calvados, et dont les ouvertures sont élevées d'environ 60 mètres au-dessus du niveau de la mer; 2° la mine de Decise, placée à 13 kilomètres au nord de la ville de ce nom et des rives de la Loire, dans le département de la Nièvre,

et dont l'élévation au-dessus de la mer est d'environ 150 mètres ; 3° la mine de Carmeaux, située dans le département du Tarn, à 13 kilomètres au nord d'Alby, et à près de 250 mètres au-dessus de la mer. Je reviendrai sur les circonstances locales concernant ces mines. En ce moment il suffira d'ajouter que mes expériences ont eu lieu en août 1823 dans la première, en septembre 1825 dans la seconde, et en novembre 1822 et septembre 1825 dans la troisième. Je me suis servi de thermomètres à mercure, que j'avais soigneusement vérifiés et comparés entre eux, et qui, dans tous les cas où je n'avertirais pas du contraire, ont été mis en expérience à boule nue. A l'aide de la bienveillante intervention de nos confrères, MM. Arago et Mathieu, j'ai pu ramener tous mes résultats à la graduation du thermomètre normal de l'Observatoire de Paris, division centigrade. Cette division est d'ailleurs celle dont j'ai fait usage dans toutes les parties de ce Mémoire.

Ces données posées, je passe à l'examen des expériences qui ont été faites par les divers observateurs ci-dessus cités, sur la température de l'air contenu dans les mines.

Les expériences sur la température de l'air des mines seraient à l'abri de toute critique, et on serait fondé à supposer qu'elles donnent exactement la température de la zone de terrain dans laquelle on a opéré, si elles avaient eu lieu dans des circonstances analogues à celles que l'on a obtenues dans les caves de l'Observatoire de Paris, c'est-à-dire si elles avaient été faites dans des excavations ayant peu d'étendue, et surtout peu de hauteur, situées dans le sol vierge, défendues par une clôture suffisante contre toute influence étrangère, telle que passage des ouvriers, accès des eaux, intro-

duction d'air extérieur, et qui auraient été fermées pendant un laps de temps assez long pour que la température primitive des parois eût pu se rétablir complètement ; mais aucune de ces observations n'a eu lieu dans des circonstances aussi favorables.

Pour apprécier les inexactitudes plus ou moins notables, dont elles sont toutes affectées, nous considérerons d'abord ce qui se passerait dans une mine que nous supposerons de quelque étendue, composée de plusieurs étages, dépourvue de filtrations, et que l'on tiendrait hermétiquement fermée, après l'avoir abandonnée. L'air à chaque étage prendrait la température du terrain environnant. Cet air, dans l'hypothèse que nous admettons d'une chaleur croissant dans le sol avec les profondeurs, circulerait continuellement des étages inférieurs aux étages supérieurs, et réciproquement, en vertu des différences de pesanteur spécifique qui résulteraient de l'inégalité de la chaleur qu'il aurait prise à chaque niveau. Ces mouvements continuels seraient d'autant plus prononcés que les conduits souterrains seraient moins étroits, moins sinueux, et qu'il existerait entre eux un plus grand nombre de communications. Dans le cas contraire, le déplacement de l'air s'opérerait avec lenteur, surtout aux extrémités les plus reculées de chaque étage, et il arriverait que vers ces extrémités la température de l'air ne s'éloignerait pas beaucoup de celle de la roche environnante. Toujours est-il que dans ce cas, et à plus forte raison dans le premier, la température de l'air ne représenterait exactement sur aucun point la température du sol immédiatement en contact.

Si l'identité des températures dont il s'agit n'est pas possible dans une mine telle que nous l'avons supposée, elle le

sera encore moins dans les mines ordinaires où l'air a continuellement accès, dans lesquelles les eaux filtrantes apportent sans cesse les causes de variation qui leur sont propres, et où l'éclairage et les ouvriers dégagent journellement des quantités de chaleur très-notables. Examinons les effets que ces trois causes de perturbation produisent sur la température de l'air contenu dans les mines.

L'air extérieur, en se mélangeant continuellement avec l'air contenu dans une mine, agit en raison de la température qu'il apporte sur chaque point, et de la masse qui est introduite sur ce point dans un temps donné. Or, ces deux éléments varient sans cesse, et leur influence s'étend nécessairement jusque dans les excavations les plus écartées. J'estime que lorsqu'il fait très-froid, la vitesse du tirage qui s'opère à l'aide des puits qui servent à l'aérage est quelquefois quadruple et même sextuple de celle qui a lieu dans les temps ordinaires ; dans les temps chauds, au contraire, elle est presque toujours très-faible. La température de l'air entrant varie chaque jour, à chaque heure, ou pour ainsi dire à chaque instant. Cette température est plus ou moins abaissée par l'effet de l'évaporation plus ou moins abondante que l'air produit, en raison de sa sécheresse et de sa chaleur initiale, à mesure qu'il circule le long de la surface humide des excavations. Dans le même temps cette température est soumise à une cause d'augmentation très-faible, qui compense rarement la précédente, et qui tient à l'influence croissante de la pression atmosphérique, à mesure que l'air introduit pénètre dans des cavités plus profondes; cette cause, dont quelques personnes se sont exagéré l'effet, ne saurait augmenter la température de l'air introduit que d'environ cinq à six dixièmes de degré pour une profondeur de 100 mètres.

Ces données justifient la proposition qui les précède. De plus, il en résulte un fait curieux et qu'il est utile d'établir; savoir, que la température moyenne de *la masse d'air* qui, pendant le cours d'une année, a été introduite dans une mine, est certainement inférieure à la température moyenne du pays pour la même année. D'après diverses recherches qu'il serait trop long de rapporter, j'estime que la différence peut être de 2 à 3 degrés pour la plupart des mines de nos climats. Ainsi non-seulement l'introduction de l'air extérieur dans une mine augmente ou diminue sans cesse, et d'une manière plus ou moins sensible, la température de l'air contenu dans les différentes parties de chaque étage, mais encore elle tend à la longue à abaisser la température propre de la totalité des excavations, et cela d'une manière nécessairement inégale dans les différentes parties situées au même niveau.

La seconde cause de perturbation agit d'une manière uniforme, soit que l'on considère son action dans un temps très-court, soit dans un temps très-long. Elle tend aussi à diminuer la température de l'air contenu dans les excavations où elle se manifeste. Elle tient à l'influence de la chaleur propre des eaux affluentes. Or, on verra ci-après que ces eaux arrivent généralement aux points où elles débouchent, avec une température prise dans des zones de terrain plus élevées. Les surfaces qu'elles recouvrent dans chaque excavation communiquent par conséquent à l'air en contact une température moindre que celle de la roche environnante.

La troisième cause de perturbation exerce une influence contraire à la précédente, influence souvent puissante, et que l'on n'a point encore calculée, quoiqu'elle ait servi de base

à plusieurs personnes pour s'élever contre les conséquences déduites des expériences faites sur les températures souterraines. Elle tient à la chaleur qui est dégagée par les ouvriers et par l'éclairage. Il est essentiel d'en évaluer approximativement les effets par des nombres.

D'après les intéressantes recherches de M. Despretz sur la chaleur animale, un homme d'une moyenne taille dégage en 24 heures, par le travail de la respiration, une quantité de chaleur égale à celle qui élèverait 1 gramme d'eau à 3,237,417 degrés centigrades, et cette chaleur n'est que les trois quarts de la chaleur totale qui est produite dans le même temps par le même individu. D'où il suit que la chaleur totale qui est dégagée en une heure, équivaut à celle qui élèverait 180 kilogrammes d'eau (en nombres ronds) à 1 degré. Faisant usage du rapport (1,0000: 0,2669) qui, suivant MM. de La Roche et Bérard, exprime la différence des chaleurs spécifiques de l'eau et de l'air, et partant de la pesanteur spécifique dont l'air jouit à 12° de température, on trouve définitivement qu'un mineur dégage par heure une quantité de chaleur capable d'élever de 1 degré 542 mètres cubes d'air pris à 12° de température initiale.

La chaleur produite par l'éclairage présente deux cas, suivant qu'on emploie de l'huile ou de la chandelle.

J'assimile l'huile des lampes de mineurs à l'huile de lin, quant à la manière de brûler. Or, d'après M. de Rumfort, la combustion de 1 gramme d'huile de lin élève la température de 1 gramme d'eau, à 9044°. En faisant usage des mêmes données que ci-dessus, on trouve qu'en une heure la présence d'une lampe brûlant 15 grammes d'huile (comme à Carmeaux, par exemple, où l'on emploie de l'huile de noix

de seconde cuite) augmente de 1 degré la température d'une masse d'air de 409 mètres cubes, prise à 12° de chaleur initiale. Ainsi quatre de ces lampes produisent, à peu de chose près, autant de chaleur que trois ouvriers.

M. de Rumfort a reconnu que la chaleur fournie par la combustion d'un gramme de suif élevait un gramme d'eau à 8,369°, d'où il suit qu'en une heure l'éclairage obtenu (comme à Littry, où les chandelles sont de vingt-huit à trente-deux à la livre) par la consommation de $7\frac{1}{2}$ grammes de chandelles, élève de 1 degré 189 mètres cubes d'air pris à la température initiale de 12°.

D'après ces données, la présence de deux cents mineurs et deux cents lampes convenablement répartis suffirait pour élever de 1° en une heure, la température d'une masse d'air égale à celle que contiendrait une galerie ayant un mètre sur 2, et portant 93,000 mètres (environ 24 lieues de 2,000 toises) de longueur. C'est donc avec raison que l'on a prétendu que la présence des ouvriers et des lumières devait exercer une grande influence sur la température de l'air des mines. En général cette influence tend, pendant la plus grande partie de l'année, à balancer plus ou moins complètement l'effet des causes qui pourraient tenir la température de l'air contenu dans une excavation, au-dessous de la température propre du rocher environnant. Pendant le reste du temps elle augmente l'excès de la température de l'air sur celle du terrain avec lequel il est en contact à chaque étage. Elle agit d'ailleurs de la manière la plus variable, suivant le nombre et la répartition des lumières et des ouvriers, la capacité et la profondeur des travaux, et la manière dont elle se combine avec les deux premières causes de perturbation que nous

avons développées. Rien de plus changeant que ces combinaisons. Il en résulte évidemment une foule de mouvements, de courants particuliers et de contre-courants, presque toujours inaperçus du mineur, qui s'étendent dans toutes les parties des excavations, et sans lesquels je crois maintenant que l'aérage des mines serait bien imparfait. J'estime d'ailleurs que, dans plus d'une mine importante, lorsque la température extérieure est de 20 à 25°, l'air qui est introduit pendant une heure n'équivaut pas à la centième partie de celui qui remplit les excavations.

Pour appuyer les observations que je viens d'exposer, je rapporterai le résultat de quelques expériences.

Le 9 novembre 1822, à sept heures du matin, lorsque je suis descendu dans l'exploitation dite du Ravin, à la mine de Carmeaux, l'air extérieur était, à 2 mètres au-dessus de la surface du sol, à 13°,4. Cinq heures après, lors de ma sortie, il était à 14°,9.

Un seul puits ayant, non compris le puisard, 147 mètres de profondeur, desservait toute l'exploitation. Au milieu de l'orifice de ce puits, l'air entrant aux mêmes heures que ci-dessus, a marqué 1°, 2 de plus qu'à l'extérieur ; ainsi il était déja mêlé avec l'air chaud qui arrivait d'une manière insensible du fond des travaux.

Les travaux avaient pour objet de préparer l'extraction de deux puissantes couches de houille, presque horizontales et parallèles, et distantes l'une de l'autre de 30 mètres, terme moyen. Ils consistaient par conséquent en deux étages, formés chacun de larges galeries d'aménagement, croisés à angle droit, et traversés par une galerie principale servant au roulage (les deux galeries principales de roulage se réu-

nissant comme les couches au fond du puits). Le vide de ces excavations, dont le creusement se poursuivait avec une activité constante depuis sept ans et demi, était alors très-approximativement de 12,560 mètres cubes. L'aérage avait lieu au moyen d'un foyer et d'une tour placés à l'extérieur, et communiquant avec le sommet d'une cheminée d'appel pratiquée dans l'un des angles du puits de service. D'après la surface de la section de cette cheminée et la vitesse de l'air qui en sortait, je trouvai que la quantité d'air introduit dans la mine en une heure n'était que de 1,049 mètres cubes, c'est-à-dire qu'elle n'équivalait pas à la douzième partie de la masse contenue dans les excavations.

Dix-neuf lampes et vingt-quatre ouvriers répartis dans les deux étages étaient employés continuellement pendant six jours de la semaine, et produisaient par heure une chaleur capable d'élever de 1°,66 la température d'une masse d'air égale à celle qui remplissait la totalité des galeries.

A l'étage supérieur la température de l'air prise dans l'étendue de la galerie de roulage à une égale distance des côtés, la boule du thermomètre étant suspendue à 3 décimètres du rocher formant le plafond, a été, savoir, de 20°,7 près du puits; de 22°,2 à 140 mètres plus loin, c'est-à-dire près d'une descendrie établissant la communication d'aérage entre les deux étages; et de 23°,2 à l'extrémité de la galerie, c'est-à-dire à 240 mètres du puits. En opérant de même, j'ai trouvé à l'extrémité de plusieurs galeries, soit parallèles, soit de traverse, une température variant de 22°,8 à 23°,2. Les ouvriers d'ailleurs n'étaient point entrés depuis quelque temps dans ces dernières galeries; l'air s'y montrait parfaitement stagnant, du moins en apparence; et suivant les idées com-

mines, leur température semblait propre à donner celle du sol environnant.

A l'étage inférieur, en opérant comme ci-dessus, j'ai trouvé que l'air au fond de la galerie principale de roulage, c'est-à-dire à 280 mètres du puits, marquait 23°,4. Aux extrémités des autres galeries dans lesquelles je suis entré, la température n'était inférieure à la précédente que de deux à trois dixièmes. Au plafond du conduit débouchant dans la cheminée d'aérage, l'air remontant au jour était à 23°,1, et sortait par conséquent avec une température de plus de 8° au-dessus de celle de l'extérieur.

Enfin, ayant déterminé d'une manière directe, que je regarde comme exacte, et dont je donnerai la description ci-après, la température propre et originaire du terrain qui environnait le fond de la galerie de roulage inférieure, je l'ai trouvée de 17°,1. Ainsi j'aurais commis une erreur de près de 6° en plus, si, imitant la plupart des observateurs, j'avais donné la température de l'air des galeries non fréquentées de l'étage inférieur de l'exploitation du Ravin comme représentant la température réelle de la zone de terrain qui est située dans le même plan horizontal.

L'exemple que je viens de citer est tellement frappant, que je crois inutile de rapporter les faits nombreux de même nature que j'ai recueillis à Littry et à Decise.

En opérant tant dans les mines que je viens de citer, que dans plusieurs autres où j'ai étendu mes recherches depuis six ans, j'ai constaté un autre fait non moins intéressant, savoir, que dans le même temps, la température de l'air n'est presque jamais semblable à la partie inférieure et à la partie supérieure d'une galerie ou de tout autre ouvrage du même

genre. Pour une hauteur de moins de deux mètres, j'ai reconnu quelquefois des différences de 3 ou même de 4°. A l'exploitation du Ravin, par exemple, dans toute l'étendue et aux extrémités des galeries non fréquentées, le thermomètre, placé à 2 décimètres du plancher, marquait 9 à 12 dixièmes de moins que près du plafond. Au front de taille terminant la galerie de roulage de l'étage inférieur, la différence était de 1°,9. Cette différence remarquable régnait sur une grande étendue; et comme une pente assez forte favorisait l'écoulement de l'air refroidi vers l'orifice inférieur de la cheminée d'aérage, il en résultait au plancher de la galerie un courant qu'on pouvait rendre sensible à l'aide d'un peu de fumée (1), et qui suppléait au défaut de communication entre les extrémités des deux étages. L'air chaud qui occupait le haut de la galerie avait un mouvement en sens contraire, et allait subir l'effet du refroidissement qu'opéraient sur lui les surfaces fraîchement mises à découvert à l'extrémité du percement. Les mêmes effets avaient lieu à l'étage supérieur; ce qui faisait dire aux ouvriers une chose absurde en apparence, savoir que l'*air* venait du fond des travaux.

Ce sont, au reste, les dernières expériences dont je viens

---

(1) Pour apprécier la direction et la vitesse des courants d'air dans les mines, on peut employer avec le plus grand succès la fumée produite par la déflagration d'un mélange formé d'antimoine métallique bien pulvérisé, et de poudre à tirer, dans la proportion de deux à cinq. Ce mélange, qui m'a été indiqué par mon confrère M. d'Arcet, a été mis à l'épreuve par la commission dont nous avons fait partie en 1826, pour le curage des égouts de la ville de Paris. Il ne faudrait pas en abuser; il suffira presque toujours dans les mines d'en brûler de très-faibles amorces.

de rendre compte qui ont le plus contribué à me faire reconnaître que l'influence des causes qui font sans cesse varier la température de l'air contenu dans les mines s'étend certainement jusqu'au fond des ouvrages les plus écartés. Les conséquences qu'il faut d'ailleurs en tirer relativement au mérite des observations qu'il s'agit de discuter, sont trop évidentes pour que j'aie besoin de m'arrêter à les développer. Ainsi, par exemple, avant d'attribuer, ainsi qu'on le fait, à ces observations une valeur absolue, il eût fallu résoudre cette première question : Quelle est dans une galerie, ou dans toute autre excavation, la couche d'air dont la température est censée représenter celle du terrain environnant?

D'après tout ce qui précède, on peut conclure avec certitude qu'aucune des observations recueillies sur la température de l'air dans les mines ne représente exactement la température propre de la zone de terrain au niveau de laquelle elle a été faite. En supposant que, par un concours de compensations extrêmement peu probables, quelques-unes de ces observations aient eu lieu au moment où il existait identité de température, rien n'avertirait d'une exactitude aussi fortuite. Aucune n'est donc susceptible d'être comparée avec la température moyenne du pays où elle a été faite. Celles qui ont été obtenues à des niveaux différents dans la même mine, le même jour et à des moments peu éloignés, ne sont guère plus comparables entre elles, quoique en général elles soient plus utiles à consulter que toutes les autres. On ne saurait donc faire usage de cette masse d'observations qu'à titre de simple renseignement. Il faut avouer que, même sous ce point de vue, la plupart laissent une assez grande incertitude, car en les publiant on n'a fait connaître qu'une bien faible par-

tie des détails qui eussent été nécessaires pour en établir la valeur réelle. Il n'en est qu'un petit nombre qu'on puisse, après les avoir discutées d'après les bases qui ont été posées ci-dessus, regarder comme donnant une température, soit à peu près semblable, soit certainement inférieure à celle du niveau auquel elles se rapportent; ce sont celles qui ont été recueillies pendant des temps froids, ou dans des circonstances tout-à-fait exceptionnelles, par exemple, dans des excavations peu étendues quoique profondes, sèches et abandonnées depuis long-temps. Or ces observations marchent toutes dans le même sens; et quoiqu'on ne puisse les considérer que comme approximatives, il est de fait qu'elles indiquent positivement qu'il existe un certain accroissement de chaleur proportionnel aux profondeurs.

Nous croyons inutile de citer en détail ces dernières observations, parce qu'il sera facile de les distinguer au milieu de toutes celles du même genre qui ont été publiées, et parce que nous reconnaîtrons bientôt qu'il existe de meilleurs éléments.

Ces conclusions ne sont certainement pas sans intérêt; mais elles sont loin d'être aussi satisfaisantes qu'on était en droit de l'espérer d'après le nombre des expériences qui ont été recueillies, et la persévérance avec laquelle plusieurs observateurs s'y sont livrés. On est dédommagé jusqu'à un certain point par l'exception qu'il faut faire en faveur des expériences du même genre, mais sédentaires, qui se continuent depuis si long-temps dans les carrières abandonnées, qu'on nomme caves de l'Observatoire de Paris. Celles-ci sont concluantes; on peut en tirer un résultat numérique et absolu. Leur exactitude offre une compensation de la petite

profondeur qu'elles embrassent. Elles annoncent incontestablement un accroissement assez rapide de la chaleur souterraine. Au niveau de 28 mètres la température moyenne d'un thermomètre enfoncé dans un récipient rempli de sable, et qui est porté sur un pilier, se soutient à 1° au-dessous de la moyenne température extérieure. L'étendue des variations que ce thermomètre éprouve dans le cours de l'année n'excède pas d'ailleurs $\frac{1}{33}$ de degré centigrade.

Tel est définitivement le mérite des expériences qui ont été faites sur la température de l'air des cavités au moyen desquelles nous pouvons pénétrer dans le sein de la terre. Nous allons examiner si les résultats qu'on a obtenus en procédant autrement, et notamment en consultant la température des eaux qui existent dans les mines, offrent, dans le but qui nous occupe, des ressources plus nombreuses ou plus certaines.

L'eau se présente de plusieurs manières dans les mines. Ici elle sort du rocher sous forme de filtrations plus ou moins abondantes : là elle parcourt en petits ruissaux le fond des excavations. Ailleurs elle est stagnante, et elle constitue, soit des mares, soit des amas dans les puisards, soit de véritables lacs souterrains.

A ne considérer les observations qui ont été faites sur l'eau qui est ainsi contenue dans les mines que comme formant une masse de renseignements approximatifs, on peut en conclure sans hésiter qu'il existe un accroissement notable dans la chaleur souterraine. En effet, les expériences ont été exécutées en différentes saisons ; les résultats sont tous en excès sur la moyenne température des pays où l'on a opéré : ces différences augmentent rapidement avec les profondeurs ;

quelque large que l'on veuille faire la part qu'il est permis d'attribuer soit à l'influence des pluies d'été relativement à la température des sources et des filtrations, soit à l'influence de l'air des temps chauds, et à celle due à l'éclairage et à la présence des ouvriers à l'égard des eaux courantes ou stagnantes, il n'en reste pas moins un grand nombre d'observations dont le témoignage ne saurait être récusé. La conséquence qui précède ne paraît donc pas contestable; mais c'est tout ce qu'on peut tirer des expériences. Ainsi qu'on le verra tout à l'heure, les nombres qu'elles fournissent ne peuvent pas être regardés comme étant assez exacts pour qu'on puisse en déduire, d'une manière certaine et absolue, la loi de l'accroissement de température en profondeur: les uns doivent être trop forts, et les autres trop faibles.

Comme c'est déja beaucoup que de pouvoir assurer en général qu'il existe un accroissement quelconque, et que cet accroissement est probablement rapide, il est essentiel de s'appuyer ici du résultat d'une expérience de M. W. Fox, qui est beaucoup plus importante qu'elle ne semble au premier aperçu, et qui aurait bien plus d'intérêt si l'auteur n'avait omis de rapporter plusieurs circonstances qu'il eût été bon de faire connaître.

Les eaux qui sortent de la plupart des nombreuses mines d'étain et de cuivre de Cornouailles se rendent, au moyen de divers embranchements, dans un grand canal qui les conduit au-dessus de la vallée de Carnon, et qui, à son débouché, verse 1,400 pieds cubes d'eau par minute, environ 60,000 tonnes par jour. Dans un des embranchements amenant au grand canal les eaux de six mines profondes de 276 à 293 mètres, M. Fox, à une demi-lieue des mines, a trouvé l'eau

à 23°. Dans un second embranchement écoulant les eaux de dix mines ayant une profondeur moyenne de 201 à 220 mètres, la température, à un tiers de lieue des mines, a été de 19°,2. Dans un troisième embranchement asséchant sept mines dont la profondeur moyenne était de 183 à 201 mètres, l'eau a marqué 18°,3. Enfin la température des eaux réunies, prise au débouché du grand canal, s'est trouvée de 20°,7. Si on examine ce dernier résultat, on remarque d'abord qu'il est de 10°,7′ au-dessus de la température moyenne du pays. En second lieu, on peut aisément prouver, au moyen des données que nous avons exposées précédemment, qu'il est indépendant de l'influence que l'on pourrait dans d'autres cas attribuer à l'éclairage et à la présence des ouvriers. En effet, si l'on veut admettre que les besoins des exploitations asséchées correspondent à l'emploi continuel de 2,000 ouvriers et de 2,000 lampes brûlant chacune 15 grammes d'huile par heure, on trouve qu'en une heure la chaleur produite par l'éclairage et par les ouvriers aurait à peine suffi pour élever de $\frac{1}{4}$ de degré la température d'une masse d'eau égale à celle qui s'est écoulée dans le même temps. Enfin, quelle qu'ait été la température de l'air, qui pendant une heure aurait été en contact avec les eaux écoulées, il n'est pas possible qu'il ait communiqué à ces eaux une quantité de chaleur aussi supérieure à la température dont elles auraient été pourvues par suite de leur filtration à travers les terrains recouvrant les mines, s'il y avait absence de chaleur centrale.

Ces données posées, j'arrive à l'examen des expériences de chaque espèce, considérées sous le point de vue du parti qu'on peut en tirer relativement à la détermination de la loi que suit l'accroissement de la température souterraine.

Il y a infiniment de chances pour que l'eau des filtrations et des sources ne manifeste point une température parfaitement égale à celle du rocher d'où elle sort. En effet, la chaleur initiale des eaux de pluies qui pénètrent dans le sol varie continuellement; tantôt elle est supérieure et tantôt inférieure à la température moyenne du pays. Ces différences sont souvent très-grandes pendant toute une saison. De plus, cette chaleur initiale est soumise à beaucoup de modifications qui dépendent de la profondeur à laquelle les eaux descendent, de la multiplicité et de la longueur des conduits, de la lenteur et de l'ancienneté de la circulation, du nombre et de l'étendue des amas d'eau traversés, si toutefois il en existe sur les lignes de trajet. Ces éléments sont très-compliqués; il faudrait en posséder l'expression pour apprécier le mérite du résultat que fournit chaque expérience. Or c'est ce qu'on ne peut avoir. Tout ce qu'on peut se permettre de conclure, c'est que la plupart des observations sont vraisemblablement très-approximatives, et qu'elles donnent en général des températures plus faibles que celles des zones de terrains au niveau desquels on a opéré, surtout lorsque les profondeurs sont considérables. Je dis en général, car à la rigueur il serait possible que l'eau d'une source ou d'une filtration de mine eût parcouru des conduits descendant beaucoup plus profondément que l'orifice d'où elle sort, et qu'elle eût eu le temps de prendre la température de ces conduits; il se pourrait encore qu'elle eût parcouru de vieux ouvrages abandonnés, dans lesquels des déblais éprouveraient des décompositions susceptibles de produire une certaine chaleur; mais ces deux cas doivent être très-rares. D'après ce qui précède, le tableau suivant, contenant treize observa-

tions faites en Saxe, en France, en Angleterre et au Mexique, peut être consulté comme offrant des renseignements utiles, quoiqu'on ne puisse en déduire aucune conséquence absolue sous le point de vue qui nous occupe.

Tableau des observations faites sur la température de l'eau des sources dans les mines.

LIEUX, AUTEURS et dates DES OBSERVATIONS.	MINES.	Profondeurs des stations.	TEMPÉRATURE des sources.	TEMPÉRATURE moyenne du pays.	Profondeur correspondante à l'accroissement de 1° de chaleur.
		Mètres.	*Degrés.*	*Degrés.*	*Mètres.*
Saxe. — Daubuisson. Fin de l'hiver en 1802.	M. de plomb et argent de Junghohe-Birke. .	78	9,4	8	55,7
	M. de plomb et argent.	217	12,5	8	48,2
	Id. de Beschert Glück.	256	13,8	8	44,2
	Id. de Himmelfahrt. . .	224	14,4	8	35
Bretagne. — Daubuisson. — 5 Sept. 1806.	*Id.* de Poullaouen	39	11,9	11,5	97,5
		75	11,9	11,5	187,5
		140	14,6	11,5	45,2
	Id. de Huelgoët.	60	12,2	11	50
		80	15	11	20
		120	15	11	24
		230	19,7	11	26,4
Cornouailles.—W. Fox. —Publiée en 1821.	M. de cuivre de Dolcoath.	439	27,8	10	24,6
Mexique. — De Humboldt.	M. d'argent de Guanaxuato	522	35,8	16	25,1

D'après ce tableau, la profondeur correspondante à l'accroissement de 1° de température serait (en nombres ronds), savoir : par quatre observations faites dans trois mines de

Saxe, de 58 à 35 mètres, moyenne 46 mètres; par trois observations à Poullaouen, 187 à 45 mètres, moyenne 110 mètres; par quatre observations à Huelgoët, 50 à 20 mètres, moyenne 30 mètres; par une observation à Dolcoath, de 25 mètres; et par une observation fait à Guanaxuato, de 25 mètres.

Les eaux courantes des mines sont bien moins propres à donner des indications exactes que les sources et les filtrations. Elles proviennent ordinairement de la réunion de plusieurs filets ayant des origines différentes. Suivant les circonstances locales et la longueur de leur cours, elles sont plus ou moins affectées dans leur température, soit par le contact avec le sol sur lequel elles ont coulé, soit par l'effet de l'évaporation, soit par l'influence de l'air environnant. Ainsi, par exemple, elles peuvent être fort au-dessus de la température propre du niveau de l'observation, si elles ont eu de nombreux contacts avec un air très-échauffé par l'effet de la saison, et tout à la fois par celui de l'éclairage et de la présence des ouvriers; et si les parois des excavations ont eu le temps de contracter elles-mêmes une chaleur supérieure à celle qu'elles possédaient originairement. Les observations du genre dont il s'agit sont donc soumises à des causes d'incertitude trop multipliées pour qu'on puisse en déduire des conséquences tant soit peu approximatives relativement à la loi que suit l'accroissement de température dans le sein de la terre.

Examinons maintenant les trois cas que nous avons distingués relativement aux eaux stagnantes.

1° Les petites mares que l'on rencontre dans les mines ne peuvent évidemment donner que des indications très-fau-

tives, car ces indications peuvent varier d'après les causes suivantes, savoir : la température initiale de l'eau, celle du terrain si elle a été modifiée, celle de l'air, et l'influence de l'évaporation. On conçoit, d'ailleurs, que pour peu que la mare soit profonde, la température de la surface pourrait être plus élevée que celle du fond. Je citerai deux exemples, pour appuyer ces considérations.

A Carmeaux, dans l'étage de la mine du Ravin, où, le 9 novembre 1822, j'ai trouvé la température propre de la roche à 17°,1, et où l'air marquait, savoir, près du sol des galeries 21°,5 à 22°, et près du plafond 23° à 23°,4, j'ai noté dans de très-petites mares 18°,6 à 19°,5.

A Littry, dans un étage au fond duquel j'ai trouvé la température propre du rocher à 16°,135, l'air marquant 21°,66 près du plafond de la galerie, j'ai reconnu que la température de l'eau d'une petite bache ayant 4 décimètres de profondeur s'élevait à 17°,65.

Dans ces deux cas, la température de l'eau aurait donné une indication assez fautive de la chaleur propre du terrain.

On est donc fondé à rejeter l'emploi de la presque totalité des observations de ce genre. Les nombres qu'on en déduirait seraient affectés de trop d'incertitude pour qu'on pût les consulter utilement, même comme renseignements approximatifs sous le point de vue dont il s'agit.

2° L'eau des puisards jouit communément d'une température très-composée, et qui ne pourrait représenter exactement celle du sol environnant, que dans des cas très-rares résultant de compensations qu'il serait impossible d'apprécier. En effet, cette température dépend de la chaleur initiale de tous les filets d'eau qui affluent de différents niveaux, de

celle de la roche formant le bassin, laquelle peut avoir été plus ou moins modifiée, de la durée du séjour des eaux, et de l'influence ordinairement très-active de l'aérage. De plus, si le puisard avait accidentellement une grande profondeur, telle que 50 et même 100 mètres, ce qui peut arriver, la température y serait difficilement uniforme dans le sens vertical; le liquide du fond pourrait être sensiblement plus froid que celui de la surface. D'après ces considérations, et d'après celles qui ont été précédemment exposées, on est fondé à croire que les résultats des indications recueillies dans les puisards sont généralement inférieurs à ceux qu'il s'agissait d'obtenir. J'en cite un exemple.

A Decise (au puits neuf), j'ai pris la température d'un puisard qui était en communication avec une grande étendue de vieux ouvrages inondés et abandonnés depuis fort longtemps, et dont on tirait depuis un an 240 tonnes de 5 hectolitres par 24 heures. Le niveau de l'eau était à 132 mètres 5 dixièmes du jour; le thermomètre a marqué 16°,12, quantité notablement supérieure à la moyenne température du pays, mais inférieure de 4°,2 à la température propre que le terrain devait avoir à ce niveau d'après les expériences dont je rendrai compte. L'eau extraite présentait une circonstance que je regarde comme étrangère au résultat de l'expérience. Elle dégageait une faible odeur de gaz hydrogène sulfuré, comme cela arrive à la plupart de celles qui ont séjourné dans les vieux ouvrages des mines de houille.

D'après les considérations ci-dessus, on pourra utilement consulter le tableau suivant, comme donnant en général des *minima*; il contient les résultats de douze observations faites en Angleterre, en Saxe, et en Bretagne.

Tableau des observations faites sur la température de l'eau des puisards dans les mines.

LIEUX, AUTEURS et dates DES OBSERVATIONS.	MINES.	Profondeurs des stations.	TEMPÉRATURE des puisards.	TEMPÉRATURE moyenne du pays.	Profondeur correspondante à l'accroissement de 1° de chaleur.
		Mètres.	*Degrés.*	*Degrés.*	*Mètres.*
Cornouailles. — W. Fox. — Publiées en 1822.	M. de cuivre de South-Huel Towan.......	82,3	15,6	10	14,7
	M. de cuivre et étain de Huel-Unity-Wood...	157,4	17,8	10	20,2
	Id. de Poldice.......	263,5	25,6	10	16,9
			26,7	10	15,8
	M. de cuivre de Gwennap.............	274,5	24,4	10	19
			26,7	10	16,4
Devonshire. — W. Fox. — Publiées en 1822.	*Id.* de East-Liscomb..	150	17,8	10	19,2
	M. de plomb de Beeralston...........	219,6	19,2	10	23,9
	M. de Huel-Friendship.	311,1	18	10	38,9
Suisse. — De Saussure. — Au printemps de 1785.	M. de sel de Bex.....	220	17,4	9(1)	26,2
Bretagne. — Daubuisson. — 5 sept. 1806.	M. de plomb et argent de Poullaouen.....	142	14,2	11,5	52,6
		150	13,5	11,5	75

(1) Cette moyenne température est approximative et vraisemblablement un *maximum*. Connaissant les lieux, je l'ai conclue des données suivantes : moyenne température de Zurich, 8°,8, par six années, Escher et Wahlemberg. *Id.* de Coire 9°,2, par quatre années, de Salis et Wahlemberg. *Idem* de Genève 9°,6.

Les autres moyennes de mes quatre tableaux sont celles que les auteurs des expériences ont indiquées : je reviendrai ci-après sur leur mérite.

D'après ce tableau, la profondeur correspondante à l'accroissement de 1° de chaleur serait (en nombres ronds), savoir : par six observations faites dans quatre mines de Cornouailles de 19 à 15 mètres, moyenne 17; par trois observations dans trois mines du Devonshire de 39 à 19 mètres, moyenne 27; par une observation à Bex de 26 mètres; et par deux observations à Poullaouen de 75 à 53 mètres, moyenne 64.

3° Enfin, on ne peut contester que les eaux qui sont stagnantes dans les mines sous forme de grandes inondations, de véritables lacs souterrains, ne soient, après un long séjour, très-propres à donner des indications fort approximatives sous le point de vue qui nous occupe. Les observations de ce genre mènent généralement à des résultats inférieurs à la température propre du terrain situé au même niveau, à moins que l'amas d'eau n'ait une grande profondeur, car alors la surface du liquide pourrait manifester une chaleur qui appartiendrait à un niveau inférieur. Dans tous les cas, les notations qui ont été recueillies, approchent assez de l'exactitude pour qu'il soit indispensable de chercher quels sont les nombres qui expriment l'accroissement de température souterraine qu'on en peut déduire. C'est ce que le tableau suivant, contenant les résultats de neuf observations faites en Bretagne, en Saxe et en Angleterre, nous apprend.

Tableau des observations faites sur la température de l'eau de grandes inondations dans les mines.

LIEUX, AUTEURS et dates DES OBSERVATIONS.	MINES.	Profondeurs des stations.	TEMPÉRATURE des lacs souterrains.	TEMPÉRATURE moyenne du pays.	Profondeur correspondante à l'accroissement de 1° de chaleur.
		Mètres.	*Degrés.*	*Degrés.*	*Mètres.*
Cornouailles.—W. Fox. — Observ. publiées en 1822.	M. de cuivre de North-Huel-Virgin (inondation très-prof.).....	71,4	15,6	10	12,75
	Id. de Nangiles (inondation très-prof.)...	161	14,4	10	36,6
	Id. de Gwennap (inondation profonde de 128 mètres).......	183	15,6	10	32,7
	M. de Tingtang (inondation presque épuisée, n'ayant plus que 18 mètres de profondeur)............	196	17,5	10	26,1
	M. de cuivre de Huel-Maid (inond. en épuisement, et n'ayant plus que 55 mètres de profondeur).....	230,6	15,6	10	41,2
	M. de cuivre et étain de Tincroft (inondation en épuisement, n'ayant plus que 18 mèt. de profondeur).	230,6	17,2	10	32
	M. d'étain d'United-mines (inondation profonde de 55 mètres.)	329,4	26,7	10	20
Saxe. — Daubuisson. — Fin de l'hiver de 1802.	M. de plomb et argent de Junghohe-Birke (grande inondation profonde de 36 mèt.)	318,2	17,2	8	34,24
Bretagne. — Daubuisson. — 5 sept. 1806.	*Id.* de Huelgoët (inondation profonde de 16 mètres)........	238	18,8	11	43,3

D'après ce tableau, la profondeur correspondante à l'accroissement de 1° de chaleur serait (en nombres ronds), savoir : par sept observations faites dans sept mines de Cornouailles, de 41 à 13 mètres, moyenne 29 mètres; par une observation dans une mine de Saxe, de 34 mètres; et par une observation à Huelgoët, de 43 mètres.

La seule comparaison des résultats numériques des trois tableaux qui précèdent suffirait pour faire apprécier l'imperfection des moyens d'expérience qui ont été employés. Ainsi, par exemple, les expressions de l'accroissement de chaleur qui ont été trouvées pour la même mine, présentent des variations dont l'étendue dépasse infiniment celle qu'il serait permis d'admettre pour faire la part soit des anomalies dues aux accidents du terrain, soit des petites inexactitudes qui peuvent affecter ce genre d'observations. Mais les conséquences approximatives qu'on est en droit de tirer de l'ensemble des expériences, n'en subsistent pas moins. De plus, l'inégalité des résultats d'un pays à un autre est frappante, et me paraît constituer un point de vue tout-à-fait nouveau, auquel j'aurai occasion de revenir.

J'arrive enfin à examiner les expériences qui ont été faites par des procédés plus immédiats que ceux dont je viens de discuter les résultats. Elles ont eu pour but de prendre directement la température du sol à chacun des niveaux où l'on a opéré. Leur nombre est peu considérable; elles se réduisent aux suivantes, savoir :

1° Dans deux mines de Saxe, celles de Beschert Glück et de Alte Hoffnung Gotes, M. de Trébra a fait placer des thermomètres stationnaires dans des galeries situées à différents niveaux, qui étaient éloignées des travaux en activité,

dans lesquelles l'air circulait peu, et où l'on passait rarement avec des lumières. Chaque thermomètre était enfermé dans une niche vitrée sur le devant, et de plus contenu dans un tube de verre; la boule se trouvait enfoncée dans une entaille pratiquée exprès dans le rocher. Une porte en bois recouvrait la vitre, et n'était ouverte que lorsqu'on voulait observer. Les observations ont été suivies pendant long-temps; et dans l'une des mines elles ont été répétées jusqu'à trois fois par jour pendant deux ans. Elles étaient confiées aux maîtres mineurs de service, et vérifiées de temps en temps par des officiers supérieurs. Ce système est évidemment meilleur que ceux dont nous avons parlé, mais il n'est pas sans reproche. Dans des mines aussi anciennes, aussi fréquentées, aussi parfaitement aérées que celles dont il s'agit, la température des parois d'une galerie qui n'a pas cessé d'être en communication avec le reste des travaux, a eu le temps de recevoir des modifications notables. La mine de Beschert Glück, par exemple, est ouverte depuis deux siècles; à l'époque des expériences, il s'y trouvait continuellement près de deux cents ouvriers et deux cents lumières pendant cinq jours de la semaine, et cet état de choses durait depuis environ trente ans. Ainsi donc, quoique les thermomètres aient été invariables sur chaque point, du moins à ce qu'assure M. de Trébra, il est très-peu probable que les expériences aient précisément indiqué la température initiale du rocher à chaque niveau d'observation. Si l'on veut considérer le grand développement des travaux, l'énorme capacité des excavations, l'abondance des eaux, et toutes les autres circonstances accessoires, on sera porté à regarder les notations recueillies comme étant au-dessous de la

température initiale qu'il s'agissait de connaître : les résultats sont consignés dans le tableau que nous donnerons ci-après.

2° Dans une mine de Cornouailles, celle dite *United-mines,* on a pris la température du sol de deux galeries qui avaient été inondées pendant deux jours, et à cet effet on a enfoncé le thermomètre à quelques pouces dans les matières terreuses formant le plancher de ces galeries. Il est évident que cette expérience, faite passagèrement, comporte plusieurs espèces d'incertitudes. Suivant toutes probabilités, la température observée ne représente qu'approximativement la température initiale du niveau où l'on a opéré. Avant l'inondation, le sol avait déja une température composée à raison de toutes les causes qui avaient agi sur lui depuis l'ouverture des galeries. Après l'inondation, le séjour des eaux avait nécessairement produit une modification quelconque, car il est presque impossible qu'elles soient arrivées avec une température égale à celle des travaux qu'elles ont remplis. A l'appui de ces considérations, je citerai les résultats des expériences suivantes.

A l'exploitation du Ravin, près de Carmeaux, dans l'étage inférieur dont j'ai déja parlé, à 17 mètres de la taille, le thermomètre, enfoncé d'environ 2 décimètres dans les déblais humides et battus qui formaient le sol de la galerie, a marqué 2°,6 de plus que la température propre à ce niveau. En opérant de même dans des parties plus éloignées, j'ai trouvé 2°,8 et jusqu'à 3°,1 de différence également en excès. J'aurais probablement eu des différences moindres ou même en sens contraire, si, au lieu d'observer en automne, j'eusse opéré à la fin de l'hiver, et après des froids soutenus.

On est donc fondé à regarder ce genre d'expérience comme fort inexact. Je ne rapporte les résultats qui seront consignés ci-après que comme des approximations qu'il n'est pas inutile de prendre en considération.

3° Enfin, dans une autre mine de Cornouailles, celle de Dolcoath, on a tenu pendant dix-huit mois un thermomètre enfoncé à 1 mètre dans le rocher d'une galerie. Je n'ai pu me procurer les détails de cette expérience importante; mais il est à présumer qu'un observateur aussi zélé que M. W. Fox, à qui elle est due, y aura donné les soins convenables. Toutefois, si l'on n'avait pas choisi un fond de galerie, si l'on ne s'était point placé, non-seulement loin des travaux en activité, mais encore de tous vieux ouvrages, il y aurait des chances d'incertitude. On ne saurait donc absolument répondre de l'exactitude du résultat; dans tous les cas, on ne peut refuser de l'admettre comme très-approximatif: j'en consigne la notation dans le tableau suivant, qui réunit tout ce qui a rapport aux expériences faites dans le roc même des excavations. Ce tableau contient neuf résultats obtenus en Saxe et en Cornouailles.

Tableau des observations faites sur la température du roc dans les mines.

LIEUX, AUTEURS et dates DES OBSERVATIONS.	MINES.	Profondeurs des stations.	TEMPÉRATURE du roc.	TEMPÉRATURE moyenne du pays.	Profondeur correspondante à l'accroissement de 1° de chaleur.
	Première espèce d'observations.				
		Mètres.	*Degrés.*	*Degrés.*	*Mètres.*
Saxe. — De Trébra. — 1805, 1806, 1807.	M. de plomb et argent de Beschert Glück..	180	11,25	8	55,38
		260	15	8	37,1
Saxe. — De Trébra. — 1815.	*Id.* de Alte Hoffnung-Gotes...........	71,9	8,75	8	95,88
		168,2	12,81	8	35
		268,2	15	8	38,3
		379,54	18,75	8	35,3
	Seconde espèce d'observations.				
Cornouailles. — W. Fox. — Publiées en 1821.	M. de cuivre dites *united-mines*........	348	30,8	10	16,7
		366	31,1	10	16,6
	Troisième espèce d'observations.				
Id. — *Id.* — Publiées en 1822.	M. de cuivre de Dolcoath...........	421	24,2	10	30

D'après ce tableau, la profondeur correspondante à l'accroissement de 1° de chaleur serait (en nombres ronds), sa-

voir : par deux séries d'observations faites pendant deux ans sur deux points de la mine de Beschert Glück, de 55 à 37 mètres, moyenne 46 mètres ; par quatre séries d'observations faites en 1815, sur quatre points de la mine de Alte Hoffnung Gotes, de 95 à 35 mètres, moyenne 51 ; par deux observations recueillies passagèrement à la mine dite *United-mines*, de 17 mètres ; et par une série d'observations qui ont duré dix-huit mois, sur un point de la mine de Dolcoath, de 30 mètres.

Si on veut comparer ces résultats numériques avec ceux obtenus précédemment, on verra qu'ils mènent, à peu de chose près, aux mêmes conséquences. Je les confondrai donc dans les conclusions qu'il faut tirer de tout ce qui précède.

Mais avant de résumer ces conclusions, je dois exposer brièvement plusieurs considérations importantes qui peuvent influer sur le jugement que l'on doit porter relativement au mérite des expériences qui ont été discutées.

Première considération. On ne sait pas assez que les thermomètres sont des instruments presque toujours assez imparfaits, même ceux qui sortent des meilleurs ateliers. D'abord, par inadvertance du fabricant, l'échelle peut avoir été placée un peu trop haut ou un peu trop bas ; je possède un instrument de ce genre, très-bon d'ailleurs, dans lequel le zéro de l'échelle était primitivement de 0,3 au-dessous du terme de congélation. En second lieu, par l'effet de très-petites inégalités dans le calibre des tubes, des différences de 3 à 4 dixièmes sont très-communes dans la marche de deux instruments regardés comme passablement bons : j'ai vu souvent des variations plus grandes. Enfin, par un vice inhérent à l'instrument en général, à mesure qu'il devient ancien, le

mercure se tient plus haut qu'il ne devrait être pour correspondre avec les indications de l'échelle ; et cette élévation, qu'on attribue à une contraction lente de la boule, peut aller quelquefois à plus de 1°.

Dans les expériences qui nous occupent, le premier soin des observateurs devait être de vérifier l'exactitude des thermomètres sous ces différents points de vue; et le second, de rendre compte des vérifications. Malheureusement aucun des observateurs n'a eu cette dernière attention ; en sorte que, quoique l'on doive présumer que les vérifications ont eu lieu, on n'en a point la certitude.

Deuxième considération. On calcule l'accroissement de la température souterraine, en comparant les résultats des expériences faites dans la profondeur, soit avec les résultats obtenus à un niveau plus élevé, soit avec la moyenne température. Or, à l'exception des données de l'Observatoire de Paris, je ne crois pas que l'on puisse répondre des moyennes que j'ai employées ci-dessus, à un demi-degré près, soit en moins, soit en plus.

Troisième considération. On peut avoir des doutes sur la profondeur absolue des points où la plupart des observations ont été faites. Il paraît probable que presque tous les observateurs ont rapporté cette profondeur au plan dans lequel l'entrée du puits de service le plus voisin des stations est située. S'ils avaient pris la peine de déterminer par des opérations rigoureuses la distance comprise entre chaque station et le point de la surface extérieure du sol qui est situé dans la même verticale, ils n'auraient point manqué d'en faire mention. Or, comme les puits sont rarement ouverts sur des hauteurs, il est à présumer que la plupart des profondeurs

assignées sont trop faibles, et que, par conséquent, à ne considérer que cette seule cause, les accroissements de température que l'on aurait conclus seraient trop forts.

Au reste, l'influence de cette cause d'inexactitude serait d'autant moindre qu'il s'agirait d'expériences faites à de plus grandes profondeurs. Il en est de même des deux premières causes que nous avons examinées.

Quatrième considération. Tous les renseignements recueillis sur la température des sources d'eau douce, sur celle des fontaines jaillissantes artificielles, sur celle des cours d'eau assez volumineux pour faire tourner des usines à leur sortie de terre, tels que la rivière d'Isle près de Vaucluse, et la Touvre près d'Angoulême, concourent à prouver l'accroissement de la chaleur souterraine. Je ne connais d'exception que lorsque les sources sont dominées par de hautes montagnes dans lesquelles il fond annuellement une grande quantité de neiges. C'est à ce cas d'exception que se rapportent les deux faits suivants observés par de Saussure, le premier au mois d'août 1789, et le second le 4 août 1792 (1): un cours d'eau capable, à sa sortie de terre, de faire tourner une usine, et qui est situé près de Macugnaga, au fond du grand cirque neigé du mont Rose, n'a marqué au thermomètre que 3°,75; d'abondantes fontaines, ruisselant au pied d'une puissante chaîne calcaire, à environ 550 mètres au-dessus de la mer, au fond de la vallée de l'Arve, près de Sallenche en Savoie, ont marqué 7°,7.

A ces faits, j'ajouterai le suivant, qui est plus remarquable: Les belles fontaines de Médouze, situées dans les hautes Py-

(1) Voyages dans les Alpes, § 1403 et § 2226.

rénées, près de Bagnères de Bigorre, à l'entrée de la vallée de Campan, et au niveau même du fond de cette vallée célèbre, produisent un cours d'eau rapide qui, à sa sortie du rocher, fait tourner trois usines dans un espace de deux cents pas. Le 22 septembre 1822, à dix heures du matin, j'ai trouvé leur température à 10°,4, c'est-à-dire inférieure d'environ 4° à la moyenne température du fond de la vallée (le vif courant d'air qui sortait avec les eaux, était à la même température).

Les anomalies de ce genre sont faciles à expliquer d'après les circonstances locales; il n'en peut résulter aucune objection plausible contre la conséquence générale qu'il faut tirer de la chaleur de toutes les sources d'eau douce et de tous les cours d'eau de même espèce qui proviennent de l'intérieur de la terre.

Cinquième et dernière considération. Anciennement, lorsque la minéralogie se bornait à l'étude de quelques substances rares et brillantes, on voyait des pyrites partout, même dans les laves, quoiqu'elles en soient complètement dépourvues, et on croyait rendre raison de plusieurs grands phénomènes dépendant de la constitution de la terre, en supposant des fermentations souterraines produites par la décomposition de ces pyrites. Ces deux sortes de préjugés sont maintenant bien discrédités, du moins parmi les personnes qui sont au courant des progrès de la géologie. En effet les pyrites sont infiniment moins abondantes qu'on ne l'avait supposé, surtout en amas de quelque étendue. Elles sont à jamais inaltérables tant qu'elles restent enveloppées dans les roches qui les renferment. Placées dans les circonstances les plus favorables, deux des trois espèces de pyrites

qui ont été reconnues, sont persistantes ou ne se décomposent qu'avec une extrême lenteur. Une seule espèce, le sulfure blanc, est susceptible de se décomposer avec rapidité, mais il faut pour cela des circonstances toutes particulières, et ces circonstances sont toujours le produit de l'art, excepté dans quelques cas naturels, si rares et si restreints, qu'on peut en faire abstraction. Pour que les masses pyriteuses de cette espèce s'altèrent d'une matière notable, il faut d'abord qu'elles aient pu s'ameublir naturellement, ou bien qu'on les ait réduites en fragments, car la décomposition n'agit qu'en raison des surfaces. Il faut de plus que les cavités qui en contiennent, ou que les déblais qui en renferment, ne soient ni trop ni trop peu abreuvés d'humidité, et que la circulation de l'air ne soit pas active; autrement l'altération est très-lente, et dès-lors il n'en résulte aucun dégagement sensible de chaleur. Je citerai à ce sujet un exemple remarquable.

Les mines de houille de Saint-Georges Lavencas, dans le département de l'Aveyron, consistent en couches horizontales ayant au plus un demi-mètre de puissance, et qu'on exploite par galeries débouchant au jour vers le haut de la pente qui borde, à l'ouest, l'immense plateau calcaire du Larzac, dans lequel elles sont situées. Le toit et le plancher de chaque couche sont formés d'un schiste bitumineux et pyriteux, qui a été l'objet d'une grande exploitation lorsque le prix de la couperose et de l'alun était beaucoup plus élevé qu'à présent. On laissait le schiste s'effleurir en grande partie dans la mine, avant de l'extraire. J'ai anciennement visité ces mines, et je n'y avais remarqué aucune élévation extraordinaire de température. J'y suis retourné le 5 no-

vembre 1822; les travaux s'étendaient fort loin dans le corps de la montagne, et leur sécheresse était remarquable; les galeries n'avaient, suivant la coutume du pays, que la hauteur suffisante pour que le mineur pût travailler couché sur le flanc, et sortir, en rampant, le traîneau chargé de combustible minéral. Elles étaient très-sinueuses et souvent étranglées. L'air circulait très-imparfaitement et d'une manière peu sensible. Le schiste pyriteux était partout en décomposition, soit à la surface des excavations, soit au milieu des nombreuses accumulations de déblais. Cependant la température de l'air, dans les travaux, ne dépassait sur aucun point 20°,4; or il est à remarquer que l'air extérieur était alors à 19°,8, et que j'ai opéré entre deux et trois heures d'après-midi.

En général il est constant que les circonstances propres à produire une chaleur tant soit peu notable par la décomposition du fer sulfuré blanc dans les mines, sont peu fréquentes, et que, quand elles se rencontrent, il est rare qu'elles agissent sur de grandes masses. Rien de plus facile d'ailleurs à reconnaître et à constater que les effets de ce genre : la roche s'ameublit et se résout en terre ou en gravier; des efflorescences salines se manifestent en très-grande abondance; les eaux deviennent fortement vitrioliques, et leur circulation donne lieu à divers inconvénients auxquels le mineur doit pourvoir; enfin, pour peu qu'une masse de déblais ou de rocs éboulés et affaissés vienne à prendre une température supérieure à celle des travaux environnants, il n'est aucun ouvrier qui n'en fasse la remarque.

Ainsi, par exemple, lorsque je suis descendu dans les mines de Decise le 1er septembre 1825, on a prévenu mes

questions sous le point de vue dont il s'agit, en m'indiquant une portion des anciens travaux, très-éloignée de celle dans laquelle j'ai fait les expériences dont je rendrai compte, où les mineurs travaillaient absolument nus. La taille était au milieu d'un vieux massif de houille cerné par des déblais échauffés depuis long-temps. A la main, la surface de la taille qui venait d'être dépouillée, paraissait tiède. Au thermomètre, l'intérieur de la houille a marqué 27°, c'est-à-dire 8° de plus que la chaleur propre que le terrain aurait dû présenter à ce niveau. L'air qui circulait à peine dans ce petit ouvrage, marquait 28°.

Je terminerai ce qu'il était nécessaire d'exposer à ce sujet, en faisant remarquer qu'une partie des observations que nous avons discutées, ont été faites soit dans des excavations où il n'y avait point de pyrites, soit dans des mines où il en existait une si petite quantité ou bien de si peu décomposables, qu'on peut en faire abstraction. Cette remarque s'applique nécessairement aux conduits de nature si variée, dans lesquels les eaux qui filtrent dans les mines, et même en général celles des sources superficielles, vont prendre leur température A l'égard des mines où il existait des pyrites en quantité tant soit peu notable, les observateurs se sont assurés qu'il n'en pouvait résulter aucune influence sur la température des excavations où ils ont opéré. L'habileté des observateurs ne peut laisser aucun doute à ce sujet, et leur témoignage, fortement prononcé, est en harmonie avec ce que nous venons d'exposer.

Nous résumerons maintenant de la manière suivante les conséquences qu'il faut tirer de la première partie de notre travail :

1° Si l'on écarte un certain nombre d'observations comme offrant trop d'incertitudes, toutes les autres annoncent d'une manière plus ou moins positive qu'il existe un accroissement notable de température à partir de la surface de la terre vers l'intérieur; c'est donc avec raison que l'on avait admis cet accroissement.

2° Les résultats recueillis à l'Observatoire de Paris sont les seuls dont on puisse conclure avec certitude une expression numérique de la loi que suit cet accroissement. Cette expression porte à 28 mètres la profondeur qui correspond à l'augmentation de 1° de chaleur souterraine (et pour le dire en passant, il en résulte que la température de l'eau bouillante ne serait qu'à 2,503 mètres, ou une bonne demi-lieue, au-dessous de Paris).

3° Parmi tous les autres résultats, un petit nombre seulement fournissent des expressions numériques assez approximatives de la loi cherchée, pour qu'on puisse les porter en ligne de compte. Ces expressions varient de 57 à 13 mètres pour 1° d'accroissement; leur moyenne annonce en général une augmentation plus rapide que celle qu'on avait admise jusqu'à présent. Leur témoignage a d'autant plus de poids, qu'elles comprennent les produits de plusieurs séries d'observations sédentaires.

4° Enfin en groupant par contrées tous les résultats admissibles à tel titre que ce soit, je suis conduit à pressentir une notion nouvelle et importante, savoir : que les différences entre les résultats recueillis dans le même lieu, ne tiennent pas seulement à l'imperfection des expériences, mais aussi à une certaine irrégularité dans la distribution de la chaleur souterraine d'un pays à un autre.

Ainsi les observations qui ont été publiées jusqu'à ce jour ont un mérite réel, une valeur effective et incontestable; mais il est évident aussi qu'elles laissent beaucoup à désirer à certains égards. Dans cet état de choses, comme c'est moins le nombre que le choix et l'exactitude des expériences qui importent, j'espère que les expériences auxquelles je me suis livré, et dont je vais rendre compte, seront utiles, ne fût-ce que pour satisfaire aux premiers besoins de la science.

DEUXIÈME PARTIE.

Expériences nouvelles et directes sur la température souterraine.

Ne pouvant faire que des expériences passagères dans les mines, j'ai pensé que les mines de houille m'offriraient plusieurs circonstances favorables qu'on ne peut point rencontrer dans les exploitations métalliques, et dont je pourrais tirer un grand parti. En effet, dans ces mines on est obligé de pousser des galeries d'aménagement à une grande distance au milieu du sol vierge. Ces ouvrages creusés dans la houille, substance qui est facile à excaver, avancent avec rapidité, en sorte que le front de la taille n'a jamais le temps de perdre sensiblement sa température propre et native. De plus, on peut en quelques minutes percer dans la houille des trous profonds dans lesquels des thermomètres, placés avec les précautions convenables, prennent incontestablement la température du sol. Or, tel est le fond du procédé que j'ai suivi.

Les thermomètres que jai employés sont enveloppés de

manière à ce qu'ils puissent conserver pendant un temps suffisant la température acquise dans le terrain. A cet effet, chaque instrument est enroulé, d'une manière lâche, dans une feuille de papier de soie, formant sept tours entiers. Ce rouleau, exactement fermé au-dessous de la boule, est serré par un fil un peu au-dessous de l'autre extrémité de l'instrument, en sorte qu'on peut en sortir à volonté la portion du tube qu'il est nécessaire de voir pour observer l'échelle, sans craindre le contact de l'air : le tout est contenu dans un étui de fer-blanc. Je me suis assuré que mes thermomètres ainsi disposés et placés dans la glace fondante, ne mettaient pas plus de douze minutes pour descendre de 15° à 0°. Enfoncés à 5 décimètres de profondeur dans un tas de sable très-légèrement humide et déposé au fond d'une cave, il leur fallait, dans les circonstances où j'ai opéré, un peu moins de vingt minutes pour en prendre exactement la température, en perdant à cet effet 8° de leur température initiale.

Les premières expériences que je rapporterai, sont celles que j'ai faites à la mine de Carmeaux.

Le terrain houiller de Carmeaux fait partie d'un pays montueux dont les formes sont largement adoucies. Il occupe le fond d'une vallée fort évasée, celle du Cérou. Les couches, horizontales dans le milieu de la vallée, se relèvent faiblement sous les pentes qui en forment le berceau. Elles reposent immédiatement sur un terrain primordial, composé de roches talqueuses phylladiformes, dont les strates sont, au contraire, dans une situation à peu près verticale. Tout annonce que le terrain houiller n'a éprouvé aucun dérangement depuis qu'il a été formé.

Les deux exploitations dans lesquelles j'ai fait mes expé-

riences sont éloignées l'une de l'autre d'une petite demi-lieue. Elles étaient également sèches, composées de travaux neufs, et parfaitement isolées au milieu du sol vierge. Le percement des galeries où je me suis placé avançait d'un mètre à chaque poste d'ouvriers, et on venait de faire tomber une tranche de houille de toute cette épaisseur lorsque j'ai opéré : par conséquent le terrain avait, sans aucun doute, sa température native.

L'exploitation dite de Castillan, dans laquelle je suis descendu le 19 septembre 1825, est située sur la rive gauche du Cérou, et à une assez grande distance de ce ruisseau. Elle consistait alors 1° en un seul puits de 316 mètres de profondeur, achevé depuis deux ans, garni d'une cheminée d'aérage, et donnant si peu d'eau, qu'on n'en tirait que trois mètres cubes en vingt-quatre heures; 2° en une seule galerie commencée depuis quatre mois, percée dans la houille, longue de 62 mètres, à peu près horizontale et parfaitement sèche. L'air extérieur était à 24°; l'air de la galerie, qui ne circulait pas d'une manière sensible, marquait à quatre décimètres du plafond 23°,6. J'ai fait percer au fleuret, au milieu de la couche de houille, et dans un des angles de la taille, un trou de 65 centimètres de profondeur sur 4 de diamètre, et plongeant sous une inclinaison d'environ 15°. Le percement a eu lieu en moins de six minutes, et sans que le fleuret, continuellement en contact avec une certaine quantité de débris, ait pu, à raison de son mouvement, recevoir une chaleur tant soit peu appréciable. Le thermomètre qui avait été préliminairement ramené à une température aussi voisine qu'il était possible de celle du terrain, en le mettant d'abord au pied de la taille dans des débris fraîche-

ment abattus, et ensuite en le tenant quelques instants à l'entrée du trou, a été descendu au fond de ce trou, lequel a été immédiatement après fermé d'un fort bouchon de papier. Au bout d'une heure le thermomètre a été retiré, et a donné pour température du terrain 19°,5 D'après l'inspection du sol à l'extérieur de l'exploitation, et d'après les renseignements relevés sur les plans des travaux par le directeur, M. Chassignet fils, il a été facile de fixer exactement la profondeur de la station au-dessous de la surface du sol qui est située dans la même verticale. Cette profondeur était juste de 192 mètres.

Avant d'aller plus loin, je ferai remarquer que ce mode d'expérience, dont j'ai d'ailleurs fait usage sur tous les autres points où j'ai opéré, doit donner des résultats exacts. Je crois du moins n'avoir omis aucune des précautions convenables pour atteindre ce but. Pour prévenir la seule objection qu'on pourrait peut-être me faire, je dirai qu'ayant toujours observé dans des galeries où l'air était à une température supérieure à celle du terrain, ce qui m'était connu tant par quelques expériences préliminaires que par la condensation d'une légère humidité à la surface des tailles, c'est à dessein que j'ai incliné les trous de fleuret. Au moyen de cette inclinaison, l'air, une fois introduit dans les trous, ne pouvait s'y renouveler, puisqu'il y était refroidi et se trouvait par conséquent plus pesant que celui des galeries. Sa température initiale n'a pu d'ailleurs influer d'une manière appréciable sur les résultats des expériences. Par un temps froid, il eût fallu donner aux trous une direction légèrement ascendante.

L'exploitation du Ravin à Carmeaux, dans laquelle je suis

descendu en 1822 et en 1825, et que j'ai déja décrite, est située au pied des coteaux qui bordent la rive droite du Cérou. En 1822 j'ai pris ma station à l'extrémité de l'étage inférieur, au fond de la galerie principale, laquelle avait alors 273 mètres de longueur à partir de la partie inférieure du puits. J'ai donné précédemment la température de l'air tant dans cet étage qu'à l'extérieur de la mine. J'ai, du reste, opéré comme ci-dessus. Le thermomètre, après être resté près d'une heure dans un trou de fleuret, profond de 63 centimètres, et qui avait été percé en quatre minutes, a marqué 17°,1. En 1825, voulant examiner si la température se soutiendrait avec égalité dans le même terrain, j'ai fait une nouvelle expérience à l'extrémité de la même galerie qui avait été fort avancée. J'ai trouvé, eu égard aux niveaux des deux stations, une différence si petite que je ne m'y arrêtai pas. Je ne cite l'expérience que comme attestant l'exactitude du premier résultat.

Pour déduire rigoureusement des résultats qui précèdent l'accroissement de la température souterraine, il faudrait connaître la moyenne température du pays. Or nous l'ignorons, et la connaissance des moyennes plus ou moins douteuses de Toulouse (14°,5), Montauban (13°,1), et Montpellier (15°,2), fournies la première par M. Daubuisson, et les deux autres par le P. Cotte, ne conduirait qu'à une estimation fort incertaine. Mais on peut aussi prendre pour terme de comparaison la température dont le sol est pourvu à un niveau très-voisin de celui où les variations mensuelles et annuelles de la chaleur superficielle commencent à devenir peu sensibles. J'ai eu recours à ce dernier moyen, et j'ai fait les expériences suivantes.

Il existe à quelques mètres du puits Castillan, à l'auberge de Bigorre, un puits d'eau douce ayant 13 mètres de profondeur totale, et qui ne tarit jamais. Au 19 septembre 1825 il s'y trouvait 3 mètres d'eau. Cette eau, qu'on a mêlée, et qui n'a été extraite que lorsque le seau en avait pris la température, a marqué 13°,15 : nombre qu'il faut rapporter au niveau de 11 mètres 5 dixièm., à cause du mélange du liquide.

A 400 mètres environ du puits du Ravin, et dans le fond de la vallée du Cérou, près de la maison Vériac, un autre puits ayant 6 mètres 5 dixièmes de profondeur totale, qui ne tarit dans aucun temps, et qui contenait alors 65 centimètres d'eau, a fourni, en procédant comme ci-dessus, de l'eau à 12°,9 : nombre qu'il faut rapporter au niveau de 6 mètres 2 dixièmes au-dessous de la surface du sol, à cause du mélange du liquide.

Ces deux observations marchent fort bien ensemble. La première surtout paraît susceptible de donner un terme de comparaison convenable. En effet, dans le puits dont il s'agit, le liquide est continuellement renouvelé par une extraction journalière assez notable, et sa masse est très-grande, eu égard à la surface par laquelle il reçoit les très-petites influences que l'air extérieur peut produire à cette profondeur, à raison des variations de température et de sécheresse qu'il éprouve. De plus, à l'époque à laquelle j'ai observé, ces influences sont à peu près nulles, car l'air extérieur ne peut remplacer celui des puits, tant qu'il est plus chaud et par conséquent plus léger. D'un autre côté, on voudra bien se rappeler, 1° que dans les caves de l'Observatoire de Paris, à 28 mètres de profondeur, les plus grandes variations des thermomètres, dans le cours d'une année, n'excèdent pas $\frac{1}{33}$ de degré, et

2° que, d'après les expériences que de Saussure a faites (1) au moyen de trous de sonde percés dans un sol d'alluvion analogue à celui qui recouvre le terrain houiller de Carmeaux, l'influence des rayons solaires ne parvient à 10 mètres de profondeur qu'en six mois de temps. Or, dans mon expérience, j'ai dû rencontrer la température moyenne du printemps, c'est-à-dire une expression extrêmement approchée de la moyenne température du pays pour l'année 1825, augmentée d'une quantité très-faible due à la chaleur propre de la terre. Je ferai remarquer de plus que les années 1824 et 1825 ont été très-douces par toute la France. A Paris, la température moyenne de 1824 a excédé de 0°,59 la température moyenne réelle qui est, comme on le sait, de 10°,6, et en 1825, la différence en plus s'est élevée à 1°,07. Ainsi l'expression trouvée ci-dessus, déduction faite de la petite quantité qui tient à la chaleur propre de la terre, est vraisemblablement de quelques dixièmes de degré au-dessus de la véritable température moyenne de Carmeaux. S'il en est ainsi, l'emploi que je vais en faire donnera nécessairement des résultats un peu trop faibles.

En partant donc de cette expression pour calculer l'accroissement de la température souterraine, je trouve qu'à l'exploitation du Ravin, pour une différence de niveau de 170 mètres 4 dixièmes, il y en a une de 3°,95 dans les températures, et qu'à l'exploitation de Castillan, pour 180 mètres 5 dixièmes, il y en a une de 6°,35; en d'autres termes,

(1) De Saussure, Voyage dans les Alpes, § 1423. Voyez aussi les résultats des expériences du même genre faites en 1825 par M. Arago, Annales de Chimie et de Physique, t. 30, p. 396.

dans la première de ces mines, la chaleur croît de 1° pour 43 mètres 14 cent., et dans la seconde, de 1° pour 28 mètres 42 cent.

J'avoue qu'une aussi grande différence entre deux résultats recueillis sur deux points aussi peu éloignés m'a étonné; je ne doute pas qu'elle ne soit due à une circonstance tout-à-fait locale, dépendante du peu d'épaisseur du terrain houiller et de l'inégale conductibilité des couches verticales du sol primordial inférieur. En effet, l'exploitation du Ravin est située dans l'alignement d'un énorme filon cuivreux qui se montre à trois quarts de lieue de là, du côté de Rosières, où il a été anciennement l'objet d'une exploitation très-considérable, et où l'on peut le suivre sur une longueur de plus de 500 mètres au milieu des roches talqueuses (1). Si cette puissante zone métallifère se prolonge sous les travaux du Ravin, comme cela est très-possible (car dans cette partie de la France j'ai reconnu d'énormes filons du même âge ayant plusieurs lieues de longueur), il s'ensuit que sa conductibilité, plus grande que celle des roches talqueuses, a dû exercer une influence notable depuis qu'elle existe, et qu'elle a pu occasionner les différences de température souterraine que j'ai exposées ci-dessus. Cette explication paraît assez plausible pour qu'on puisse s'y arrêter. Je passe maintenant aux observations que j'ai faites à Decise.

Les mines de houille de Decise sont situées dans un pays de collines très-étendues et très-prononcées. Les exploitations sont ouvertes sur le dos d'une de ces vastes collines.

---

(1) Voyez la description que j'ai donnée de ce gîte, Journal des Mines, t. 28, p. 421.

Elles n'offrent aucune trace de bouleversement. On y rencontre seulement quelques failles dont les effets ont été très-faibles relativement à l'uniformité de la stratification. D'après différentes données qu'il serait trop long d'exposer ici, je ne doute pas que le terrain houiller de Decise ne repose immédiatement sur le sol primordial; j'ajouterai d'ailleurs que, d'après mes observations, ce mode de gisement appartient à tous les terrains houillers qui existent dans l'intérieur de la France. J'ai opéré au milieu d'un grand massif de terrain vierge, et sur une couche de houille inclinée d'environ 25° au S.-O. Les travaux par lesquels on y arrivait étaient parfaitement secs et aérés. L'inclinaison de la couche m'a permis d'y prendre deux stations qui, d'après l'égale longueur des galeries au fond desquelles elles étaient situées, se sont trouvées sinon dans la même verticale, du moins dans le même plan perpendiculaire à la direction.

La profondeur absolue de chaque station au-dessous de la partie de la surface extérieure du sol qui est située dans la même verticale, a été rigoureusement déterminée à l'aide des plans de l'exploitation et au moyen d'opérations exécutées de concert avec MM. les officiers des mines, et notamment avec M. Machecourt, directeur.

A la station inférieure, laquelle était prise dans la partie la plus profonde des travaux, un trou incliné de 15°, et profond de 60 centimètres, a été percé au fleuret en moins de cinq minutes, dans l'angle d'une taille qui venait d'être dépouillée. Le thermomètre a été placé dans ce trou avec les précautions précédemment décrites. Il était à 171 mètres au-dessous de la surface extérieure du sol. Après un séjour de cinquante minutes, il a marqué 22°,1. Pendant ce temps,

dans la galerie, dont la hauteur était de 2 mètres 3 dixièmes, l'air circulant marquait 23°,22 à la distance de 3 décimètres du plafond, et 22°,2 à 2 décimètres au-dessus du plancher.

A la station supérieure, à 107 mètres au-dessous de la surface du sol, le creusement d'un trou profond de 60 centimètres, et situé dans l'angle de la taille nouvellement dépouillée, a exigé près d'une demi-heure de travail, parce qu'on a eu à passer une zone de schiste tenace. Le fleuret s'échauffant sensiblement, on l'a sorti très-souvent pour le refroidir avec de l'eau; on s'est assuré d'ailleurs que la température des débris, qui étaient continuellement en contact avec l'outil, n'augmentait pas d'une manière appréciable. Le thermomètre, après être resté cinq quarts d'heure dans le trou, a marqué 17°,78. Dans la galerie, l'air près du plafond marquait 21°,6, et près du plancher 20°,35.

Il est à remarquer que, lorsque je suis descendu dans l'exploitation (1er septembre 1825), à huit heures du matin, l'air extérieur était à 19°,85, et qu'à midi, lorsque j'en suis sorti, il était à 22°,85. Or ces circonstances expliquent l'identité fortuite que j'ai rencontrée entre la chaleur du rocher et celle de l'air à la station inférieure.

J'ai pu suppléer d'une manière que je crois satisfaisante au manque de renseignements sur la température moyenne du pays, en prenant pour terme de comparaison celle de deux puits d'eau douce situés presque immédiatement au-dessus de mes deux stations souterraines.

Dans le puits dit de la Cour des Pavillons, ayant 20 mètres de profondeur totale, et contenant 6 mètres 2 dixièmes d'eau, cette eau, après avoir été mêlée, a marqué 11°,77: nombre

qu'il faut rapporter à la profondeur de 16 mètres 9 dixièmes, à cause du mélange du liquide.

Dans un autre puits dit chez Pélisson, ayant neuf mètres 5 dixièmes, et contenant 1 mètre 4 dixièmes d'eau, la température de l'eau mêlée a été de 11°,4: nombre qu'il faut rapporter à la profondeur de 8 mètres 8 dixièmes.

Ces deux résultats se servent mutuellement d'appui. En les discutant d'après les bases que nous avons précédemment exposées, on arrive à reconnaître que le second représente très-approximativement la température moyenne du pays, augmentée d'une quantité très-faible due à la chaleur propre de la terre.

En partant du second résultat, et en lui comparant la température prise à 171 mètres, on trouve que pour une différence de niveau de 162 mètres 2 dixièmes, il y en a une de 10°,7, ou en d'autres termes que l'accroissement de la température souterraine est de 1° pour 15 mètres 52 cent.

En faisant le même calcul pour l'expérience faite à 107 mètres de profondeur, on trouve que l'accroissement de la température souterraine serait de 1° pour 15 mètres 52 cent.

Enfin, en comparant entre elles les observations faites aux deux stations dans la mine, on en déduit un accroissement de chaleur souterraine de 1° pour 14 mètres 81 cent.

En ce moment, je ne m'arrêterai à ces résultats que pour en faire remarquer l'harmonie, et pour en tirer cette conséquence, savoir : que l'emploi du fleuret n'a certainement pas influencé la température observée à ma station dans l'étage supérieur de la mine. On voit en outre que la chaleur croît dans le sein de la terre bien plus rapidement dans le département de la Nièvre que dans le département du Tarn.

Je ne passerai point aux expériences faites à Littry, sans rappeler, en général, le parti que les physiciens pourraient tirer de l'existence des puits d'eau douce, surtout de ceux qui sont habituellement couverts, pour déterminer, sans beaucoup de peine, la moyenne température de chaque contrée. On a depuis fort long-temps indiqué ce moyen, et il est à regretter qu'on en ait si peu fait usage. Il y a des cas particuliers, comme ceux dans lesquels j'ai opéré, où une seule observation peut, sans contredit, donner un résultat très-approximatif; mais généralement parlant, deux ou quatre, ou mieux encore douze observations faites à des temps égaux dans le cours d'une année, et répétées pendant plusieurs années, seraient préférables. Je citerai comme exemple un résultat de quelques expériences de ce genre faites sur la température de l'eau du puits qui existe dans la maison que j'habite dans la partie basse du Jardin du Roi. Ce puits a 7 mètres 2 dixièmes de profondeur absolue. Il ne tarit jamais. La hauteur de l'eau varie de 1 mètre à 3 mètres 5 dixièmes, suivant les saisons. La température de l'eau, préalablement mêlée, a été prise le 22 août 1825 et le 22 février 1826. La différence n'a été que 1°,42, et la moyenne de 11°,21. C'est 0°,46 de moins que la moyenne température de l'Observatoire de Paris pour l'année 1825. Or j'aurais dû avoir 0°,24 de plus que cette moyenne, puisque le Jardin du Roi est au-dessous de l'Observatoire d'environ 40 mètres. D'où il faut conclure qu'à 0°,7 près, j'ai obtenu la moyenne température du lieu pour l'année dans laquelle j'ai opéré. Cette différence en moins s'explique très-bien à l'aide des données suivantes: 1° mon puits n'est jamais complètement couvert; 2° l'air s'y précipite nécessairement dans les temps froids, et ne s'y re-

nouvelle pas dans les temps chauds; 3° on n'en tire de l'eau que très-rarement, et en petite quantité. J'ai par conséquent opéré dans des circonstances peu favorables. Il est évident qu'en se plaçant mieux, on obtiendrait des résultats beaucoup plus exacts. Cette méthode aurait le grand avantage d'être indépendante de la solution de la question si embarrassante de savoir combien d'observations thermométriques il faut faire par jour, et à quelles heures, pour obtenir avec certitude, dans une contrée donnée, la moyenne température dont l'air a joui près de la surface de la terre pendant le cours d'une année. Les résultats devraient d'ailleurs subir une légère réduction pour tenir compte de l'effet de la chaleur souterraine, réduction proportionnelle à la profondeur du niveau d'eau expérimentée, et qui, d'après ce que nous exposerons bientôt, serait, terme moyen, de $\frac{1}{25}$ de degré par mètre.

Le terrain houiller de Littry est situé dans un pays de collines peu prononcées. Il repose en stratification non concordante, sur un système de roches dites intermédiaires: grès quartzeux lustrés, phyllades et grauwackes. Il offre des couches horizontales, excepté du côté où les roches intermédiaires se montrent au jour. De ce côté, les couches se relèvent sous un angle d'environ 40°. D'après mes observations, la partie inférieure du terrain houiller contient une énorme assise de porphyre pétrosiliceux, et les grès de la région moyenne sont en partie formés de débris décomposés et souvent amygdalaires de ce porphyre. La houille se trouve dans la région moyenne.

J'ai opéré dans les travaux de recherches dits du puits Saint-Charles. Ces travaux, situés dans la partie horizontale

du terrain houiller, et fort loin de toute exploitation ancienne et moderne, consistaient, 1° en un puits muni de sa cheminée d'aérage, profond de 105 mètres, et qui avait été commencé en 1819; 2° en une galerie sinueuse, longue de 180 mètres, et menée en taille sur un front de 6 mètres ½ largeur moyenne; 3° en quelques petits embranchements partant de la galerie principale, et poussés dans différentes directions. Le vide de cet étage unique de galeries était très-approximativement de 2,860 mètres cubes.

L'air circulait à l'aide de la cheminée d'appel existant dans l'un des angles du puits, et au moyen d'une cloison verticale partageant la galerie principale dans toute sa longueur. On distinguait à peine quelques suintements d'eau dans ces travaux. Le puisard n'était alimenté que par de très-médiocres filtrations venant de la partie supérieure du puits.

La couche sur laquelle on était en recherche, avait 2 mètres 5 dixièmes de puissance. Elle consistait en schiste de dureté très-variée, mêlé en zones minces soit avec de la houille, soit quelquefois avec des plaques de véritable grès. L'ensemble était assez tenace, et l'abattage se faisait à coups de poudre. On ne reculait le front de la taille que d'environ 3 mètres par semaine.

Depuis quinze mois que l'étage était en creusement, on y employait constamment le travail de douze ouvriers, et l'éclairage singulièrement économique de douze lumières, ne brûlant chacun en une heure que 7 grammes ½ de chandelles de vingt-huit à trente-deux à la livre. D'après ces données, la chaleur, dégagée en une heure par l'éclairage et par les ouvriers, était suffisante pour faire monter de près de 3° la température d'une masse d'air égale à celle contenue dans les travaux.

Au moment de mon entrée dans la mine, le 22 août 1823, à onze heures du matin, l'air extérieur marquait 20°,7. A ma sortie, il n'était plus qu'à 18°,15 : il pleuvait.

Dans la place d'accrochage au fond du puits, l'air au plafond était à 20°,7, et au plancher à 20°,1. Dans la galerie principale, à 40 mètres de distance de l'accrochage, l'air, dans un coude resserré, était à 19°,4 près du plafond. A l'extrémité de la même galerie, au front de taille, et près du plafond, l'air marquait 21°, 66.

Je me suis servi, pour prendre la température propre du terrain, de deux trous de mine percés depuis une heure, et dont le percement avait exigé un peu moins de temps. Inclinés de 10°, l'air n'avait pu s'y renouveler. En supposant que, malgré le contact des débris, le passage du fleuret y eût produit quelque influence, elle devait être dissipée surtout vers le fond. Ces trous étaient placés dans les angles de la taille, c'est-à-dire très-favorablement, l'un à droite et l'autre à gauche, et au même niveau. Ce niveau était à 99 mètres audessous de la portion du sol extérieur, situé dans la même verticale. Les thermomètres, après y avoir été placés avec les précautions que j'ai déja décrites, y sont restés une heure. En sortant du premier des trous, qui avait 62 centimètres de profondeur, l'un des thermomètres a marqué 16°. En sortant du second trou, qui n'avait que 52 centimètres, l'autre thermomètre a marqué 16,°27. La moyenne des deux observations donne 16°,135 pour la température propre du terrain.

J'ai usé des ressources suivantes pour déterminer approximativement la température moyenne du pays : j'ai considéré que cette contrée, située d'un demi-degré plus au nord que

Paris (où la température de l'Observatoire est de 10°,6), appartient néanmoins à une zone isotherme supérieure, et qu'en effet, d'après les nombreuses données recueillies par le P. Cotte, on doit assigner les moyennes températures suivantes, savoir, à Rouen 10°,8, à L'Aigle 10°,5, à Mayenne 11°,1, et à Saint-Malo 12°,3. D'où j'ai conclu que la moyenne température de Littry pouvait être fixée à 11° : nombre qui est vraisemblablement un *maximum*.

En adoptant ce nombre pour calculer l'accroissement de la chaleur souterraine, on trouve qu'à Littry la température propre du sol, à 99 mètres de profondeur, diffère de 5°,135 d'avec la température moyenne du pays, ou en d'autres termes que l'accroissement de chaleur est de 1° pour 19 mètres 28 cent., résultat qui est un peu moins fort qu'à Decise, mais beaucoup plus considérable qu'à Carmeaux.

Avant de terminer la seconde partie de mon travail, j'en rapprocherai les résultats au moyen des deux tableaux suivants.

Tableau des données fournies par les expériences qui ont été faites directement sur la température du sol, à Carmeaux, à Littry et à Decise.

LIEUX DES EXPÉRIENCES.		Numéros des expériences.	Profondeurs des stations.	Températures observées	OBSERVATIONS.
			Mètres.	*Degrés.*	
CARMEAUX.	Eau du puits Vériac	1	6,2	12,9	Ce puits est à peu de distance de la mine dite du Ravin.
	Eau du puits de Bigorre	2	11,5	13,15	Ce puits est immédiatement au-dessus de la station prise dans la mine de Castillan.
	Roc au fond de la mine du Ravin.	3	181,9	17,1	Il y a une petite demi-lieue de distance entre ces deux mines.
	Roc au fond de la m. de Castillan.	4	192	19,5	
LITTRY.	Surface extérieure des mines	1	0	11	Température égale à la moyenne températ. qu'il faut attribuer au pays.
	Roc au fond de la mine S.-Charles. — Station *a*	2	99	16	
	Roc au fond de la mine S.-Charles. — Station *b*	3	99	16,27	
	Roc au fond de la mine S.-Charles. — Moyenne pour les deux stations	4	99	16,135	
DECISE.	Eau du puits Pélisson	1	8,8	11,4	Ces puits sont situés presque immédiatement au-dessus des stations prises dans la mine.
	Eau du puits des Pavillons	2	16,9	11,67	
	Roc au fond de la mine Jacobé. — Station supérieure.	3	107	17,78	
	Roc au fond de la mine Jacobé. — Station inférieure.	4	171	22,1	

Tableau des résultats fournis par le calcul des données qui précèdent.

LIEUX des EXPÉRIENCES.	NUMÉROS des données comparées.	Profondeur correspondante à l'accroissement de 1° de chaleur souterraine.	OBSERVATIONS.
		Mètres.	
Carmeaux.	N° 1 et N° 3	41,83	On ne rapporte ces résultats que pour mémoire.
	N° 1 et N° 4	28,15	
	N° 2 et N° 3	43,14	La cause de la grande différence qui existe entre ces deux résultats n'étant pas certaine, il faut prendre une moyenne, qui est de 35 mètres 78 centièmes.
	N° 2 et N° 4	28,42	
Littry.	N°. 1 et N°. 4	19,28	
Decise.	N° 1 et N° 3	15,52	L'accord de ces résultats est remarquable.
	N° 2 et N° 3	15	
	N° 1 et N° 4	15,16	
	N° 2 et N° 4	14,92	
	N° 3 et N° 4	14,81	

On voit en définitive que la profondeur qui correspond à l'accroissement de 1 degré de chaleur souterraine doit être fixée (en nombres ronds), savoir, à 36 mètres pour Carmeaux, à 19 mètres pour Littry, et à 15 mètres pour Decise.

Tels sont les derniers éléments que nous avions à faire connaître. Il ne nous reste plus qu'à nous résumer; or il nous semble qu'on est fondé à tirer de tout ce qui précède les conclusions suivantes :

1° Nos expériences confirment pleinement l'existence d'une chaleur interne, qui est propre au globe terrestre, qui ne tient point à l'influence des rayons solaires, et qui croît rapidement avec les profondeurs.

2° L'augmentation de la chaleur souterraine, à raison des profondeurs, ne suit pas la même loi par toute la terre; elle peut être double ou même triple d'un pays à un autre.

3° Ces différences ne sont en rapport constant ni avec les latitudes ni avec les longitudes.

4° Enfin l'accroissement est certainement plus rapide qu'on ne l'avait supposé; il peut aller à un degré pour 15 et même 13 mètres en certaines contrées; provisoirement, le terme moyen ne peut pas être fixé à moins de 25 mètres.

Ces conclusions importantes assurent, tout en les modifiant notablement, les bases d'après lesquelles on peut appliquer au globe terrestre la théorie mathématique de la répartition de la chaleur dans les corps de grande dimension. Elles sont en harmonie avec les conséquences tirées des phénomènes de nature si différente qui avaient fait pressentir depuis long-temps l'incandescence intérieure de la terre. Rapprochés les uns des autres, ces divers éléments donnent lieu à des combinaisons nouvelles, à des applications remarquables. On peut, suivant nous, en tirer de nombreuses inductions propres à éclairer les parties les plus obscures et tout à la fois les plus essentielles de la géologie. Nous allons exposer sommairement ces inductions, du moins les principales, en avertissant préalablement que toutes n'ont pas le même degré de probabilité, et en réclamant qu'on ne les juge pas sans les avoir soumises à un examen convenable, et surtout sans nous accorder quelque indulgence. Il est des sujets

dans la connaissance desquels on ne fera de grands progrès qu'en multipliant les hypothèses, comme il y a des problèmes que l'on ne résout commodément que par la règle de fausse position. Cette marche est très-logique lorsque la nature des choses ne permet pas d'en suivre une plus directe, et lorsqu'on ne cesse pas de multiplier les expériences et de varier les observations à mesure qu'on se livre à de nouveaux aperçus. Il est sans contredit possible que l'on s'égare, mais au point où en sont les sciences, l'erreur appelle bientôt la contradiction et par conséquent la vérité. De toutes manières il y a un résultat utile; on n'en peut attendre aucun du défaut d'invention et de l'absence de toute tentative rationelle d'explication.

TROISIÈME PARTIE.

Principales applications à la théorie de la terre.

1° Tous les phénomènes observés, d'accord avec la théorie mathématique de la chaleur, annonçant que l'intérieur de la terre est pourvu d'une température très-élevée qui lui est particulière, et qui lui appartient depuis l'origine des choses, et d'un autre côté le volume de la masse terrestre étant infiniment plus considérable que celui de la masse des eaux (environ dix mille fois plus grand), il est extrêmement vraisemblable que la fluidité dont le globe a incontestablement joui avant de prendre sa forme sphéroïdale, était due à la chaleur.

2° Cette chaleur était excessive, car celle qui actuellement pourrait exister au centre de la terre, en supposant un ac-

croissement continu de 1 degré pour 25 mètres de profondeur, excéderait 3500° du pyromètre de Wedgwood (plus de 250,000° centigrades).

3° On doit admettre que la température de 100° du pyromètre de Wedgwood, température qui serait capable de fondre toutes les laves et une grande partie des roches connues, existe à une profondeur très-petite, eu égard au diamètre de la terre, et par exemple que cette profondeur est de moins de cinquante-cinq lieues de cinq mille mètres à Carmeaux, de trente lieues à Littry, et de vingt-trois lieues à Decise; nombres qui correspondent à $\frac{1}{23}$, $\frac{1}{42}$ et $\frac{1}{55}$ du moyen rayon terrestre.

4° Tout porte donc à croire que la masse intérieure du globe est encore douée maintenant de sa fluidité originaire, et que la terre est un astre refroidi, qui n'est éteint qu'à sa surface, ce que Descartes et Leibnitz avaient pensé.

5° Si on considère, d'une part, la généralité que les observations de Dolomieu, sur le gisement des foyers d'éruption (1), et nos expériences sur la composition des laves (2) ont donnée aux phénomènes volcaniques, et de l'autre la grande fusibilité des matières que tous les volcans de la terre rejettent actuellement et même depuis long-temps, on devra penser que la fluidité intérieure commence, du moins sur beaucoup de points, à une profondeur notablement moindre

(1) Dolomieu, Rapport sur ses Voyages en 1797, Journal des Mines, t. 7, p. 385.

(2) Recherches sur différents produits volcaniques, Journal des Mines, t. 21, p. 249, et t. 23, p. 55. — Mémoire sur la composition des laves de tous les âges, Journal de Physique, t. 83, p. 135.

que celle où réside la température de 100 degrés du pyromètre de Wedgwood.

6° L'écorce de la terre, abstraction faite de cette pellicule superficielle et incomplète qu'on nomme sol secondaire, s'étant formée par refroidissement, il s'ensuit que la consolidation a eu lieu de l'extérieur à l'intérieur, et par conséquent que les couches du sol primitif les plus voisines de la surface sont les plus anciennes. En d'autres termes, les terrains primordiaux sont d'autant plus récents qu'ils appartiennent à un niveau plus profond, ce qui est l'opposé de ce que l'on a admis jusqu'à présent en géologie.

7° M. Fourier, considérant la distribution de la chaleur souterraine dans les profondeurs qui nous sont accessibles, la température des pôles et l'existence du rayonnement vers les espaces célestes, a démontré que la terre continue de se refroidir (1); ce refroidissement n'est insensible à la surface que parce que les pertes de chaleur y sont incessamment compensées par l'effet d'une propagation qui procède uniformément du dedans au dehors, compensation presque complète, qui approche continuellement de l'état d'équilibre, et que l'expérience et la théorie expliquent parfaitement. Les pertes de chaleur n'ont donc d'influence qu'à de grandes profondeurs, d'où il résulte que l'écorce du globe continue journellement de s'accroître à l'intérieur par de nouvelles couches solides. Ainsi la formation des terrains primordiaux

(1) Remarques générales sur les températures du globe, et des espaces planétaires, par M. Fourier, Annales de Chimie et de Physique, t. 27, année 1824, p. 136. — Et Résumé théorique des propriétés de la chaleur rayonnante, par le même, même tome, p. 275.

n'a pas cessé; elle ne cessera qu'après un temps immense, c'est-à-dire lorsque le refroidissement aura atteint sa limite.

8° Si l'écorce de la terre a été formée comme nous le supposons, les couches primordiales que nous connaissons doivent être disposées à peu près dans l'ordre des fusibilités; je dis à peu près, car il faut faire une part à l'action rapide avec laquelle le refroidissement devait s'exercer dans l'origine des choses, et à celle des affinités chimiques jouant sur de si grandes masses. Or les couches magnésiennes, calcaires et quartzeuses sont en effet les plus voisines de la surface.

9° Suivant ce qui précède, l'épaisseur moyenne de l'écorce de la terre n'excède probablement pas vingt lieues de 5,000 mètres. Je dirai même que, d'après plusieurs données géologiques non encore interprétées, et sur lesquelles je reviendrai dans une autre occasion, il est à croire que cette épaisseur est beaucoup moindre. A s'en tenir au résultat ci-dessus, cette épaisseur moyenne n'équivaudrait pas à la soixante-troisième partie du moyen rayon terrestre. Elle ne serait que la quatre-centième partie de la longueur développée d'un méridien.

10° L'épaisseur de l'écorce de la terre est probablement très-inégale; cette grande inégalité nous paraît annoncée par celle de l'accroissement de la température souterraine d'une contrée à une autre. La différence des conductibilités ne peut seule rendre raison du phénomène. Plusieurs données géologiques nous portent également à présumer que la puissance de l'écorce de la terre est très-variable.

11° La chaleur propre que le sol de chaque lieu dégage continuellement étant l'élément fondamental du climat qui

s'y est établi, et suivant nous les quantités de cette chaleur dégagée n'étant pas en rapport constant d'un pays à un autre, on conçoit maintenant pourquoi des pays situés à la même latitude ont, toutes choses égales d'ailleurs, des climats différents, et comment Mairan, Lambert, Mayer, et d'autres physiciens, ont échoué à vouloir représenter par des formules la gradation, supposée par eux régulière, que les moyennes températures superficielles suivent de l'équateur jusqu'aux pôles. On ajoute ainsi une cause nouvelle à celles qui occasionnent les singulières inflexions que présentent les lignes isothermes.

12° Quelle que soit la nature des forces ou des événements astronomiques qui ont anciennement troublé la stabilité des continents et qui ont occasionné l'état général de dislocation et de bouleversement que nous offre la structure de l'écorce de la terre, on se figure aisément que toutes les parties de cette écorce flottant, s'il est permis de s'exprimer ainsi, autour d'une sphère parfaitement fluide, et se trouvant d'ailleurs subdivisées à l'infini par suite de la stratification, et surtout par les retraits innombrables que le refroidissement a produits dans chaque couche, ont pu être disloquées et bouleversées comme nous les voyons. Ces effets sont inexplicables si, comme on l'a supposé généralement, les couches superficielles du sol primordial se sont consolidées les dernières, et si le globe est solide jusqu'au centre.

13° Il y a long-temps qu'en considérant la fluidité probable de la masse centrale, les phénomènes des tremblements de terre, le peu d'épaisseur de l'écorce consolidée, et surtout les innombrables solutions de continuité qui partagent cette

écorce, et qui résultent soit de la stratification, soit de la contraction due au refroidissement progressif, soit des bouleversements qui ont eu lieu, nous sommes arrivés à reconnaître que cette écorce jouit vraisemblablement d'une certaine flexibilité. Nous avons développé les éléments de cette propriété singulière dans un Mémoire lu à l'Académie en 1816, et qui a eu le désavantage d'être présenté à une époque où les esprits n'étaient pas encore assez préparés à s'occuper du recherches de cette nature. Or cette propriété devient maintenant plus probable que jamais; on conçoit de plus, d'après la fluidité que l'on doit attribuer aux matières centrales qui servent de support, comment la flexibilité dont il s'agit pourrait être mise en jeu, sans qu'il nous fût possible de nous en apercevoir. En effet, pour qu'un changement de figure du sphéroïde capable d'élever l'équateur d'un mètre, en raccourcissant proportionnellement l'axe de la terre, pût s'opérer, il suffirait, en ce qui concerne le plan de l'équateur, que chacune des innombrables solutions de continuité qui entrecoupent transversalement l'écorce consolidée, et que je supposerai espacées entre elles de cinq mètres, terme moyen, fût soumise à un écartement égal à la douze cent soixante-seizième partie d'un millimètre, quantité qui est excessivement petite.

14° La flexibilité probable de l'écorce de la terre est actuellement entretenue par deux principales causes, l'une générale et continuelle, l'autre locale et passagère. Cette dernière cause, considérée pendant les trente derniers siècles qui se sont écoulés, n'a ménagé aucune contrée; quelquefois elle a secoué presqu'en même temps la vingtième partie de la surface des continents, ou bien elle a fait onduler le sol

dans des directions égales à la sixième ou à la septième portion d'un méridien; je veux parler des tremblements de terre. Depuis les temps historiques on en compte plus de six cents que leur violence ou leur étendue ont rendus mémorables. La première cause tient à ce que la diminution permanente de la chaleur de la terre n'opère plus aucune contraction sensible dans les régions souterraines voisines de la surface, tandis qu'elle continue ses effets dans la profondeur, soit pour augmenter l'écartement des masses qui ont éprouvé les premiers effets du retrait, soit pour occasionner de nouvelles solutions de continuité dans ces masses. Ajoutons que la formation lente de nouvelles couches solides à l'intérieur doit être subordonnée à la règle générale, en vertu de laquelle les matières à l'état liquide éprouvent une grande diminution de volume en passant à l'état solide.

15° Les régions les moins flexibles de l'écorce de la terre sont nécessairement celles voisines de la surface, car les solutions de continuité transversales qu'elles renferment ont depuis long-temps atteint et perdu leur maximum d'écartement. Il est évident que les forces centrales tendent à rapprocher les masses élémentaires des régions superficielles à mesure que le refroidissement contracte de plus en plus le volume de toutes les parties intérieures du globe. Ce rapprochement agirait d'une manière uniforme si les couches de l'écorce consolidée étaient concentriques, et si toutes les solutions transversales se trouvaient dirigées dans des plans perpendiculaires à la surface; mais il n'en est pas ainsi. L'état de bouleversement de l'écorce primordiale est tel qu'en la considérant en grand, je ne saurais la définir que comme un amas de décombres pressés les uns à côté des autres, et dont

les couches sont presque toujours très-inclinées ou verticales. Depuis que cet état subsiste, l'obliquité d'une quantité innombrable de solutions de continuité, dont quelques-unes ont une étendue immense, fait obstacle à ce qu'il s'établisse sur tous les points un rapprochement des masses élémentaires qui soit uniforme et proportionné aux contractions centrales. Le rapprochement a été remplacé par des changements de niveau peu considérables, mais qui ont pu affecter de grandes surfaces continentales. Plusieurs faits géologiques s'accordent avec cette hypothèse. On doit présumer que cet effet subsiste encore actuellement, quoique d'une manière insensible. Si le relèvement séculaire du bassin de la Baltique est constant, c'est ainsi qu'on pourra l'expliquer. On expliquera de même le changement dans le niveau de la Méditerranée que nous avons observé avec Dolomieu sur les côtes d'Égypte (1); il est maintenant à croire, suivant nous, que toute cette partie du continent d'Afrique éprouve un abaissement progressif qui peut aller à 2 ou 3 centimètres par siècle.

16° M. de Laplace estimant que les observations astronomiques faites du temps d'Hipparque sont assez exactes pour qu'on puisse en conclure que la durée du jour n'a pas diminué de $\frac{1}{300}$ de seconde centésimale depuis vingt siècles, a pensé que la contraction, qui est actuellement produite par le refroidissement séculaire du globe, n'était pas assez grande pour augmenter sensiblement la vitesse de rotation. Cette opi-

(1) Voyez ma description des ruines de Sân (Tanis des anciens), dans le grand ouvrage sur l'Égypte.

nion nous donne une limite utile de l'effet actuel du refroidissement général.

17° Mais si l'on considère les effets de la contraction depuis l'origine du refroidissement, on ne peut s'empêcher d'admettre qu'elle a exercé une certaine influence sous le point de vue qui précède; d'une part, la durée du jour a successivement diminué d'une petite quantité, et de l'autre la figure de la terre a dû éprouver une altération légère par suite de l'accélération de la vitesse de rotation, si toutefois la flexibilité de l'écorce consolidée a été suffisante pour permettre le changement de figure, ce que nous admettons. Ainsi le jour est actuellement un peu moins long et le sphéroïde un peu plus aplati vers les pôles que dans l'origine des choses. Si ces données sont exactes, il est évident que les deux effets continuent : il ne s'agit que de trouver un moyen meilleur que le précédent, d'en apprécier la très faible intensité; ce qui n'est pas impossible, ainsi qu'on le verra tout à l'heure.

18° Une autre conséquence, non moins probable et non moins curieuse, à laquelle on est conduit par l'hypothèse de l'incandescence et de la fluidité centrales, est celle-ci : pour peu que l'écorce de la terre jouisse de la flexibilité qu'il faut lui attribuer suivant nous, il s'ensuit que le phénomène des marées s'exerce, sans qu'on s'en soit douté jusqu'à présent, sur la masse terrestre elle-même. On ne s'étonnera pas de cet effet, qui d'ailleurs doit être excessivement faible, si l'on veut faire attention qu'il avait certainement lieu dans l'origine des choses, c'est-à-dire lorsque la surface du globe jouissait de la fluidité parfaite qui est admise dans toutes les hypothèses. Il est aisé de démontrer que les plus grandes de

ces anciennes marées terrestres ne pouvaient pas avoir moins de 4 à 5 mètres.

19° Le refroidissement séculaire actuel augmentant continuellement l'épaisseur de l'écorce de la terre, on peut se demander si la matière incandescente qui est soumise à cette action passe en entier à l'état solide, ou si elle est décomposée de manière à fournir des parties solides et des parties gazeuses. Ce genre de décomposition par refroidissement, cette production de gaz, n'ont rien d'improbable; la coagulation des laves nous en offre journellement un exemple bien frappant. En admettant cette supposition, on explique très-naturellement l'origine de la matière première des tremblements de terre. Une excessive température maintient cette matière première à l'état gazeux, malgré l'influence de l'excessive pression qu'elle éprouve aux grandes profondeurs dont il s'agit. Les capricieux phénomènes des tremblements de terre tiendraient d'ailleurs à l'extrême inégalité de la surface intérieure de l'écorce de la terre.

20° Les données qui précèdent conduisent à une explication toute nouvelle des phénomènes volcaniques, explication qui paraîtra peut-être plus satisfaisante, du moins pour le très-petit nombre de personnes qui ont une idée juste et complète des éléments de la question, que toutes celles qui ont été imaginées jusqu'à présent. Ces phénomènes nous paraissent un résultat simple et naturel du refroidissement intérieur du globe, un effet purement thermométrique. La masse fluide interne est soumise à une pression croissante qui est occasionnée par deux forces dont la puissance est immense, quoique les effets soient lents et peu sensibles : d'une part, l'écorce solide se contracte de plus en plus à mesure que sa

température diminue, et cette contraction est nécessairement plus grande que celle que la masse centrale éprouve dans le même temps; de l'autre, cette même enveloppe, par suite de l'accélération insensible du mouvement de rotation, perd de sa capacité intérieure à mesure qu'elle s'éloigne davantage de la forme sphérique. Les matières fluides intérieures sont forcées de s'épancher au dehors sous forme de laves par les évents habituels qu'on a nommés volcans, et avec les circonstances que l'accumulation préalable des matières gazeuses, qui sont naturellement produites à l'intérieur, donne aux éruptions. Qu'on ne s'étonne pas de cette hypothèse, je puis la rendre vraisemblable par un calcul bien simple.

J'ai cubé à Ténériffe (en 1803), aussi approximativement que cela était possible, les matières rejetées par les éruptions de 1705 et de 1798. J'ai fait la même opération à l'égard des produits de deux éruptions encore plus parfaitement isolées, qui existent dans les volcans éteints de l'intérieur de la France, savoir (en 1806), ceux du volcan de Murol en Auvergne, et (en 1809) ceux du volcan de Cherchemus, auprès d'Issarlès au Mézin. J'ai trouvé le volume des matières de chaque éruption fort inférieur à celui d'un kilomètre cube. D'après ces données et celles de même genre que j'ai recueillies sur d'autres points, je me crois fondé à prendre le volume d'un kilomètre cube comme le terme extrême du produit des éruptions considérées en général. Or une telle masse est bien peu de chose relativement à celle du globe : répartie à sa surface, elle formerait une couche qui n'aurait pas $\frac{1}{500}$ de millimètre d'épaisseur. En termes exacts, si l'on suppose à l'écorce de la terre une épaisseur moyenne de vingt lieues de 5000 mè-

tres, il suffirait dans cette enveloppe d'une contraction capable de raccourcir le rayon moyen de la masse centrale de $\frac{1}{494}$ de millimètre, pour produire la matière d'une éruption.

Si en partant de ces données on veut supposer que la contraction seule produit le phénomène, et que par toute la terre il se fait actuellement cinq éruptions par an, terme moyen, on arrive à trouver que la différence entre la contraction de l'écorce consolidée et celle de la masse interne ne raccourcit le rayon de cette masse que d'un millimètre par siècle; s'il n'y a que deux éruptions par an, le même raccourcissement s'opère en deux siècles et demi. On voit que dans tous les cas il suffit d'une action excessivement petite pour produire les phénomènes.

On remarquera que cette action, si elle est réelle, est nécessairement en rapport avec la contraction totale que le globe éprouve par l'effet du refroidissement séculaire. Elle fournit une base pour calculer la très-faible influence que cette contraction totale exerce pour accélérer la vitesse de rotation.

Il ne faut rien moins que l'énorme puissance que je viens d'indiquer pour élever les laves. Dans le cas particulier où elles arriveraient précisément d'une profondeur de vingt lieues, il est aisé de prouver, d'après leur pesanteur spécifique moyenne, qu'elles seraient pressées par une force équivalente à celle d'environ 28,000 atmosphères. On sait d'ailleurs qu'elles s'épanchent presque toujours après la sortie des matières gazeuses, ce qui se conçoit très-aisément dans mon système.

Ce n'est point ici le lieu de développer l'hypothèse pu-

rement thermométrique que je propose pour expliquer les phénomènes volcaniques, et de montrer avec quel succès elle s'applique à tous les détails de ces phénomènes. Je me contente de faire remarquer qu'elle rend raison de l'identité des circonstances qui caractérisent le travail de la volcanicité dans toutes les parties de la terre, de la prodigieuse réduction que le nombre des volcans a éprouvée depuis l'origine des choses, de la diminution qui s'est opérée dans la quantité des matières rejetées à chaque éruption, de la composition presque semblable des produits de chaque époque géologique, et des petites différences qui existent entre les laves qui appartiennent à des époques diverses. Enfin, dans cette hypothèse, les directions les plus habituelles des tremblements de terre annoncent les zones de moindre épaisseur de l'écorce de la terre; et les centres volcaniques, tant anciens que modernes, constituent tout à la fois les points de moindre épaisseur et de moindre résistance de cette écorce.

Dans ce qui précède, j'ai fait abstraction des matières gazeuses que produit chaque éruption, parce qu'en les supposant réduites à l'état de liquidité qu'elles avaient primitivement dans le mélange cahotique, s'il est permis de s'exprimer ainsi, dont elles ont été dégagées, elles auraient peu de volume; et que la moyenne d'un kilomètre cube que j'ai adoptée excède de beaucoup la moyenne réelle.

21° La plus grande partie des substances que les eaux minérales et thermales contiennent étant analogues à celles qui s'exhalent, soit des cratères pendant et après les éruptions, soit des courants de laves lorsqu'ils cristallisent, soit des solfatares, on doit croire qu'elles proviennent d'un réservoir commun. Leur émission occasionne des pertes continuelles

à la *charge* gazeuse intérieure. Ces pertes, qui d'ailleurs sont sans cesse réparées par des produits souterrains nouveaux, ont lieu en vertu d'une force d'expansion qui est immense, et par une succession de fissures extrêmement étroites. L'eau est fournie par les causes superficielles qui alimentent les sources ordinaires. L'altération de certaines parties des conduits, surtout près de la surface, peut quelquefois occasionner le remplacement de certains principes par d'autres. Dans ce système d'explication, on conçoit sans difficulté la permanence des sources, leur température à peu près invariable et la singulière nature de leurs principes. Plusieurs phénomènes me paraissent prouver qu'elles étaient beaucoup plus nombreuses dans les temps antérieurs à la période géologique actuelle; ce qui s'explique par la moindre épaisseur que l'écorce de la terre avait alors, et par l'activité plus grande du refroidissement.

22° Si l'on en juge par les laves, la fluidité de la matière incandescente qui constitue l'intérieur de la terre serait très-grande, et sa densité dans les régions éloignées du centre (par exemple à une distance égale aux $\frac{49}{50}$ du rayon) serait encore fort inférieure à la densité moyenne du globe entier. Ces deux données ne sont point en opposition avec l'influence que l'on doit accorder à la pression énorme et croissante qui est due à l'action des forces centrales. Il est à observer d'abord que les liquides se compriment très-faiblement, que cette compressibilité doit avoir une limite, et qu'une excessive chaleur peut en balancer les effets. De plus les laves actuelles ont, après leur coagulation, une pesanteur spécifique moyenne, plus grande que celle des roches primordiales prises dans leur ensemble; d'où on peut conclure, indépen-

damment de toute autre considération, que la densité des matières centrales tient beaucoup plus à leur nature qu'à la compression : elles se sont originairement placées dans l'ordre des pesanteurs spécifiques. L'existence de l'or et du platine nous prouve qu'il peut se trouver au centre de la terre des matières ayant par leur nature une extrême densité.

23° Dès-lors il y a de la vraisemblance dans l'hypothèse de Halley, qui attribuait les actions magnétiques à l'existence d'une masse composée en grande partie de fer métallique, irrégulière, et jouissant d'un mouvement de révolution particulier au centre de la terre. Deux espèces de phénomènes, dont Halley n'a point eu connaissance, ajoutent à cette vraisemblance : d'une part, la rotation de l'anneau de Saturne autour de cette planète peut être invoquée comme fournissant une sorte d'analogie; et de l'autre, la nature des pierres tombées du ciel et l'existence des fers météoriques prouvent que le fer, à l'état métallique et allié de nickel, peut entrer abondamment dans la composition des masses planétaires.

24° Si l'hypothèse de Halley est admissible, elle fournit la limite de la température intérieure de la terre. Cette limite est celle de la résistance que le fer forgé, chargé d'une pression énorme, peut opposer à la fusion. On sera porté à la réduire, si on considère que les expériences de Newton, confirmées par celles de M. Barlow, ont prouvé que le fer, chauffé à la chaleur blanche, perd sa vertu magnétique; mais d'un autre côté il ne faut pas perdre de vue qu'une excessive compression du métal doit vraisemblablement reculer de beaucoup le terme où la vertu magnétique est ainsi anéantie.

25° Enfin, dans la même hypothèse, on serait fondé à faire

des recherches sur divers effets extrêmement faibles, séculaires et jusqu'à présent inaperçus, que les positions diverses et la figure irrégulière d'une masse solide intérieure, douée d'un mouvement particulier, et composée en partie de fer métallique, pourraient occasionner. Ainsi, par exemple, on serait porté à douter de l'invariabilité parfaite, absolue, que l'on a jusqu'à présent attribuée à la direction du fil à plomb dans chaque lieu; et ce doute s'appliquerait aux contrées éloignées des bandes sans déclinaison et de l'équateur magnétique.

Telles sont les inductions principales auxquelles on est conduit en introduisant l'hypothèse de la chaleur et de la fluidité centrales, au milieu des questions les plus importantes de la géologie. Il sera facile d'étendre ces inductions, et par exemple d'expliquer d'une manière également satisfaisante la formation des terrains primordiaux non stratifiés, celle des terrains dits intermédiaires, celle des filons, celle des couches gypseuses, sulfureuses, salines, calcaires et magnésiennes du sol secondaire. La fécondité des applications est remarquable, et cette fécondité ajoute à la probabilité du principe. Il n'en a pas été de même du système neptunien, qui a dominé pendant si long-temps, et qui nous représentait le globe comme une masse solide jusqu'au centre, froide, inerte et formée de bas en haut par des dépôts aqueux. Ce système a été stérile, et aucune de ses applications ne soutient maintenant un examen sérieux. Il va se réduire à d'étroites limites, à l'explication de ces couches superficielles, formées de sédiments consolidés, de débris agglomérés et de dépouilles organiques, qui constituent presque en entier l'enveloppe excessivement mince qu'on

nomme sol secondaire. Si l'autorité des savants qui ont mis ce système en crédit n'eût fait illusion, il est à croire qu'on lui eût, dès l'origine, fait subir une épreuve bien simple, et à laquelle il n'eût point résisté, celle de la comparaison des masses d'eau et de matières terreuses et métalliques qui entrent dans la composition du globe. Il est aisé d'établir que le poids de la masse des eaux n'excède pas la cinquante millième partie du poids du globe entier. Or, de quelque dissolvant que l'on veuille aiguiser cette masse, il est inadmissible qu'un kilogramme d'eau ait jamais pu dissoudre 50,000 kilogrammes de matières terreuses et métalliques.

On nous permettra de le répéter, ce n'est point par esprit de système qu'on est maintenant ramené à la notion du feu central; c'est malgré l'esprit de système, malgré bien des préjugés. Ce retour de l'opinion est produit par la force des choses; il résulte de l'étude exacte, approfondie de phénomènes d'ordres bien différents. On ne croira pas surtout que ce soit par hasard que la physique, la mécanique céleste et la géologie arrivent au même terme, en suivant des routes si diverses. On peut donc le dire, sans craindre de trop s'avancer, l'hypothèse dont ces sciences ont un égal besoin semble présenter déja les caractères d'un principe réel et fondamental; et tout fait présager qu'elle aura pour les progrès de la théorie de la terre une influence aussi puissante que celle du grand principe de la gravitation pour la théorie du mouvement des corps célestes.

Au point où en sont les choses, il semble que l'Académie ne doit plus rester étrangère à une aussi grande question. Peut-être serait-il temps de poursuivre l'exécution d'une mesure qui a été prise dans la séance du 28 novembre 1825,

sur la proposition de M. de Laplace (1). Peut-être aussi conviendrait-il d'appeler le concours de tous les savants, en distribuant quelques-uns des éléments de la question en sujets de prix. La détermination de la figure de la terre a occupé l'Académie pendant plus d'un siècle; la recherche du principe qui préside à la structure du globe, et qui régit tous les phénomènes qui en dépendent, n'est pas moins digne de ses efforts, n'est pas au-dessous des ressources de tout genre dont elle peut disposer. Le but est certainement un des plus élevés auxquels l'esprit humain puisse prétendre; le succès intéresserait par-dessus tout la philosophie des sciences. S'il est avéré que la terre n'est point une masse inerte, comme on l'a supposé pendant si long-temps, si l'apparence d'inertie n'est due qu'à la lenteur des phénomènes et à leur faible intensité, si tout est en mouvement et en travail à l'intérieur, comme tout est en mouvement et en travail à l'extérieur, on arrive à un résultat de la plus haute importance, puisqu'il semble applicable à tous les corps célestes, et on obtient ainsi la preuve la plus puissante de l'existence du grand principe d'*instabilité universelle*, qui a été annoncé ou entrevu depuis long-temps par Newton et par d'autres philosophes : principe supérieur aux grandes règles que l'on s'est habitué à regarder comme constituant exclusivement les

(1) Cette mesure a été de nommer une commission de six membres (MM. de La Place, Arago, Poisson, Thénard, Gay-Lussac et Dulong), qui ont été chargés de rédiger un programme d'expériences à exécuter, pour que l'Académie fasse constater, par des expériences exactes, 1° l'état du magnétisme terrestre; 2° la pression et la composition de l'atmosphère; 3° la chaleur du globe à différentes profondeurs.

lois de la nature, par le secours duquel nous voyons au-delà des périodicités les plus longues et en apparence les plus parfaites de notre système solaire, qui paraît dominer l'univers jusque dans ses moindres parties, qui modifie incessamment toutes choses, qui les altère ou les déplace insensiblement et sans retour, et qui les entraîne, à travers l'immensité des siècles, à des fins nouvelles que l'intelligence humaine ne saurait assurément pénétrer, mais dont elle pourrait du moins s'enorgueillir d'avoir pressenti la nécessité.

MÉMOIRE

SUR

LA COMPOSITION DES MOMENTS EN MÉCANIQUE.

PAR M. POINSOT.

Lu à l'Académie des Sciences, le 17 septembre 1827.

QUELQUES géomètres ont pu lire une note que M. Poisson a publiée dernièrement sur la composition des moments en mécanique (1), et d'où il résulterait que cette composition, toute semblable à celle des forces appliquées sur un point, a été trouvée d'abord par Euler, d'un autre côté par M. Laplace; et que, depuis, nous n'aurions guère fait autre chose que d'en donner de nouvelles démonstrations, ou d'en tirer quelques nouvelles conséquences.

Cette note de M. Poisson, sur un point si connu de l'histoire de la mécanique, et où l'auteur n'a d'autre objet que cette supposition toute nouvelle dont je viens de parler, ne paraît pas avoir besoin d'être réfutée. L'erreur est d'autant plus frappante, qu'il s'agirait de voir aujourd'hui, non pas dans quelque manuscrit jusqu'à présent ignoré, mais dans

(1) *Bulletin universel des Sciences*, etc., 1827, tom. VII, n° 294.

des ouvrages célèbres d'Euler et de M. Laplace, une idée que j'ai proposée comme neuve, il y a plus de vingt ans, et qui a été reconnue telle, à l'Institut, dans un Rapport signé par M. *Laplace* lui-même. Mais comme tout ce qui touche à l'invention des principes, intéresse la philosophie des sciences, et peut servir à leurs progrès, je crois devoir essayer de répandre un nouveau jour sur cette matière, et rectifier ici l'erreur avec précision.

Euler a trouvé que, si l'on connaît les trois sommes des moments de plusieurs forces par rapport à trois axes rectangulaires entre eux, on aura la somme des moments du système relativement à un autre axe quelconque, en ajoutant ces trois sommes multipliées respectivement par les cosinus des angles que les trois axes font avec le nouvel axe donné: formule très-simple, toute semblable à celle qui donne la projection d'une ligne ou d'une force sur un axe quelconque, au moyen de ses trois projections sur trois axes rectangulaires. M. Laplace, en considérant de même les moments d'un système par rapport à trois axes rectangulaires entre eux, ou les *aires* projetées sur trois plans perpendiculaires à ces droites, a fait voir qu'on peut toujours choisir trois axes rectangulaires, tels qu'autour de deux d'entre eux, les moments sont nuls, et qu'autour du troisième, le carré du moment est égal à la somme des carrés des moments relatifs aux trois axes qu'on a d'abord considérés; d'où il a conclu que ce moment du système est plus grand que par rapport à tout autre axe passant par la même origine, et que le moment est nul relativement à tous les axes possibles perpendiculaires à celui-là: c'est ce qui lui a donné l'axe du moment *maximum*, ou dans le mouvement d'un système de

corps, ce plan des aires qu'il a nommé le *plan invariable*.

Voilà précisément ce qui avait été fait par les deux géomètres que je viens de citer, et à qui j'ai rapporté expressément dans mon ouvrage ces théorèmes qui leur appartiennent.

Mais il faut bien remarquer ici que ces théorèmes ne constituent point la composition proprement dite des moments. Cette composition n'a été, et je dirai même, n'a pu être connue que par la théorie des *couples*. Et en effet, ce qu'on appelait le moment d'une force par rapport à un point, ou un axe fixe, n'était jusque-là, pour les géomètres, qu'une simple expression de calcul, un produit abstrait de deux nombres, dont l'un marque une certaine force, et l'autre une certaine ligne; et il me semble qu'il ne pouvait venir à personne l'idée de chercher des lois de *composition*, c'est-à-dire ici, des lois d'*équilibre* entre de tels produits. Que si, par la propriété connue du levier, on pouvait voir, dans ces produits, comme une certaine expression des efforts que font les puissances pour faire tourner autour du point fixe, il est clair que cette idée même, assez vague, n'avait plus aucun lieu, et disparaissait entièrement quand il n'y avait ni point ni axe fixes dans le corps ou système sur lequel les forces étaient appliquées: de sorte que ces produits ne restaient que comme des expressions de calcul, et n'avaient pu conserver, dans leur définition précise, aucune trace de cette espèce de signification que leur donne la présence d'un axe fixe, et qui les avait fait nommer *moments* par les anciens géomètres. Pour découvrir la composition des moments, il fallait donc découvrir ce que le moment exprime dans la science des forces considérée en elle-même : il fallait une *notion statique*, qui manquait alors aux géomètres, et cette notion est

celle du *couple,* dont le moment n'est que la mesure. Par cette idée nouvelle, les moments devinrent des *couples,* qu'on avait sous les yeux, et qu'on pouvait songer à composer ou à mettre en équilibre entre eux, exactement comme de simples forces autour d'un point. Voilà ce qui nous a donné la composition des moments, ou pour mieux dire, la composition des *couples,* qui sont, en statique, la *chose même* que l'on compose, dont le moment n'est que la mesure dans le calcul, et qu'on n'avait point encore découverte.

Il paraît bien d'ailleurs, par les seuls énoncés des théorèmes d'Euler et de Laplace, que ni l'un ni l'autre de ces géomètres n'avaient eu l'idée de cette composition statique des moments. Car, au lieu de se borner à considérer les moments des forces par rapport à différents axes, c'est-à-dire des moments *relatifs,* ils auraient considéré les moments absolus des forces autour du point ou centre commun d'où partent tous ces axes, et ils auraient montré que ces moments s'y composent en un seul *qui tient lieu de tous les autres.* Ils auraient parlé des moments *composants;* du moment *résultant* ou *composé*, et non point d'un moment *maximum.* Ils auraient au moins donné la composition de deux moments autour d'un point, ou ce que j'ai nommé le *parallélogramme des couples* ou *moments;* d'où ils auraient déduit sans calcul, non-seulement ce qu'ils avaient trouvé par de longs circuits d'analyse ou de géométrie, mais encore tout ce que j'ai ajouté à cette partie fondamentale de la mécanique. Mais c'est ce qu'ils n'ont point fait, parce qu'ils n'avaient aucune idée de la composition réelle des moments; et cette vérité est si claire, que de quelque côté qu'on l'envisage, elle ressort toujours avec une nouvelle évidence. Et par

exemple : on accordera, je le suppose, que lorsque ces géomètres ont présenté leurs théorèmes, ces théorèmes étaient nouveaux, je veux dire qu'ils apprenaient quelque chose. Or, si la composition des moments par là se trouvait connue, ces théorèmes n'exprimaient plus rien, et leur inutile énoncé devait disparaître. Car, pour rendre la chose sensible par la comparaison la plus parfaite, considérons plusieurs forces appliquées à un point, et supposons qu'on les *estime* ou qu'on les *projette* toutes sur un même axe. Sans doute on pourrait dire qu'entre tous les axes menés par le même point, et suivant lesquels on peut estimer ainsi les forces proposées, il y en a un seul sur lequel la somme de ces projections est un *maximum* : mais personne ne pourrait songer à faire de cette vérité un théorème, puisque, d'après la loi de la composition des forces qu'on suppose connue, il est clair que cette somme *maximum*, dont on voudrait parler, ne serait autre chose que la *résultante* des forces que l'on considère ; tandis que la somme sur tout autre axe n'en serait qu'une simple projection, évidemment plus petite, par la définition même des projections. Ce ne serait donc qu'un théorème de pure définition, où l'on n'exprimerait rien, pas plus qu'en géométrie, si l'on disait, de la diagonale d'un rectangle, qu'elle est un *maximum* entre les côtés de tous les rectangles possibles qui seraient construits sur cette même diagonale. Or il en est tout-à-fait de même pour les moments, quand on suppose connue la loi de leur composition toute semblable à celle des forces. On ne peut plus présenter comme un *maximum* entre les moments d'un système par rapport à différents axes, ce qui n'est, sous le vrai point de vue, que le moment *résultant* : il est clair que les moments relatifs à

différents axes ne sont que des projections de celui-là, qu'ils sont tous plus petits, et qu'il n'y a là aucun théorème de *maximum* à établir. Ainsi l'on n'avait point la *composition* des moments, puisque des théorèmes qui paraissaient alors et qui étaient en effet considérables dans la mécanique, s'effacent aujourd'hui de la science par l'idée même de cette composition.

Il résulte en effet de nos principes, que tout se réduit maintenant à la notion *statique* du moment, c'est-à-dire à la notion du *couple;* au *parallélogramme des couples;* à la composition générale d'un système quelconque de forces en une seule, résultante de toutes les forces proposées transportées parallèlement à elles-mêmes sur un même point ou centre, pris où l'on voudra dans l'espace, et en un seul couple, résultant de tous les couples qui naissent de ces translations; et enfin, à la détermination de ce lieu de l'espace où il faut placer le centre, pour avoir le plus petit couple résultant : problème que j'ai proposé et résolu le premier, et qui est le seul où l'on puisse voir une question de *minimum.* Je dis où l'on *puisse* voir, parce que cette idée de *minimum* peut encore être écartée, en considérant qu'il s'agit simplement de trouver le lieu du centre pour lequel le couple résultant (qui partout ailleurs est plus ou moins incliné sur la direction constante de la résultante) se trouve ici perpendiculaire à cette direction. D'où l'on voit à quel degré de clarté et de simplicité est portée aujourd'hui l'expression de toute cette doctrine, par la notion des couples et l'idée nette des lois de leur *composition* ou de leur équilibre.

C'est de là que j'ai tiré sur-le-champ, et comme une suite de conséquences évidentes, les propriétés générales de l'équi-

libre et du mouvement des systèmes, les formules connues sur les moments qu'on voudrait estimer par rapport à différents axes menés d'un même centre, les théorèmes nouveaux qui regardent cet axe unique que j'ai nommé *l'axe central* des moments, et ce plan unique des aires, distingué de tous les autres en ce que la somme des aires y est à la fois un *maximum* par rapport à ceux qui passent au même foyer, et un *minimum* par rapport à ceux qui donnent les aires *maxima* aux différents foyers qu'on peut considérer dans l'espace. C'est ainsi qu'on a étendu et simplifié la science, et qu'on a fait descendre dans les Éléments les propositions les plus élevées de la mécanique.

Quant à ces *conséquences qui résultent,* dit M. Poisson, *de ce déplacement de l'origine* ou centre des moments, je crois qu'il fallait dire, non pas qu'elles se *trouvent* dans mon ouvrage, mais que c'est là qu'elles ont été données pour la première fois. MM. Poisson, Cauchy et quelques autres géomètres les ont ensuite transportées, sous d'autres dénominations, dans leurs livres de mécanique; mais je ne sache pas qu'ils y aient rien ajouté. La manière même de les démontrer par l'analyse ou par la géométrie est indiquée dans ma *Statique*, et dans le Mémoire qui l'accompagne; et elle ne peut même manquer de se présenter, sitôt qu'on vient à calculer ou à construire. Ainsi toutes ces méthodes ou expositions différentes des mêmes vérités n'offrent rien de nouveau; on y revoit toujours notre théorie, ou plutôt quelques-uns de nos résultats, moins l'idée du *couple*, qui les a fait naître et qui les enchaîne, et que ces géomètres ont évitée. Mais ils ne devaient pas oublier que, sans quelque idée précise de force attachée au moment, ce produit n'est plus qu'une quantité

abstraite, qu'il n'y a plus pour eux, en mécanique, de *composition des moments identique avec celle des forces,* et qu'à moins d'abuser du langage, ils n'ont pu en présenter aucune espèce de démonstration.

Il n'en est pas de même de la manière dont M. Lagrange, dans la seconde édition de sa *Mécanique analytique*, a essayé de démontrer, après nous, la composition des moments en cherchant à la déduire de celle des rotations instantanées d'un corps autour de trois axes rectangulaires. Avant de composer les moments, l'auteur du moins les *réalise*, en substituant les moments aux *rotations* qu'ils produisent, comme Varignon avait substitué les forces aux mouvements rectilignes. Mais cette démonstration, outre l'inconvénient qu'elle a de supposer la connaissance de l'effet dynamique du moment, et de n'être pas tirée des seuls principes de l'équilibre, présente encore un autre défaut qu'on n'a point remarqué. C'est qu'elle suppose que les trois moments composants autour de trois axes rectangulaires, soient *proportionnels* aux trois rotations instantanées qu'ils tendent à produire autour des mêmes axes; ce qui n'a pas lieu en général : car les rotations que des moments, ou plutôt des couples, tendent à produire sur un corps, ne se font point autour des axes de ces couples, et ne sont point proportionnelles à leurs moments. Il n'en est pas des mouvements de rotation comme des mouvements rectilignes : de quelque côté qu'une force pousse le centre d'un corps, elle y produit, suivant sa direction, le même mouvement ou la même vitesse, parce que, de toutes parts, c'est la même masse à mouvoir, ou la même inertie à vaincre : mais un même couple ne produit pas la même rotation dans quelque plan qu'il soit appliqué, parce

que le *moment d'inertie* à vaincre n'est pas le même autour des différents axes de ce corps. Ainsi les mouvements rectilignes et les forces qui les impriment sont dans les mêmes directions et dans les mêmes rapports, et leur composition est représentée en géométrie par le même parallélogramme; mais les rotations ne coïncident, ni pour leurs axes, ni pour leurs grandeurs, avec les couples qui les produisent, et leur composition ne se fait pas actuellement dans la même figure.

On peut encore remarquer, dans la nature, cette différence essentielle du mouvement de rotation au mouvement rectiligne. Dans celui-ci, toutes les molécules du corps s'avancent par des lignes égales et parallèles, sans exercer l'une sur l'autre la moindre action réciproque : elles se suivent et s'accompagnent, pour ainsi dire, comme si elles étaient simplement contiguës sans être liées les unes aux autres; elles sont entre elles comme si le corps était en repos: en sorte que l'on pourrait, sans rien changer à l'état intérieur du corps, transporter à l'espace environnant, le mouvement total ou une partie du mouvement dont la masse est animée. Mais dans le mouvement de rotation, l'état intérieur du corps est changé par les forces centrifuges que la rotation y fait naître, et qui excitent des forces de tension entre toutes les molécules. Il faut donc que ces molécules soient retenues ensemble par quelque force d'attraction mutuelle qui s'oppose à leur séparation, et qui ait une certaine valeur actuelle pour que la figure même soit conservée : et, comme il n'y a point de corps parfaitement durs, on peut dire que la rotation d'un corps pourrait aller jusqu'à le rompre, et même à en dissiper toutes les molécules dans l'espace. La rotation est donc comme une cause qui peut changer l'état physique des corps, et dont la considération peut devenir importante à l'étude de la nature.

Quoi qu'il en soit, et en supposant la figure invariable, on voit que, par les forces centrifuges dirigées vers l'axe de la rotation, cet axe s'incline et varie à chaque instant de position dans le corps et dans l'espace, et n'est ainsi qu'un axe *instantané,* comme, dans une courbe, la tangente est la direction instantanée du mouvement qui la décrit. Pour que la rotation naisse et continue autour de l'axe même du couple appliqué, il faut donc que cet axe soit précisément un des trois axes autour desquels les forces centrifuges se contre-balancent, axes qui existent dans tous les corps, et qu'on nomme les *trois axes principaux de rotation :* et pour que trois rotations autour des trois axes principaux soient proportionnelles aux trois couples appliqués, il faut que les trois *moments principaux d'inertie* soient égaux entre eux, comme dans la sphère, le cube, etc. On voit où cette démonstration nous mène, et tout ce qu'il serait nécessaire d'y ajouter si on voulait la rendre exacte. Au reste, il est juste d'observer que Lagrange ne l'a donnée, en passant, que comme une espèce de rapprochement ou de comparaison, que j'avais moi-même indiquée, et je n'en parle ici que pour montrer l'erreur où l'on pourrait tomber en prenant l'axe du couple pour celui de la rotation que ce couple tend à produire. Mais si l'on examine de plus près cette démonstration, on voit encore que, pour substituer ainsi des moments à des rotations, et cela indépendamment de tout axe ou point fixe dans le corps, il faut nécessairement considérer ces moments, non plus comme des nombres ou des surfaces, mais comme de *certaines forces qui agissent.* Or, si l'on imagine qu'un corps tourne actuellement autour d'un axe libre mené par son centre de gravité, et qu'on vienne à chercher les forces qui

peuvent lui donner ce mouvement de rotation, on trouve en résultat un *couple*. Ainsi, dès qu'on veut attacher aux mots qu'on emploie un sens net et précis, on retombe dans la considération nécessaire de nos couples. Mais alors, puisqu'il s'agit de leur composition, ce qu'il y a de plus direct, n'est pas de composer les rotations qu'ils produisent, mais de les composer eux-mêmes, comme je l'ai fait, à la manière des simples forces; et c'est par ces couples, au contraire, appliqués, par exemple, sur une sphère homogène, qu'on aurait, en dynamique, la démonstration la plus simple et la plus précise de ce qu'on appelle la *composition des mouvements de rotation*. Je dis *la plus précise*, parce que, dans la rigueur du langage philosophique, il me semble que ce ne sont point les *mouvements* que l'on compose, mais bien les *forces* qui pourraient y donner lieu, et que l'idée nette de *composition* ne peut venir ici que de l'idée nette de l'*équilibre*. Il résulte donc de cette nouvelle discussion, que non-seulement on n'a pu arriver que par les couples à ce principe que j'ai découvert, et nommé le premier la *composition des moments;* mais qu'il n'y en a pas encore d'autre démonstration que celle qui a été donnée en 1803, dans la première édition de mes *Éléments de Statique*.

Je n'ai plus qu'une observation à faire sur cette partie de la note de M. Poisson, qui regarde l'histoire de la découverte du *plan invariable*. Pour être exact, il faut dire que M. Laplace est le premier qui ait considéré ce plan dans le Système du monde, et qui lui ait donné un nom. Mais on ne peut pas dire qu'*avant ce géomètre, la théorie générale du plan invariable n'était pas connue :* car, comme la loi des aires ne dépend, ni de la liaison des corps, ni de leur attraction réciproque, il est évident que le même calcul ou la même transformation de coordonnées, qui avait déja fait découvrir ce

plan dans un système solide, le donne également dans un système variable quelconque; de sorte que la théorie n'en peut être ni plus ni moins *générale* dans aucun cas. On voit aussi qu'on ne peut pas présenter comme remarquable *la propriété qu'il a de faire disparaître dans tous les cas deux constantes arbitraires*, puisque c'est par cette condition même que ce plan a été trouvé et défini. Ce qu'il y a de remarquable, c'est que ce plan nommé *invariable* n'est plus aujourd'hui, à proprement parler dans la science des forces, que le plan du couple résultant de tous les couples du système par rapport au centre ou foyer que l'on considère. Voilà sa vraie définition : la somme des aires qu'on y projette y est plus grande, mais n'y est pas plus *invariable*, que sur tout autre où l'on voudrait estimer les aires ou les moments. Et, puisque la composition des couples est toute semblable à celle des forces, on ne le nomme pas mieux le *plan invariable*, que, dans la composition des forces, on ne nommerait la direction de la résultante la *droite invariable*, et on ne le définit pas mieux par la propriété qu'il a de faire disparaître deux constantes arbitraires, qu'on ne définirait cette droite par la même propriété dont elle jouit également; ou bien, qu'on ne définirait le centre de gravité d'un corps, ou ses trois axes naturels de rotation, par la propriété que ces points ou ces axes ont de faire évanouir, dans le calcul, certaines constantes ou intégrales qu'on y peut rapporter. Définitions vicieuses, qui ont moins de rapport à la nature des choses, qu'à de certains artifices de nos méthodes ou de nos calculs, et qu'il faut soigneusement éviter dans les sciences, si l'on n'a d'autre objet que d'être clair et intelligible.

MÉMOIRE

SUR

LES TEMPÉRATURES DU GLOBE TERRESTRE ET DES ESPACES PLANÉTAIRES.

PAR M. FOURIER.

LA question des températures terrestres, l'une des plus importantes et des plus difficiles de toute la philosophie naturelle, se compose d'éléments assez divers qui doivent être considérés sous un point de vue général. J'ai pensé qu'il serait utile de réunir dans un seul écrit les conséquences principales de cette théorie; les détails analytiques que l'on omet ici se trouvent pour la plupart dans les ouvrages que j'ai déja publiés. J'ai désiré surtout présenter aux physiciens, dans un tableau peu étendu, l'ensemble des phénomènes et les rapports mathématiques qu'ils ont entre eux.

La chaleur du globe terrestre dérive de trois sources qu'il est d'abord nécessaire de distinguer.

1° La terre est échauffée par les rayons solaires, dont l'inégale distribution produit la diversité des climats.

2° Elle participe à la température commune des espaces planétaires, étant exposée à l'irradiation des astres innombrables qui environnent de toutes parts le système solaire.

3° La terre a conservé dans l'intérieur de sa masse une partie de la chaleur primitive, qu'elle contenait lorsque les planètes ont été formées.

En considérant chacune de ces trois causes et les phénomènes qu'elle produit, nous ferons connaître le plus clairement qu'il nous sera possible, et autant que l'état de la science le permet aujourd'hui, les principaux caractères de ces phénomènes.

Notre système solaire est placé dans une région de l'univers dont tous les points ont une température commune et constante, déterminée par les rayons de lumière et de chaleur qu'envoient tous les astres environnants. Cette température froide du ciel planétaire est peu inférieure à celle des régions polaires du globe terrestre. La terre n'aurait que cette même température du ciel, si deux causes ne concouraient à l'échauffer. L'une est la chaleur intérieure que ce globe possédait lorsque les corps planétaires ont été formés, et dont une partie seulement s'est dissipée à travers la surface. La seconde cause est l'action continuelle des rayons solaires qui ont pénétré toute la masse, et qui entretiennent à la superficie la différence des climats.

La chaleur primitive du globe ne cause plus d'effet sensible à la surface; mais elle peut être immense dans l'intérieur de la terre. La température de la surface ne surpasse pas d'un trentième de degré centésimal la dernière valeur à laquelle elle doit parvenir : elle a d'abord diminué très-rapidement; mais, dans son état actuel, ce changement continue avec une extrême lenteur.

Les observations recueillies jusqu'à ce jour indiquent que les divers points d'une même verticale prolongée dans

la terre solide sont d'autant plus échauffés que la profondeur est plus grande, et l'on a évalué cet accroissement à un degré pour 30 ou 40 mètres. Un tel résultat suppose une température intérieure très-élevée; il ne peut provenir de l'action des rayons solaires : il s'explique naturellement par la chaleur propre que la terre tient de son origine.

Cet accroissement, d'environ un degré pour 32 mètres, ne sera pas toujours le même, il diminue progressivement; mais il s'écoulera un grand nombre de siècles (beaucoup plus de trente mille années) avant qu'il soit réduit à la moitié de sa valeur actuelle.

Si d'autres causes jusqu'ici ignorées peuvent expliquer les mêmes faits, et s'il existe d'autres sources ou générales ou accidentelles de la chaleur terrestre, on les découvrira par la comparaison des résultats de cette théorie avec ceux des observations.

Les rayons de chaleur que le soleil envoie incessamment au globe terrestre y produisent deux effets très-distincts : l'un est périodique et s'accomplit tout entier dans l'enveloppe extérieure, l'autre est constant; on l'observe dans les lieux profonds, par exemple, à 30 mètres au-dessous de la surface. La température de ces lieux ne subit aucun changement sensible dans le cours de l'année, elle est fixe; mais elle est très-différente dans les différents climats : elle résulte de l'action perpétuelle des rayons solaires et de l'inégale exposition des parties de la surface, depuis l'équateur jusqu'aux pôles. On peut déterminer le temps qui a dû s'écouler pour que cette impression des rayons du soleil ait produit la diversité des climats telle que nous l'observons aujourd'hui. Tous ces résultats s'accordent avec ceux des théories dyna-

miques qui nous ont fait connaître la stabilité de l'axe de rotation de la terre.

L'effet périodique de la chaleur solaire consiste dans les variations diurnes ou annuelles. Cet ordre de faits est représenté exactement et dans tous ses détails par la théorie. La comparaison des résultats avec les observations servira à mesurer la faculté conductrice des matières dont l'enveloppe terrestre est formée.

La présence de l'atmosphère et des eaux a pour effet général de rendre la distribution de la chaleur plus uniforme. Dans l'Océan et les lacs, les molécules les plus froides, ou plutôt celles dont la densité est la plus grande, se dirigent continuellement vers les régions inférieures, et les mouvements de la chaleur dus à cette cause sont beaucoup plus rapides que ceux qui s'accomplissent dans les masses solides en vertu de la faculté conductrice. L'examen mathématique de cet effet exigerait des observations exactes et nombreuses : elles serviraient à reconnaître comment ces mouvements intérieurs empêchent que les effets de la chaleur propre du globe soient sensibles dans la profondeur des eaux.

Les liquides conduisent très-difficilement la chaleur; mais ils ont, comme les milieux aériformes, la propriété de la transporter rapidement dans certaines directions. C'est cette même propriété qui, se combinant avec la force centrifuge, déplace et mêle toutes les parties de l'atmosphère et celles de l'Océan; elle y entretient des courants réguliers et immenses.

L'interposition de l'air modifie beaucoup les effets de la chaleur à la surface du globe. Les rayons du soleil, traversant les couches atmosphériques condensées par leur propre

poids, les échauffent très-inégalement : celles qui sont plus rares sont aussi plus froides, parce qu'elles éteignent et absorbent une moindre partie de ces rayons. La chaleur du soleil, arrivant à l'état de lumière, possède la propriété de pénétrer les substances solides ou liquides diaphanes, et la perd presque entièrement lorsqu'elle s'est convertie, par sa communication aux corps terrestres, en chaleur rayonnante obscure.

Cette distinction de la chaleur lumineuse et de la chaleur obscure explique l'élévation de température causée par les corps transparents. La masse des eaux qui couvrent une grande partie du globe, et les glaces polaires, opposent moins d'obstacles à la chaleur lumineuse affluente qu'à la chaleur obscure, qui retourne en sens contraire dans l'espace extérieur. La présence de l'atmosphère produit un effet du même genre, mais qui, dans l'état actuel de la théorie et à raison du manque d'observations comparées, ne peut encore être exactement défini. Quoi qu'il en soit, on ne peut douter que l'effet dû à l'impression des rayons du soleil sur un corps solide d'une dimension extrêmement grande ne surpasse beaucoup celui qu'on observerait en exposant un thermomètre à la lumière de cet astre.

Le rayonnement des couches les plus élevées de l'atmosphère, dont le froid est très-intense et presque constant, influe sur tous les faits météorologiques que nous observons : il peut être rendu plus sensible par la réflexion à la surface des miroirs concaves. La présence des nuages qui interceptent ces rayons tempère le froid des nuits.

On voit que la superficie du globe terrestre est placée entre une masse solide dont la chaleur centrale peut sur-

passer celle des matières incandescentes, et une enceinte immense dont la température est inférieure à celle de la congélation du mercure.

Toutes les conséquences précédentes s'appliquent aux autres corps planétaires. On peut les considérer comme placés dans une enceinte, dont la température commune et constante, est peu inférieure à celle des pôles terrestres. Cette même température du ciel est celle de la surface des planètes les plus éloignées ; car l'impression des rayons du soleil, même augmentée par la disposition de la superficie, serait trop faible pour occasionner des effets sensibles ; et nous connaissons, par l'état du globe terrestre, que, dans les planètes dont la formation ne peut être moins ancienne, il ne subsiste plus à la surface aucune élévation de température due à la chaleur propre.

Il est également vraisemblable que, pour la plupart des planètes, la température des pôles est assez peu élevée au-dessus de celle de l'espace planétaire. Quant à la température moyenne que chacun de ces corps doit à l'action du soleil, elle n'est point connue, parce qu'elle peut dépendre de la présence d'une atmosphère et de l'état de la surface. On peut seulement assigner d'une manière approchée la température moyenne que la terre acquerrait, si elle était transportée dans le même lieu que la planète.

Après cet exposé, nous examinerons successivement les différentes parties de la question, et nous avons d'abord à exprimer une remarque qui s'étend à toutes ces parties, parce qu'elle est fondée sur la nature des équations différentielles du mouvement de la chaleur. Elle consiste en ce que les effets qui proviennent de chacune des trois causes

que l'on a indiquées peuvent être calculés séparément, comme si chacune de ces causes existait seule. Il suffit ensuite de réunir les effets partiels; ils se superposent librement comme les dernières oscillations des corps.

Nous décrirons, en premier lieu, les résultats principaux dus à l'action prolongée des rayons solaires sur le globe terrestre.

Si l'on place un thermomètre à une profondeur considérable au-dessous de la surface de la terre solide, par exemple, à 40 mètres, cet instrument marque une température fixe.

On observe ce fait dans tous les points du globe. Cette température des lieux profonds est constante pour un lieu déterminé; mais elle n'est pas la même dans les divers climats. Elle décroît en général lorsqu'on s'avance vers les pôles.

Si l'on observe la température des points beaucoup plus voisins de la surface, par exemple, à un mètre ou 5 ou 10 mètres de profondeur, on remarque des effets très-différents. La température varie pendant la durée d'un jour ou d'un an; mais nous faisons d'abord abstraction de l'enveloppe terrestre où ces variations s'accomplissent, et supposant que cette enveloppe est supprimée, nous considérons les températures fixes de tous les points de la nouvelle superficie du globe.

On peut concevoir que l'état de la masse a varié continuellement à mesure qu'elle recevait la chaleur sortie du foyer. Cet état variable des températures intérieures s'est altéré par degrés, et s'est approché de plus en plus d'un état final qui n'est sujet à aucun changement. Alors chaque point de la sphère solide a acquis et conserve une température dé-

terminée, qui ne dépend que de la situation de ce point.

L'état final de la masse, dont la chaleur a pénétré toutes les parties, est exactement comparable à celui d'un vase qui reçoit par des ouvertures supérieures le liquide que lui fournit une source constante, et en laisse échapper une quantité précisément égale par une ou plusieurs issues.

Ainsi la chaleur solaire s'est accumulée dans l'intérieur du globe, et s'y renouvelle continuellement. Elle pénètre les parties de la surface voisine de l'équateur, et se dissipe à travers les régions polaires.. La première question de ce genre qui ait été soumise au calcul, se trouve dans un mémoire que j'ai lu à l'Institut de France sur la fin de 1807, art. 115, page 167 : cette pièce est déposée aux archives de l'Académie des sciences. J'ai traité alors cette première question pour offrir un exemple remarquable de l'application de la nouvelle théorie exposée dans le mémoire, et pour montrer comment l'analyse fait connaître les routes que suit la chaleur solaire dans l'intérieur du globe terrestre.

Si nous rétablissons présentement cette enveloppe supérieure de la terre, dont les points ne sont pas assez profondément situés pour que leurs températures soient devenues fixes, on remarque un ordre de faits plus composés dont notre analyse donne l'expression complète. A une profondeur médiocre, comme 3 à 4 mètres, la température observée ne varie pas pendant la durée de chaque jour; mais elle change très-sensiblement dans le cours d'une année ; elle s'élève et s'abaisse alternativement. L'étendue de ces variations, c'est-à-dire, la différence entre le *maximum* et le *minimum* de température, n'est pas la même à toutes les profondeurs ; elle est d'autant moindre que la distance à la

surface est plus grande. Les différents points d'une même verticale ne parviennent pas en même temps à ces températures extrêmes. L'étendue des variations, les temps de l'année qui correspondent aux plus grandes, aux moyennes ou aux moindres températures, changent avec la position du point dans la verticale. Il en est de même des quantités de chaleur qui descendent et s'élèvent alternativement : toutes ces valeurs ont entre elles des relations certaines, que les expériences indiquent et que l'analyse exprime très-distinctement. Les résultats observés sont conformes à ceux que la théorie fournit; il n'y a pas d'effet naturel plus complètement expliqué. La température moyenne annuelle d'un point quelconque de la verticale, c'est-à-dire la valeur moyenne de toutes celles qu'on observerait en ce point dans le cours d'une année, est indépendante de la profondeur. Elle est la même pour tous les points de la verticale, et par conséquent celle que l'on observerait immédiatement au-dessous de la surface : c'est la température fixe des lieux profonds.

Il est évident que, dans l'énoncé de cette proposition, nous faisons abstraction de la chaleur intérieure du globe, et à plus forte raison des causes accessoires qui pourraient modifier ce résultat en un lieu déterminé. Notre objet principal est de reconnaître les phénomènes généraux.

Nous avons dit plus haut que les divers effets peuvent être considérés séparément. Nous devons observer aussi, par rapport à toutes les évaluations numériques citées dans ce Mémoire, qu'on ne les présente que comme des exemples de calcul. Les observations météorologiques propres à fournir les données nécessaires, celles qui feraient connaître la capacité de chaleur et la perméabilité des matières qui composent

le globe, sont trop incertaines et trop bornées pour qu'on puisse maintenant déduire du calcul des résultats précis; mais nous indiquons ces nombres pour montrer comment les formules doivent être appliquées. Quelque peu approchées que soient ces évaluations, elles sont beaucoup plus propres à donner une juste idée des phénomènes que des expressions générales dénuées d'applications numériques.

Dans les parties de l'enveloppe les plus voisines de la superficie, le thermomètre s'élève et s'abaisse pendant la durée de chaque jour. Ces variations diurnes cessent d'être sensibles à la profondeur de 2 ou 3 mètres. On ne peut observer au-dessous que les variations annuelles, qui disparaissent elles-mêmes à une plus grande profondeur.

Si la vitesse de rotation de la terre autour de son axe devenait incomparablement plus grande, et s'il en était de même du mouvement de cette planète autour du soleil, les variations diurnes et les variations annuelles cesseraient d'être observées; les points de la superficie auraient acquis et conserveraient les températures fixes des lieux profonds. En général, la profondeur qu'il faut atteindre pour que les variations cessent d'être sensibles a un rapport très-simple avec la durée de la période qui ramène les mêmes effets à la surface. Cette profondeur est exactement proportionnelle à la racine carrée de la période. C'est pour cette raison que les variations diurnes ne pénètrent qu'à une profondeur dix-neuf fois moindre que celle où l'on observe encore les variations annuelles.

La question du mouvement périodique de la chaleur solaire a été traitée pour la première fois et résolue dans un écrit séparé que j'ai remis à l'Institut de France en octobre 1809.

J'ai reproduit cette solution dans une pièce envoyée sur la fin de 1811, et imprimée dans la Collection de nos Mémoires.

La même théorie donne le moyen de mesurer la quantité totale de chaleur qui, dans le cours d'une année, détermine les alternatives des saisons. On a eu pour but, en choisissant cet exemple de l'application des formules, de montrer qu'il existe une relation nécessaire entre la loi des variations périodiques et la quantité totale de chaleur qui accomplit cette oscillation; en sorte que cette loi étant connue par les observations faites en un climat donné, on peut en conclure la quantité de chaleur qui s'introduit dans la terre et retourne dans l'air.

Considérant donc une loi semblable à celle qui s'établit d'elle-même dans l'intérieur du globe, on trouve les résultats suivants. Un huitième d'année, après que la température de la surface s'est élevée à sa valeur moyenne, la terre commence à s'échauffer; les rayons du soleil la pénètrent pendant six mois. Ensuite la chaleur de la terre prend un mouvement opposé; elle sort et se répand dans l'air et l'espace extérieur : or la quantité de chaleur qui subit ces oscillations dans le cours d'un an est exprimée par le calcul. Si l'enveloppe terrestre était formée d'une substance métallique, le fer forgé (matière que j'ai choisie pour exemple après en avoir mesuré les coefficients spécifiques), la chaleur qui produit l'alternative des saisons serait, pour le climat de Paris et pour un mètre carré de superficie, équivalente à celle qui fondrait une colonne cylindrique de glace ayant pour base ce mètre carré, et dont la hauteur serait environ 3^{m}, 1. Quoique l'on n'ait pas encore mesuré la valeur des coefficients propres aux matières dont

le globe est formé, on voit facilement qu'ils donneraient un résultat beaucoup moindre que celui qui vient d'être indiqué. Il est proportionnel à la racine carrée du produit de la capacité de chaleur rapportée au volume et de la perméabilité.

Considérons maintenant cette seconde cause de la chaleur terrestre qui réside, selon nous, dans les espaces planétaires. La température de cet espace exactement définie est celle que marquerait le thermomètre, si l'on pouvait concevoir que le soleil et tous les corps planétaires qui l'accompagnent cessent d'exister, et que l'instrument fût placé dans un point quelconque de la région du ciel présentement occupée par le système solaire.

Nous allons indiquer les faits principaux qui nous ont fait reconnaître l'existence de cette chaleur propre aux espaces planétaires, indépendante de la présence du soleil et indépendante de la chaleur primitive que le globe a pu conserver. Pour acquérir la connaissance de ce singulier phénomène, il faut examiner quel serait l'état thermométrique de la masse terrestre si elle ne recevait que la chaleur du soleil; et pour rendre cet examen plus facile, on peut d'abord supposer que l'atmosphère est supprimée. Or s'il n'existait aucune cause propre à donner aux espaces planétaires une température commune et constante, c'est-à-dire si le globe terrestre et tous les corps qui forment le système solaire étaient placés dans une enceinte privée de toute chaleur, on observerait des effets entièrement contraires à ceux que nous connaissons. Les régions polaires subiraient un froid immense, et le décroissement des températures depuis l'équateur jusqu'aux pôles serait incomparablement plus rapide et plus étendu que le décroissement observé.

Dans cette hypothèse du froid absolu de l'espace, s'il est possible de la concevoir, tous les effets de la chaleur, tels que nous les observons à la surface du globe, seraient dus à la présence du soleil. Les moindres variations de la distance de cet astre à la terre occasioneraient des changements très-considérables dans les températures, l'excentricité de l'orbite terrestre donnerait naissance à diverses saisons.

L'intermittence des jours et des nuits produirait des effets subits et totalement différents de ceux qui subsistent. La surface des corps serait exposée tout-à-coup, au commencement de la nuit, à un froid infiniment intense. Les corps animés et les végétaux ne résisteraient point à une action aussi forte et aussi prompte, qui se reproduirait en sens contraire au lever du soleil.

La chaleur primitive conservée dans l'intérieur de la masse terrestre ne pourrait point suppléer à la température extérieure de l'espace, et n'empêcherait aucun des effets que l'on vient de décrire; car nous connaissons avec certitude, par la théorie et par les observations, que cette chaleur centrale est devenue depuis long-temps insensible à la superficie, quoiqu'elle puisse être très-grande à une profondeur médiocre.

Nous concluons de ces diverses remarques, et principalement de l'examen mathématique de la question, qu'il existe une cause physique toujours présente qui modère les températures à la surface du globe terrestre, et donne à cette planète une chaleur fondamentale indépendante de l'action du soleil, et de la chaleur propre que sa masse intérieure a conservée. Cette température fixe que la terre reçoit ainsi de l'espace diffère peu de celle que l'on mesurerait aux pôles terrestres. Elle est nécessairement moindre que la température

qui appartient aux contrées les plus froides; mais, dans cette comparaison, l'on ne doit admettre que des observations certaines, et ne point considérer les effets accidentels d'un froid très-intense qui serait occasioné par l'évaporation, par des vents violents et une dilatation extraordinaire de l'air.

Après avoir reconnu l'existence de cette température fondamentale de l'espace sans laquelle les effets de chaleur observés à la superficie du globe seraient inexplicables, nous ajouterons que l'origine de ce phénomène est pour ainsi dire évidente. Il est dû au rayonnement de tous les corps de l'univers, dont la lumière et la chaleur peuvent arriver jusqu'à nous. Les astres que nous apercevons à la vue simple, la multitude innombrable des astres télescopiques ou des corps obscurs qui remplissent l'univers, les atmosphères qui environnent ces corps immenses, la matière rare disséminée dans diverses parties de l'espace, concourent à former ces rayons qui pénètrent de toutes parts dans les régions planétaires. On ne peut point concevoir qu'il existe un tel système de corps lumineux ou échauffés, sans admettre qu'un point quelconque de l'espace qui les contient acquiert une température déterminée.

Le nombre immense des corps compense les inégalités de leurs températures, et rend l'irradiation sensiblement uniforme.

Cette température de l'espace n'est pas la même dans les différentes régions de l'univers; mais elle ne varie pas dans celles où les corps planétaires sont renfermés, parce que les dimensions de cet espace sont incomparablement plus petites que les distances qui le séparent des corps rayonnants. Ainsi, dans tous les points de l'orbite de la terre, cette planète trouve la même température du ciel.

Il en est de même des autres planètes de notre système; elles participent toutes également à la température commune, qui est plus ou moins augmentée, pour chacune d'elles, par l'impression des rayons du soleil, selon la distance de la planète à cet astre. Quant à la question qui aurait pour objet d'assigner la température que chaque planète a dû acquérir, voici les principes que fournit une théorie exacte. L'intensité et la distribution de la chaleur à la surface de ces corps résulte de la distance au soleil, de l'inclinaison de l'axe de rotation sur l'orbite et de l'état de la superficie. Elle est très-différente, même dans sa valeur moyenne, de celle que marquerait un thermomètre isolé que l'on placerait au lieu de la planète; car l'état solide, la très-grande dimension, et sans doute la présence de l'atmosphère et la nature de la surface concourent à déterminer cette valeur moyenne.

La chaleur d'origine qui s'est conservée dans l'intérieur de la masse a cessé depuis long-temps d'avoir un effet très-sensible à la superficie; l'état présent de l'enveloppe terrestre nous fait connaître avec certitude que la chaleur primitive de la surface s'est presque entièrement dissipée. Nous regardons comme très-vraisemblable, d'après la constitution de notre système solaire, que la température des pôles de chaque planète, ou du moins de la plupart d'entre elles, est peu différente de celle de l'espace. Cette température polaire est sensiblement la même pour tous ces corps, quoique leurs distances au soleil soient très-inégales.

On peut déterminer d'une manière assez approchée le degré de chaleur que le globe terrestre acquerrait s'il était substitué à chacune de ces planètes; mais la température de la planète elle-même ne peut être assignée; car il faudrait con-

naître l'état de la superficie et de l'atmosphère. Toutefois cette incertitude n'a plus lieu pour les corps situés aux extrémités du système solaire comme la planète découverte par Herschell. L'impression des rayons du soleil sur cette planète est presque insensible. La température de sa superficie est donc très-peu différente de celle des espaces planétaires. Nous avons indiqué ce dernier résultat dans un discours public prononcé récemment en présence de l'Académie. On voit que cette conséquence ne peut s'appliquer qu'aux planètes les plus éloignées. Nous ne connaissons aucun moyen d'assigner avec quelque précision la température moyenne des autres corps planétaires.

Les mouvements de l'air et des eaux, l'étendue des mers, l'élévation et la forme du sol, les effets de l'industrie humaine et tous les changements accidentels de la surface terrestre modifient les températures dans chaque climat. Les caractères des phénomènes dus aux causes générales subsistent; mais les effets thermométriques observés à la superficie sont différents de ceux qui auraient lieu sans l'influence des causes accessoires.

La mobilité des eaux et celle de l'air tendent à modérer les effets de la chaleur et du froid; elle rend la distribution plus uniforme; mais il serait impossible que l'action de l'atmosphère suppléât à cette cause universelle qui entretient la température commune des espaces planétaires; et si cette cause n'existait point, on observerait, nonobstant l'action de l'atmosphère et des mers, des différences énormes entre les températures des régions équatoriales et celle des pôles.

Il est difficile de connaître jusqu'à quel point l'atmosphère influe sur la température moyenne du globe, et l'on cesse

d'être guidé dans cet examen par une théorie mathématique régulière. On doit au célèbre voyageur M. de Saussure une expérience qui paraît très-propre à éclairer cette question. Elle consiste à exposer aux rayons du soleil un vase couvert d'une ou de plusieurs lames de verre bien transparent, placées à quelque distance les unes au-dessus des autres. L'intérieur du vase est garni d'une enveloppe épaisse de liége noirci, propre à recevoir et à conserver la chaleur. L'air échauffé est contenu de toutes parts, soit dans l'intérieur de la boîte, soit dans chaque intervalle compris entre deux plaques. Des thermomètres placés dans ce vase et dans les intervalles supérieurs marquent le degré de chaleur acquise dans chacune de ces capacités. Cet instrument a été exposé au soleil vers l'heure de midi, et l'on a vu, dans diverses expériences, le thermomètre du vase s'élever à 70, 80, 100, 110 degrés et au-delà (division octogésimale). Les thermomètres placés dans les intervalles ont acquis des degrés de chaleur beaucoup moindres, et qui décroissaient depuis le fond de la boîte jusqu'à l'intervalle supérieur.

L'effet de la chaleur solaire sur l'air contenu par des enveloppes transparentes avait été depuis long-temps observé. L'appareil que nous venons de décrire a pour objet de porter la chaleur acquise à son *maximum*, et surtout de comparer l'effet solaire sur une montagne très-élevée à celui qui avait lieu dans une plaine inférieure. Cette observation est principalement remarquable par les conséquences justes et étendues que l'inventeur en a tirées : elle a été répétée plusieurs fois à Paris et à Édimbourg, et a donné des résultats analogues.

La théorie de cet instrument est facile à concevoir. Il suffit

de remarquer, 1° que la chaleur acquise se concentre, parce qu'elle n'est point dissipée immédiatement par le renouvellement de l'air ; 2° que la chaleur émanée du soleil a des propriétés différentes de celles de la chaleur obscure. Les rayons de cet astre se transmettent en assez grande partie au-delà des verres dans toutes les capacités et jusqu'au fond de la boîte. Ils échauffent l'air et les parois qui le contiennent : alors leur chaleur ainsi communiquée cesse d'être lumineuse; elle ne conserve que les propriétés communes de la chaleur rayonnante obscure. Dans cet état, elle ne peut traverser librement les plans de verre qui couvrent le vase; elle s'accumule de plus en plus dans une capacité enveloppée d'une matière très-peu conductrice, et la température s'élève jusqu'à ce que la chaleur affluente soit exactement compensée par celle qui se dissipe. On vérifierait cette explication, et l'on en rendrait les conséquences plus sensibles, si l'on variait les conditions, en employant des verres colorés ou noircis, et si les capacités qui contiennent les thermomètres étaient vides d'air. Lorsqu'on examine cet effet par le calcul, on trouve des résultats entièrement conformes à ceux que les observations ont donnés. Il est nécessaire de considérer attentivement cet ordre de faits et les résultats du calcul lorsqu'on veut connaître l'influence de l'atmosphère et des eaux sur l'état thermométrique du globe terrestre.

En effet, si toutes les couches d'air dont l'atmosphère est formée conservaient leur densité avec leur transparence, et perdaient seulement la mobilité qui leur est propre, cette masse d'air ainsi devenue solide, étant exposée aux rayons du soleil, produirait un effet du même genre que celui que l'on vient de décrire. La chaleur, arrivant à l'état de lumière

jusqu'à la terre solide, perdrait tout-à-coup et presque entièrement la faculté qu'elle avait de traverser les solides diaphanes; elle s'accumulerait dans les couches inférieures de l'atmosphère, qui acquerraient ainsi des températures élevées. On observerait en même temps une diminution du degré de chaleur acquise, à partir de la surface de la terre. La mobilité de l'air qui se déplace rapidement dans tous les sens et qui s'élève lorsqu'il est échauffé, le rayonnement de la chaleur obscure dans l'air diminuent l'intensité des effets qui auraient lieu sous une atmosphère transparente et solide, mais ne dénaturent point entièrement ces effets. Le décroissement de la chaleur dans les régions élevées de l'air ne cesse point d'avoir lieu; c'est ainsi que la température est augmentée par l'interposition de l'atmosphère, parce que la chaleur trouve moins d'obstacle pour pénétrer l'air, étant à l'état de lumière, qu'elle n'en trouve pour repasser dans l'air lorsqu'elle est convertie en chaleur obscure.

Nous considérerons maintenant la chaleur propre que le globe terrestre possédait aux époques où les planètes ont été formées, et qui continue de se dissiper à la surface sous l'influence de la température froide du ciel planétaire.

L'opinion d'un feu intérieur, cause perpétuelle de plusieurs grands phénomènes, s'est renouvelée dans tous les âges de la philosophie. Le but que je me suis proposé est de connaître exactement suivant quelles lois une sphère solide, échauffée par une longue immersion dans un milieu, perdrait cette chaleur primitive si elle était transportée dans un espace d'une température constante inférieure à celle du premier milieu. Cette question difficile, et qui n'appartenait point encore aux sciences mathématiques, a été résolue par

une nouvelle méthode de calcul qui s'applique à divers autres phénomènes.

La forme du sphéroïde terrestre, la disposition régulière des couches intérieures rendue manifeste par les expériences du pendule, leur densité croissante avec la profondeur et diverses autres considérations concourent à prouver qu'une chaleur très-intense a pénétré autrefois toutes les parties du globe. Cette chaleur se dissipe par l'irradiation dans l'espace environnant dont la température est très-inférieure à celle de la congélation de l'eau. Or l'expression mathématique de la loi du refroidissement montre que la chaleur primitive contenue dans une masse sphérique d'une aussi grande dimension que la terre diminue beaucoup plus rapidement à la superficie que dans les parties situées à une grande profondeur. Celles-ci conservent presque toute leur chaleur durant un temps immense; et il n'y a aucun doute sur la vérité des conséquences, parce que j'ai calculé ces temps pour des substances métalliques plus conductrices que les matières du globe.

Mais il est évident que la théorie seule ne peut nous enseigner que les lois auxquelles les phénomènes sont assujettis. Il reste à examiner si, dans les couches du globe où nous pouvons pénétrer, on trouve quelque indice de cette chaleur centrale. Il faut vérifier, par exemple, si au-dessous de la surface, à des distances où les variations diurnes et annuelles ont entièrement cessé, les températures des points d'une verticale prolongée dans la terre solide augmentent avec la profondeur : or tous les faits qui ont été recueillis et discutés par les plus habiles observateurs nous apprennent que cet accroissement subsiste : il a été estimé d'environ un degré pour 30 ou 40 mètres.

La question mathématique a pour objet de découvrir les conséquences certaines que l'on peut déduire de ce seul fait, en l'admettant comme donné par l'observation directe, et de prouver qu'il détermine, 1° la situation de la source de chaleur, 2° l'excès de température qui subsiste encore à la surface.

Il est facile de conclure, et il résulte d'ailleurs d'une analyse exacte, que l'augmentation de température dans le sens de la profondeur ne peut être produite par l'action prolongée des rayons du soleil. La chaleur émanée de cet astre s'est accumulée dans l'intérieur du globe; mais le progrès a cessé presque entièrement; et si l'accumulation continuait encore, on observerait l'accroissement dans un sens précisément contraire à celui que nous venons d'indiquer.

La cause qui donne aux couches plus profondes une plus haute température est donc une source intérieure de chaleur constante ou variable placée au-dessous des points du globe où l'on a pu pénétrer. Cette cause élève la température de la surface terrestre au-dessus de la valeur que lui donnerait la seule action du soleil. Mais cet excès de la température de la superficie est devenu presque insensible, et nous en sommes assurés, parce qu'il existe un rapport mathématique entre la valeur de l'accroissement par mètre, et la quantité dont la température de la surface excède encore celle qui aurait lieu si la cause intérieure dont il s'agit n'existait pas. C'est pour nous une même chose de mesurer l'accroissement par unité de profondeur ou de mesurer l'excès de température de la surface.

Dans un globe de fer, l'accroissement d'un trentième de degré par mètre donnerait seulement un quart de degré

centésimal pour l'élévation actuelle de la température de la surface. Cette élévation est en raison directe de la conducibilité propre de la substance dont l'enveloppe est formée, toutes les autres conditions demeurant les mêmes. Ainsi l'excès de température que la surface terrestre a présentement en vertu de cette source intérieure est très-petit; il est vraisemblablement au-dessous d'un trentième de degré centésimal. Il faut bien remarquer que cette dernière conséquence s'applique à toutes les suppositions que l'on pourrait faire sur la nature de la cause, soit qu'on la regarde comme locale ou universelle, constante ou variable.

Lorsqu'on examine attentivement et selon les principes des théories dynamiques toutes les observations relatives à la figure de la terre, on ne peut douter que cette planète n'ait reçu à son origine une température très-élevée, et, d'un autre côté, les observations thermométriques montrent que la distribution actuelle de la chaleur dans l'enveloppe terrestre est celle qui aurait lieu si le globe avait été formé dans un milieu d'une très-haute température, et qu'ensuite il se fût continuellement refroidi.

La question des températures terrestres m'a toujours paru un des plus grands objets des études cosmologiques, et je l'avais principalement en vue en établissant la théorie mathématique de la chaleur. J'ai d'abord déterminé l'état variable d'un globe solide qui, après avoir été long-temps plongé dans un milieu échauffé, est transporté dans un espace froid. J'ai considéré aussi l'état variable d'une sphère solide qui, ayant été plongée successivement et durant un temps quelconque dans deux ou plusieurs milieux de températures diverses, subirait un refroidissement final dans

un espace de température constante. Après avoir remarqué les conséquences générales de la solution de cette question, j'ai examiné plus spécialement le cas où la température primitive acquise dans le milieu échauffé serait devenue commune à toute la masse; et attribuant à la sphère une dimension extrêmement grande, j'ai cherché quelles seraient les diminutions progressives de la température dans les couches assez voisines de la surface. Si l'on applique les résultats de cette analyse au globe terrestre pour connaître quels seraient les effets successifs d'une formation initiale semblable à celle que l'on vient de considérer, on voit que l'accroissement d'un trentième de degré par mètre, considéré comme résultant de la chaleur centrale, a été autrefois beaucoup plus grand, et qu'il varie maintenant avec une lenteur extrême. Quant à l'excès de température de la surface, il varie suivant la même loi; la diminution séculaire ou la quantité dont il s'abaisse durant un siècle est égale à la valeur actuelle divisée par le double du nombre de siècles qui se sont écoulés depuis l'origine du refroidissement, et comme une limite de ce nombre nous est donnée par les monuments historiques, on en conclut que, depuis l'école grecque d'Alexandrie jusqu'à nous, la température de la surface terrestre n'a pas diminué, pour cette cause, de la trois centième partie d'un degré. On retrouve ici ce caractère de stabilité que présentent tous les grands phénomènes de l'univers. Cette stabilité est d'ailleurs un résultat nécessaire, et indépendant de toute considération de l'état initial, puisque l'excès actuel de la température est extrêmement petit, et qu'il ne peut que diminuer pendant un temps indéfiniment prolongé.

L'effet de la chaleur primitive que le globe a conservée

est donc devenu pour ainsi dire insensible à la superficie de l'enveloppe terrestre ; mais il se manifeste dans les profondeurs accessibles, puisque la température des couches augmente avec leur distance à la surface. Cet accroissement, rapporté à l'unité de mesure, n'aurait pas la même valeur à des profondeurs beaucoup plus grandes : il diminue avec cette profondeur ; mais la même théorie nous montre que la température excédante, qui est presque nulle à la dernière surface, peut être énorme à la distance de quelques myriamètres, en sorte que la chaleur des couches intermédiaires pourrait surpasser beaucoup celle des matières incandescentes.

Le cours des siècles apportera de grands changements dans ces températures intérieures; mais à la surface ces changements sont accomplis, et la déperdition continuelle de la chaleur propre ne peut occasionner désormais aucun refroidissement du climat.

Il est important d'observer que la température moyenne d'un lieu peut subir, pour d'autres causes accessoires, des variations incomparablement plus sensibles que celles qui proviendraient du refroidissement séculaire du globe.

L'établissement et le progrès des sociétés humaines, l'action des forces naturelles, peuvent changer notablement, et dans de vastes contrées, l'état de la surface du sol, la distribution des eaux et les grands mouvements de l'air. De tels effets sont propres à faire varier, dans le cours de plusieurs siècles, le degré de la chaleur moyenne ; car les expressions analytiques comprennent des coefficients qui se rapportent à l'état superficiel et qui influent beaucoup sur la valeur de la température.

Quoique l'effet de la chaleur intérieure ne soit plus sensible à la surface de la terre, la quantité totale de cette chaleur qui se dissipe dans un temps donné, comme une année ou un siècle, est mesurable, et nous l'avons déterminée : celle qui traverse durant un siècle un mètre carré de superficie et se répand dans les espaces célestes, pourrait fondre une colonne de glace qui aurait pour base ce mètre carré et une hauteur d'environ 3 mètres.

Cette conséquence dérive d'une proposition fondamentale qui appartient à toutes les questions du mouvement de la chaleur, et qui s'applique surtout à celle des températures terrestres : je veux parler de l'équation différentielle qui exprime pour chaque instant l'état de la surface. Cette équation, dont la vérité est sensible et facile à démontrer, établit une relation simple entre la température d'un élément de la surface et le mouvement normal de la chaleur. Ce qui rend ce résultat théorique très-important et plus propre qu'aucun autre à éclairer les questions qui sont l'objet de ce Mémoire, c'est qu'il subsiste indépendamment de la forme et des dimensions des corps, et quelle que soit la nature des substances homogènes ou diverses dont la masse intérieure serait composée. Ainsi les conséquences que l'on déduit de cette équation sont absolues ; elles subsistent, quels que puissent être la constitution matérielle et l'état originaire du globe.

Nous avons publié, dans le cours de l'année 1820, l'extrait d'un Mémoire sur le refroidissement séculaire du globe terrestre (Bulletin des sciences, Société philomatique, année 1820, pag. 58 et suivantes). On y a rapporté les formules principales, et notamment celles qui expriment l'état variable du solide uniformément échauffé jusqu'à une profondeur

déterminée et extrêmement grande. Si la température initiale, au lieu d'être la même jusqu'à une très-grande distance de la surface, résulte d'une immersion successive dans plusieurs milieux, les conséquences ne sont ni moins simples ni moins remarquables. Au reste, ce cas et plusieurs autres que nous avons considérés sont compris dans les expressions générales qui ont été indiquées.

La lecture de cet extrait me donne lieu de remarquer que les formules (1) et (2) qui y sont rapportées n'avaient pas été transcrites exactement. Je suppléerai par la suite à cette omission, qui, au reste, ne change rien aux autres formules, ni aux conséquences dont l'extrait renferme l'énoncé.

Pour décrire les principaux effets thermométriques qui proviennent de la présence des mers, concevons d'abord que les eaux de l'Océan sont retirées des bassins qui les renferment, en sorte qu'il ne reste que des cavités immenses dans les terres solides. Si cet état de la superficie terrestre, privée de l'atmosphère et des eaux, avait duré pendant un très-grand nombre de siècles, la chaleur solaire produirait des alternatives de température semblables à celles que nous observons dans les continents, et assujetties aux mêmes lois. Les variations diurnes ou annuelles cesseraient à de certaines profondeurs, et il se formerait dans les couches inférieures un état invariable qui consisterait dans le transport continuel de la chaleur équatoriale vers les régions polaires.

Dans le même temps, la chaleur originaire du globe se dissipant à travers la surface extérieure des bassins, on y observerait, comme dans toutes les autres parties de la superficie, un accroissement de température en pénétrant à de plus

grandes profondeurs, suivant une ligne normale à la surface du fond.

Il est nécessaire de remarquer ici que l'accroissement de température dû à la chaleur d'origine dépend principalement de la profondeur normale. Si la surface extérieure était horizontale, on trouverait d'égales températures dans une couche horizontale inférieure : mais si la superficie de la terre solide est concave, ces couches d'égale température ne sont point horizontales, et diffèrent entièrement des couches de niveau. Elles suivent les formes sinueuses de la superficie: c'est pour cette raison que, dans l'intérieur des montagnes, la chaleur centrale peut pénétrer jusqu'à une grande hauteur. C'est un effet composé que l'on détermine par l'analyse mathématique, en ayant égard à la forme et à l'élévation absolue des masses.

Si la superficie était concave, on observerait en sens inverse un effet analogue, et cela aurait lieu dans l'hypothèse que nous considérons. Les couches d'égale température seraient concaves, et cet état continuerait de subsister si la terre n'était point recouverte par les eaux.

Concevons maintenant que ce même état ayant duré un grand nombre de siècles, on rétablisse ensuite les eaux dans le fond des mers et des lacs, et qu'elles demeurent exposées aux alternatives des saisons. Lorsque la température des couches supérieures du liquide deviendra moindre que celle des parties inférieures, quoique surpassant de quelques degrés seulement la température de la glace fondante, la densité de ces couches supérieures augmentera; elles descendront de plus en plus, et viendront occuper le fond des bassins qu'elles

refroidiront par leur contact : dans le même temps, les eaux plus échauffées et plus légères s'élèveront pour remplacer les eaux supérieures, et il s'établira dans les masses liquides des mouvements infiniment variés dont l'effet général sera de transporter la chaleur vers les régions élevées.

Ces phénomènes sont plus composés dans l'intérieur des grandes mers, parce que les inégalités de température y occasionnent des courants dirigés en sens contraires, et déplacent ainsi les eaux des régions les plus éloignées.

L'action continuelle de ces causes est modifiée par une autre propriété de l'eau, celle qui limite l'accroissement de la densité, et la fait varier en sens opposé lorsque la température continue de s'abaisser et s'approche de celle qui détermine la formation de la glace. Le fond solide des mers est donc soumis à une action spéciale qui se renouvelle toujours, et qui le refroidit perpétuellement depuis un temps immense par le contact d'un liquide entretenu à une température supérieure de quelques degrés seulement à celle de la glace fondante. On trouve en effet que la température des eaux diminue à mesure que l'on augmente la profondeur des sondes; cette température est dans nos climats d'environ 4 degrés au fond de la plupart des lacs. En général, si l'on observe la température de la mer à des profondeurs de plus en plus grandes, on approche sensiblement de la limite qui convient à la plus grande densité; mais il faut, dans les questions de ce genre, avoir égard à la nature des eaux, et surtout aux communications établies par les courants : cette dernière cause peut changer totalement les résultats.

Cet accroissement de température, que nous observons en Europe en portant le thermomètre dans l'intérieur du globe

solide à de grandes profondeurs, ne doit donc pas subsister dans l'intérieur des mers, et le plus généralement l'ordre des températures doit être inverse.

Quant aux parties immédiatement placées au-dessous du fond des mers, la loi de l'accroissement de chaleur n'est pas celle qui convient aux terres continentales. Ces températures sont déterminées par une cause spéciale de refroidissement, le vase étant exposé, comme on l'a dit, au contact perpétuel d'un liquide qui conserve la même température. C'est pour éclairer cette partie de la question des températures terrestres, que j'ai déterminé, dans la théorie analytique de la chaleur (chapitre IX, pag. 495 et suiv.), l'expression de l'état variable d'un solide primitivement échauffé d'une manière quelconque, et dont la surface est retenue pendant un temps indéfini à une température constante. L'analyse de ce problème fait connaître distinctement suivant quelle loi la cause extérieure fait varier les températures du solide. En général, après avoir établi les équations fondamentales du mouvement de la chaleur et la méthode de calcul qui sert à les intégrer, je me suis attaché à résoudre les questions qui intéressent l'étude des températures terrestres et font connaître les rapports de cette étude avec le système du monde.

Après avoir expliqué séparément les principes de la question des températures terrestres, il faut réunir sous un point de vue général tous les effets que l'on vient de décrire, et par là on se formera une juste idée de l'ensemble des phénomènes.

La terre reçoit les rayons du soleil, qui pénètrent sa masse et s'y convertissent en chaleur obscure; elle possède aussi une chaleur propre qu'elle tient de son origine, et qui se

dissipe continuellement à la superficie; enfin, cette planète reçoit des rayons de lumière et de chaleur des astres innombrables parmi lesquels le système solaire est placé. Voilà les trois causes générales qui déterminent les températures terrestres. La troisième, c'est-à-dire l'influence des astres, équivaut à la présence d'une enceinte immense fermée de toutes parts, dont la température constante serait peu inférieure à celle que nous observerions dans les contrées polaires terrestres.

On pourrait sans doute supposer à la chaleur rayonnante des propriétés jusqu'ici inconnues, qui tiendraient lieu en quelque sorte de cette température fondamentale que nous attribuons à l'espace; mais dans l'état actuel des sciences physiques et sans recourir à d'autres propriétés que celles qui dérivent d'observations positives, tous les faits connus s'expliquent naturellement. Il suffit de se représenter que les corps planétaires sont dans un espace dont la température est constante. Nous avons donc cherché quelle devrait être cette température pour que les effets thermométriques fussent semblables à ceux que nous observons : or ils en différeraient entièrement si l'on admettait un froid absolu de l'espace; mais si l'on élève progressivement la température commune de l'enceinte qui enfermerait cet espace, on voit naître des effets semblables à ceux que nous connaissons. On peut affirmer que les phénomènes actuels sont ceux qui seraient produits si le rayonnement des astres donnait à tous les points de l'espace planétaire la température d'environ 40 degrés au-dessous de zéro. (Division octogésimale.)

La chaleur primitive intérieure, qui n'est point encore dissipée, ne produit plus qu'un effet très-petit à la surface

du globe terrestre; elle se manifeste, par une augmentation de température, dans les couches profondes. A de plus grandes distances de la surface, elle peut surpasser les plus hautes températures que l'on ait encore mesurées.

L'effet des rayons solaires est périodique dans les couches superficielles de l'enveloppe terrestre; il est fixe dans tous les lieux profonds. Cette température fixe des parties inférieures n'est point la même pour toutes; elle dépend principalement de la latitude du lieu.

La chaleur solaire s'est accumulée dans l'intérieur du globe, dont l'état est devenu invariable. Celle qui pénètre par les régions équatoriales est exactement compensée par la chaleur qui s'écoule à travers les régions polaires. Ainsi la terre rend aux espaces célestes toute la chaleur qu'elle reçoit du soleil, et elle y ajoute une partie de celle qui lui est propre.

Tous les effets terrestres de la chaleur du soleil sont modifiés par l'interposition de l'atmosphère et par la présence des eaux. Les grands mouvements de ces fluides rendent la distribution plus uniforme.

La transparence des eaux et celle de l'air concourent à augmenter le degré de chaleur acquise, parce que la chaleur lumineuse affluente pénètre assez facilement dans l'intérieur de la masse, et que la chaleur obscure sort plus difficilement suivant une route contraire.

Les alternatives des saisons sont entretenues par une quantité immense de chaleur solaire qui oscille dans l'enveloppe terrestre, passant au-dessous de la surface durant six mois, et retournant de la terre dans l'air pendant l'autre moitié de l'année. Rien ne peut contribuer davantage à éclairer cette

partie de la question que les expériences qui ont pour objet de mesurer avec précision l'effet produit par les rayons du soleil à la surface terrestre.

J'ai réuni, dans ce Mémoire, tous les éléments principaux de l'analyse des températures terrestres. Il est formé de plusieurs résultats de mes recherches, depuis long-temps publiées. Lorsque j'ai entrepris de traiter ce genre de questions, il n'existait aucune théorie mathématique de la chaleur, et l'on pouvait même douter qu'une telle théorie fût possible. Les mémoires et ouvrages dans lesquels je l'ai établie contiennent la solution exacte des questions fondamentales ; ils ont été remis et communiqués publiquement, ou imprimés, et analysés dans les recueils scientifiques depuis plusieurs années.

Dans le présent écrit je me suis proposé un autre but, celui d'appeler l'attention sur un des plus grands objets de la philosophie naturelle, et de présenter les vues et les conséquences générales. J'ai espéré que les géomètres ne verraient pas seulement dans ces recherches des questions de calcul, mais qu'ils considéreraient aussi l'importance du sujet. On ne pourrait point aujourd'hui résoudre tous les doutes dans une matière aussi étendue qui comprend, outre les résultats d'une analyse difficile et nouvelle, des notions physiques très-variées. On multipliera par la suite les observations exactes; on étudiera les lois du mouvement de la chaleur dans les liquides et dans l'air. On découvrira peut-être d'autres propriétés de la chaleur rayonnante, ou des causes qui modifient les températures du globe. Mais toutes les lois principales du mouvement de la chaleur sont connues; cette théorie, qui repose sur des fondements invariables,

forme une nouvelle branche des sciences mathématiques : elle se compose aujourd'hui des équations différentielles du mouvement de la chaleur dans les solides et dans les liquides, des intégrales de ces premières équations, et des théorèmes relatifs à l'équilibre de la chaleur rayonnante.

Un des principaux caractères de l'analyse qui exprime la distribution de la chaleur dans les corps solides, consiste dans la composition des mouvements simples. Cette propriété dérive de la nature des équations différentielles du mouvement de la chaleur, et elle convient aussi aux dernières oscillations des corps ; mais elle appartient plus spécialement à la théorie de la chaleur, parce que les effets les plus complexes se résolvent réellement en ces mouvements simples. Cette proposition n'exprime pas une loi de la nature, et ce n'est pas le sens que je lui attribue; elle exprime un fait subsistant, et non une cause. On trouverait ce même résultat dans les questions dynamiques où l'on considérerait les forces résistantes qui font cesser rapidement l'effet produit.

Les applications de la théorie de la chaleur ont exigé de longues recherches analytiques, et il était d'abord nécessaire de former la méthode du calcul, en regardant comme constants les coefficients spécifiques qui entrent dans les équations; car cette condition s'établit d'elle-même et dure un temps infini, lorsque les différences de températures sont devenues assez petites, comme on l'observe dans la question des températures terrestres. D'ailleurs, dans cette question qui est l'application la plus importante, la démonstration des principaux résultats est indépendante de l'homogénéité et de la nature des couches intérieures.

On peut donner à la théorie analytique de la chaleur toute l'extension qu'exigeraient les applications les plus variées. Voici l'énumération des principes qui servent à généraliser cette théorie.

1° Les coefficients étant assujettis à des variations très-petites que les observations font connaître, on détermine, par le procédé des substitutions successives, les corrections qu'il faut apporter aux résultats du premier calcul.

2° Nous avons démontré plusieurs théorèmes généraux qui ne dépendent point de la forme des corps, ou de leur homogénéité. L'équation générale relative à la surface est une proposition de ce genre. On en trouve un autre exemple très-remarquable si l'on compare les mouvements de la chaleur dans des corps semblables, quelle que puisse être la nature de ces corps.

3° Lorsque la résolution complète des équations différentielles dépend d'expressions difficiles à découvrir, ou de tables qui ne sont point encore formées, on détermine les limites entre lesquelles les quantités inconnues sont nécessairement comprises; on arrive ainsi à des conséquences certaines sur l'objet de la question.

4° Dans les recherches sur les températures du globe terrestre, la grandeur des dimensions donne une forme spéciale aux résultats du calcul, et en rend l'interprétation plus facile. Quoique l'on ignore la nature des masses intérieures et leurs propriétés relatives à la chaleur, on peut déduire des seules observations faites dans les profondeurs accessibles, des conséquences fort importantes sur la stabilité des climats, sur l'excès actuel de température dû à la chaleur d'origine, sur la variation séculaire de l'accroissement de température

dans le sens de la profondeur. C'est ainsi que nous avons pu démontrer que cet accroissement qui est, en divers lieux de l'Europe, d'environ un degré pour 32 mètres, a eu précédemment une valeur beaucoup plus grande, qu'il diminue insensiblement, et qu'il s'écoulera plus de trente mille années avant qu'il soit réduit à la moitié de sa valeur actuelle. Cette conséquence n'est point incertaine, quoique nous ignorions l'état intérieur du globe; car les masses intérieures, quels que puissent être leur état et leur température, ne communiqueront à la surface qu'une chaleur insensible pendant un laps de temps immense. Par exemple, j'ai voulu connaître quel serait l'effet d'une masse extrêmement échauffée, de même étendue que la terre, et que l'on placerait au-dessous de la surface à quelques lieues de profondeur. Voici le résultat de cette recherche.

Si, à partir de la profondeur de douze lieues, on remplaçait la masse terrestre inférieure jusqu'au centre du globe par une matière quelconque dont la température serait égale à cinq cents fois celle de l'eau bouillante, la chaleur communiquée par cette masse aux parties voisines de la superficie demeurerait très-long-temps insensible; il s'écoulerait certainement plus de deux cent mille années avant que l'on pût observer à la surface un accroissement de chaleur d'un seul degré. La chaleur pénètre si lentement les masses solides, et surtout celles dont l'enveloppe terrestre est formée, qu'un intervalle d'un très-petit nombre de lieues suffirait pour rendre inappréciable pendant vingt siècles l'impression de la chaleur la plus intense.

L'examen attentif des conditions auxquelles le système des planètes est assujetti donne lieu de conclure que ces corps

ont fait partie de la masse du soleil, et l'on peut dire qu'il n'y a aucun phénomène observé qui ne concoure à fonder cette opinion. Nous ne connaissons pas combien l'intérieur de la terre a perdu de cette chaleur d'origine; on peut seulement affirmer qu'à l'extrême superficie, l'excès de chaleur dû à cette seule cause est devenu pour ainsi dire insensible; l'état thermométrique du globe ne varie plus qu'avec une extrême lenteur; et si l'on pouvait concevoir qu'à partir d'une distance de quelques lieues au-dessous de la surface, on remplace les masses inférieures jusqu'au centre du globe, soit par des corps glacés, soit par des portions de la substance même du soleil qui auraient la température de cet astre, il s'écoulerait un grand nombre de siècles avant qu'on ne pût observer aucun changement appréciable dans la température de la surface. La théorie mathématique de la chaleur fournit plusieurs autres conséquences de ce genre dont la certitude est indépendante de toute hypothèse sur l'état intérieur du globe terrestre.

Ces théories acquerront à l'avenir beaucoup plus d'étendue, et rien ne contribuera plus à les perfectionner que des séries nombreuses d'expériences précises; car l'analyse mathématique (qu'il nous soit permis de reproduire ici cette réflexion)(1) peut déduire des phénomènes généraux et simples l'expression des lois de la nature; mais l'application de ces lois à des effets très-composés exige une longue suite d'observations exactes.

---

(1) Discours préliminaire de la Théorie de la chaleur.

MÉMOIRE

Sur la distinction des racines imaginaires, et sur l'application des théorèmes d'analyse algébrique aux équations transcendantes qui dépendent de la théorie de la chaleur.

PAR M. FOURIER.

LE premier article de ce Mémoire fait partie d'un Traité qui ne tardera point à être publié, et qui contient les résultats de mes recherches sur la théorie des équations. On démontre dans ce premier article une proposition relative à l'emploi des fractions continues pour la distinction des racines imaginaires. L'illustre auteur du *Traité de la résolution des équations numériques* avait proposé, ainsi que Waring, pour la détermination des limites, l'usage d'une équation dont les racines sont les différences des racines de l'équation que l'on veut résoudre. Cette méthode est sujette à deux difficultés très-graves qui la rendent inapplicable : l'une consiste dans l'étendue excessive du calcul qui sert à former l'équation aux différences; la seconde, dans le très-grand nombre des substitutions que l'on aurait à effectuer. J'ai recherché avec le plus grand soin les moyens de résoudre ces deux difficultés, et j'y suis parvenu par deux méthodes différentes, qui font connaître facilement la nature

et les limites des racines. La première est exposée avec beaucoup de détails dans l'ouvrage cité; la seconde est fondée sur la proposition suivante.

On peut omettre dans tous les cas l'emploi de l'équation aux différences, et procéder immédiatement au calcul des fractions continues qui doivent exprimer les valeurs des racines; il suffit d'établir ce calcul de la même manière que si l'on était assuré que toutes les racines sont réelles. On détermine sur-le-champ, et par l'application d'un théorème général, combien on doit chercher de racines dans chaque intervalle donné; or on distinguera par le résultat même de l'opération celles de ces racines qui sont réelles. Quant au nombre des racines imaginaires, il est précisément égal au nombre des variations de signes qui disparaissent dans les équations successives. Le Mémoire contient la démonstration de cette dernière proposition; il en résulte une méthode très-simple pour distinguer avec certitude les racines imaginaires, et pour assigner deux limites entre lesquelles chacune des racines réelles est seule comprise.

Le second article du mémoire concerne les équations que l'on a appelées transcendantes. Je démontre que les théorèmes généraux d'analyse algébrique s'appliquent aux équations de ce genre que présentent la théorie de la chaleur ou d'autres questions naturelles. Le principe sur lequel cette application est fondée consiste en ce que, dans toute équation algébrique ou transcendante formée d'un nombre fini ou infini de facteurs, parmi lesquels il se trouve un ou plusieurs facteurs du second degré ayant deux racines imaginaires, chacun de ces derniers facteurs correspond à une certaine valeur *réelle* qui indique deux racines imaginaires, parce qu'elle fait disparaître deux variations de signes à la fois; et l'on prouve que si l'équation

proposée n'a aucune de ces valeurs *réelles et critiques*, il est impossible qu'elle n'ait pas toutes ses racines réelles. En général c'est une même méthode qu'il faut employer, soit pour distinguer les racines imaginaires dans les équations algébriques et pour calculer les valeurs de leurs racines réelles, soit pour distinguer les racines imaginaires des équations transcendantes et calculer leurs racines réelles. La convergence des séries qui expriment les fonctions transcendantes supplée à la propriété qu'ont les fonctions algébriques d'être réduites à une constante par des différentiations successives.

On peut faire l'application de ces principes aux équations transcendantes qui servent à former l'expression du mouvement de la chaleur dans la sphère, dans les prismes rectangulaires, et dans le cylindre. J'ai rappelé les trois procédés différents dont je me suis servi, dans mes recherches analytiques sur la chaleur, pour résoudre les équations dont il s'agit; ils donnent tous les trois le même résultat:

1° On emploie les constructions géométriques, parce qu'elles font connaître très-clairement les limites de chaque racine;

2° J'ai démontré que toutes les racines des équations trigonométriques qui se rapportent à la sphère ou aux prismes sont réelles, en substituant à la place de la variable un binome dont le second terme est imaginaire. On voit, par le résultat de cette substitution, que le coefficient du second terme est nécessairement nul.

3° On démontre aussi que les équations trigonométriques dont il s'agit ont toutes leurs racines réelles, sans qu'il soit nécessaire de regarder comme connue la forme des racines imaginaires; car la fonction trigonométrique est le produit

d'un nombre de facteurs qui croît de plus en plus, et sans limites. Or j'ai prouvé rigoureusement que chacune des équations successives qui en résulte ne peut avoir que des racines réelles. Cette propriété est totalement indépendante du nombre des facteurs.

Il me reste à indiquer l'objet du troisième article du Mémoire. Cet objet a un rapport plus sensible avec les phénomènes naturels; il concerne la question du mouvement séculaire de la chaleur dans l'intérieur du globe terrestre.

Nous avons dit que l'expression du mouvement de la chaleur dans la sphère, dans les prismes rectangulaires et dans le cylindre, contient les racines d'une équation transcendante déterminée, et que toutes ces racines sont réelles. Il est facile maintenant de donner différentes démonstrations de cette proposition, et toutes les recherches ultérieures n'ont pu que la confirmer. Mais quelle est la cause naturelle de cette propriété? pour quelle raison physique est-il impossible qu'il entre des expressions différentes dans les solutions données par le calcul? quel rapport nécessaire y a-t-il entre le principe de la communication de la chaleur, et un théorème abstrait sur la nature des équations?

On résoudra clairement cette dernière question, en considérant ce qui aurait lieu si l'équation qui détermine les exposants de chaque terme, contenait des facteurs du second degré, dont les deux racines seraient imaginaires. En effet chacun de ces derniers facteurs pourrait servir à former une solution particulière de la question, et cette solution contiendrait la valeur du temps sous les signes trigonométriques; il en résulterait que la température moyenne du solide correspondante à chaque instant serait exprimée par une quan-

tité périodique. Cette expression serait formée d'un facteur exponentiel et d'un facteur trigonométrique variable avec le temps. La température fixe du milieu étant supposée celle de la glace fondante, la température moyenne du solide serait successivement positive, nulle, et négative; ensuite, en continuant de changer, elle deviendrait de nouveau égale et supérieure à celle du milieu. Ces alternatives se reproduiraient durant un temps infini divisé en mesures égales, comme il arrive dans les dernières oscillations des lames ou des surfaces sonores. Or de tels effets ne peuvent avoir lieu, et, pour rendre cette impossibilité manifeste, il suffit d'appliquer la solution dont on vient de parler, au cas où la conducibilité propre du solide a une valeur immensément grande; car si le coefficient qui mesure cette qualité spécifique ou la perméabilité intérieure acquiert une valeur infiniment grande, le corps dont la température varie doit être comparé à un vase contenant un liquide perpétuellement agité, et dont toutes les parties ont à chaque instant la même température. Il est évident que, dans ce cas, la chaleur du liquide se dissipe continuellement à travers l'enveloppe. On ne peut pas supposer que la température devient alternativement négative, nulle et positive, et que cela constitue le dernier état du vase durant un temps infini. Nous connaissons avec certitude en quoi consiste ce dernier état. La température du vase se rapproche de plus en plus de celle du milieu; la chaleur, quelle que puisse être sa nature, n'est point sujette à cette fluctuation que nous avons décrite, parce qu'elle ne se communique que par voie de partage; par conséquent la température finale est toujours plus grande, ou est toujours moindre que celle du milieu. Ainsi il est physi-

quement impossible qu'il entre des exposants imaginaires, ou, ce qui est la même chose, des facteurs périodiques, dans l'expression de la température variable d'un solide, par exemple d'un cylindre primitivement échauffé, et placé dans un milieu dont la température est constante. Il en résulterait un état final oscillatoire contraire au principe de la communication de la chaleur, et l'on est assuré que ces alternatives n'ont point lieu dans un corps solide, parce que la solution qui les exprimerait s'appliquerait aussi à un état très-simple où elles sont manifestement impossibles.

On arrive à la même conclusion, si l'on considère dans la théorie analytique des mouvements de la chaleur les relations qui doivent subsister entre les divers éléments du calcul, pour qu'une même solution convienne à une multitude de questions différentes; car on peut changer à son gré les valeurs des coefficients spécifiques et les dimensions du solide, si l'on change aussi, et dans un certain rapport, l'unité de mesure des temps écoulés.

Voici une application remarquable de ce nouveau principe : elle concerne la distribution de la chaleur dans les corps de figure semblable qui ne diffèrent que par leurs dimensions. Que l'on se représente deux solides dont les divers points ont reçu des températures initiales. Chacun de ces corps peut n'être pas homogène; la densité, la capacité de chaleur, la conducibilité, pourraient varier d'une manière quelconque dans l'intérieur de ces corps ou à leur surface: mais, pour ne comparer que les deux effets qui proviennent de la différence de dimensions, on suppose que les deux corps, de surface convexe, ont des figures semblables; que les molécules homologues sont de même nature, de même

densité; qu'elles ont reçu la même température initiale; et que les deux solides sont ensuite exposés dans le vide, et séparément, à l'action constante d'une même cause qui absorbe la chaleur émise. On conçoit que chacun de ces deux corps passe successivement par une suite d'états très-différents du premier, et il est manifeste que les changements de température s'accompliraient beaucoup plus rapidement dans celui des deux corps dont la dimension serait beaucoup plus petite. Or nous démontrons que si l'on mesure les temps écoulés avec deux unités différentes dont le rapport soit celui du carré des dimensions homologues, on trouvera que l'état variable du premier solide est perpétuellement le même que l'état du second. Cette proposition est la plus générale de toutes celles que j'ai démontrées dans mes recherches sur la chaleur; car elle ne dépend ni de la forme des corps, ni de la nature de la substance dont ils sont formés, ni de la distribution initiale. En général la durée des temps nécessaires pour que des solides semblables, et semblablement échauffés, parviennent au même état, est en raison directe du carré des dimensions.

Cette proposition s'applique au mouvement séculaire de la chaleur qui a pénétré la masse du globe terrestre, aux époques où cette planète a été formée; elle nous donne une juste idée du temps immense qui a dû s'écouler pour qu'une masse d'une aussi grande dimension pût subir un refroidissement sensible. On comparera, au moyen du théorème précédent, les effets qui seraient observés si l'on assujettissait à une température fixe (celle de la glace fondante) les surfaces de deux sphères solides dont l'une aurait un mètre de rayon, et l'autre un rayon égal à celui de la terre. On trouve que

l'effet produit sur la sphère terrestre par un refroidissement qui durerait mille années équivaut précisément à l'effet produit sur la sphère d'un mètre de rayon, par l'action de la même cause qui ne durerait que la douze cent quatre-vingtième partie d'une seconde. On voit par ce résultat que si la terre a possédé, comme l'indiquent les théories dynamiques et un grand nombre d'observations thermométriques, une chaleur primitive qui se dissipe progressivement dans les espaces planétaires, la déperdition de cette chaleur d'origine s'opère avec une lenteur extrême. La durée de ces grands phénomènes répond aux dimensions de l'univers ; elle est mesurée par des nombres du même ordre que ceux qui expriment les distances des étoiles fixes.

Cette question du mouvement séculaire de la chaleur dans le globe terrestre est éclairée par deux propositions très-générales que nous fournit la théorie de la chaleur, et qui sont faciles à démontrer : l'une est celle que nous venons d'énoncer concernant les changements de température des corps semblables ; l'autre est l'équation différentielle du mouvement de la chaleur à la surface d'un corps quelconque. Cette dernière proposition, que j'ai donnée autrefois, est, comme la précédente, totalement indépendante de l'état intérieur du globe, de la nature des substances, de la chaleur actuelle ou originaire; elle convient à tous les corps solides, quels que soient leur forme et l'état physique de la superficie.

Nous terminerons cet extrait en rapportant la démonstration du théorème relatif au mouvement de la chaleur dans les corps semblables. On pourrait déduire cette proposition des équations différentielles que j'ai données dans mes recherches précédentes : mais la démonstration synthétique

fait mieux connaître que ce théorème est une conséquence évidente du principe de la communication de la chaleur. J'indiquerai d'abord comment ces conséquences se sont présentées pour la première fois à l'inspection des formules qui expriment le mouvement de la chaleur dans différents corps. Ensuite je montrerai comment on arrive aux mêmes résultats sans l'emploi du calcul et par les considérations les plus élémentaires. Nous prenons pour exemple la question du mouvement de la chaleur dans une sphère qui a été plongée une ou plusieurs fois dans un milieu échauffé, et a reçu ainsi dans les différentes couches sphériques dont elle est formée des températures initiales différentes d'une couche à une autre suivant une loi quelconque, mais égales pour les points d'une même couche. Nous supposons qu'après avoir retiré cette sphère du milieu échauffé, on assujettit les points de la surface à une température constante et commune à tous ces points. On trouve dans le chapitre v de *la théorie de la chaleur* la solution des questions de ce genre, soit qu'on la déduise de la formule générale rapportée page 356 de cet ouvrage, soit qu'on résolve directement ce problème, qui, aujourd'hui, ne présente aucune difficulté. On obtient l'expression suivante des températures variables de la sphère :

$$v = \frac{2}{X} \sum_{i=1}^{i=\infty} \left\{ \sin.\left(i\pi \frac{X}{x}\right) e^{-\frac{k}{cd}\frac{i^2\pi^2}{X^2}t} \int_0^X d\alpha \, F\alpha \sin.\left(\frac{i\pi x}{X}\right) \right\}$$

Les coefficients k, c, d représentent respectivement la conducibilité propre, la capacité de chaleur, la densité; X est le rayon total de la sphère, x est le rayon de la couche sphérique dont on veut déterminer la température v, et t

mesure le temps écoulé depuis l'instant où le refroidissement commence, jusqu'à l'instant où la température prend la valeur désignée par v. $F\alpha$ est la température initiale de la couche sphérique dont le rayon est α; le signe $\int_0^X$ indique, selon notre usage, que l'intégrale définie est prise entre les limites o et X; et le signe $\sum_{i=1}^{\infty}$ indique que l'on doit attribuer au nombre entier i toutes les valeurs possibles depuis 1 jusqu'à l'infini et prendre la somme de tous les termes.

Cela posé, concevons que deux sphères solides de différents diamètres, mais formées d'une même substance, ont reçu des températures initiales, telles que la valeur de cette température pour une certaine couche de la moindre sphère est la même que celle de la couche homologue de la plus grande, la fonction $F\alpha$ étant d'ailleurs entièrement arbitraire. Soit n le rapport des dimensions des deux solides, on aura les relations suivantes, en désignant par x et x' les longueurs variables des rayons dans la première sphère, et dans la seconde, qui est la plus grande, $X=nX'$, $x=nx'$, $\alpha=n\alpha'$. Quant à la fonction $F\alpha$, elle est, par hypothèse, la même que $F\alpha'$ ou $F(n\alpha)$; les coefficients k, c, d sont aussi les mêmes pour la sphère dont le rayon total est X et pour celle dont le rayon est X'. Si actuellement on suppose que le temps t, après lequel on mesure les températures de la première sphère, diffère du temps t', après lequel on mesure les températures de la seconde sphère, et si l'on établit la relation $t=n^2 t'$, on trouvera, après toutes les substitutions, que la valeur

de v est la même pour la moindre sphère et pour la plus grande. Il suit de là que, si dans les deux sphères les couches homologues ont reçu des températures initiales quelconques, mais égales entre elles, ces deux solides se trouveront toujours dans un état thermométrique semblable, après des temps écoulés différents pour les deux sphères, et dont le rapport soit celui du carré des dimensions.

Nous allons prouver maintenant que cette dernière proposition est vraie dans le sens le plus étendu; elle ne dépend ni de la forme des corps semblables que l'on compare, ni de leur homogénéité, ou de leurs qualités spécifiques relatives à la chaleur. Voici la démonstration très-simple de ce théorème.

On compare deux corps solides de figure semblable et de forme *convexe.* Cette dernière dénomination s'applique aux figures telles qu'une ligne droite menée entre deux points quelconques de la superficie ne peut rencontrer cette surface du solide en aucun autre point. Il faut concevoir que chacun des deux solides est divisé en une infinité de particules de forme orthogonale. Chaque élément du premier corps correspond à un élément homologue du second. La figure des éléments intérieurs est celle d'un prisme rectangulaire; et chacun des éléments extrêmes, dont une face est placée sur la superficie du corps, a la figure d'un prisme rectangulaire tronqué. On suppose que deux éléments homologues quelconques ont reçu la même température initiale, qu'ils ont la même propriété de conduire la chaleur, et la même capacité spécifique. Au reste, chacun des corps peut n'être point homogène, et toutes les propriétés spécifiques peuvent varier d'une manière quelconque dans l'étendue de chaque solide. On suppose seulement qu'elles sont les mêmes pour les points homologues.

Cela posé, ne considérons, dans les deux corps, que deux éléments semblablement situés, et comparons entre elles les quantités de chaleur qui, pendant une durée infiniment petite, font varier la température de ces deux molécules. Supposons que les deux éléments homologues que l'on compare aient la même température au commencement de cet instant; formons d'abord l'expression de la quantité de chaleur qui pénètre dans une molécule intérieure à travers l'une de ses faces, selon la direction perpendiculaire à cette face. Cette quantité est proportionnelle à l'aire de la face; elle dépend aussi 1° du coefficient k, mesure de la conducibilité, au point du solide que l'on considère; 2° de la durée dt de l'instant; 3° de la cause qui porte la chaleur à passer avec plus ou moins de vitesse à travers la face du prisme. Cette dernière cause est la différence de température des points assez voisins pour qu'ils se communiquent directement leur chaleur. Or nous avons démontré, dans l'introduction de notre théorie analytique, que, pour comparer entre eux les effets de cette dernière cause dans deux solides, il faut élever une perpendiculaire $\mu\nu$ en un point m de la surface que la chaleur pénètre, et marquer sur cette normale de part et d'autre du point m à une distance déterminée $\frac{1}{2}\Delta$ deux points μ et ν, dont on détermine les températures actuelles u et v; la différence $u-v$ mesure la vitesse du flux, c'est-à-dire celle avec laquelle la chaleur se transporte à travers la surface. Or si l'on marque ici dans les deux corps que l'on compare, ces deux points μ et ν dont la distance est Δ pour l'un et l'autre corps, il est évident que la différence $u-v$ sera plus grande dans le moindre corps que dans le second; et si les dimensions sont dans le rapport de n à n', les différences $u-v$

et $u'-v'$ seront entre elles dans le rapport de n' à n : ainsi la vitesse avec laquelle la chaleur traverse la première surface est à la vitesse de ce flux pour l'autre surface dans le rapport inverse des dimensions. Nous supposons que le lecteur a une connaissance complète de ce lemme tel qu'il est expliqué et démontré dans divers articles de notre ouvrage (Théorie de la chaleur, chapitre I, section IV et chapitre II, page 134, et section VII du chapitre II, pages 139-148). Concevons maintenant que le transport de la chaleur s'effectue pour l'une des molécules comparées pendant un instant dt, et pour la molécule homologue de l'autre corps pendant une durée différente dt': les quantités de chaleur qui pénètrent les deux molécules sont entre elles comme les deux produits suivants : $sk\overline{u-v}\,dt$, $s'k(u'-v')dt'$; s et s' désignent les aires des faces dans les deux prismes. Le coefficient k est commun; les différences $u-v$, $u'-v'$ sont, comme on l'a dit, dans le rapport de n' à n. Le rapport de s à s' est celui de n^2 à n'^2, donc les quantités de chaleur qui pénètrent les molécules sont entre elles dans le rapport composé des produits $n^2kn'dt$, n'^2kndt, ce rapport est $\frac{ndt}{n'dt'}$. On comparera de la même manière les quantités de chaleur qui sortent de l'une et l'autre molécules prismatiques par les faces opposées à celles que l'on vient de considérer, et le coefficient qui mesure la conducibilité propre étant toujours le même aux points homologues, on trouvera comme précédemment que le rapport des deux quantités de chaleur sorties est $\frac{ndt}{n'dt'}$. Or ce sont les différences de la quantité de chaleur qui entre dans chaque molécule à la quantité qui en sort par les faces oppo-

sées qui déterminent le changement instantané de température de ces molécules. Il s'ensuit que si les quantités de chaleur qui produisent les changements étaient proportionnelles à la troisième puissance de la dimension des deux molécules, c'est-à-dire proportionnelles aux masses, la variation de température serait la même de part et d'autre à la fin des durées différentes dt et dt'. Donc les températures de ces molécules seraient égales entre elles comme elles t' étaient au commencement de ces instants Il suffit donc que l'on ait cette relation

$$\frac{n\,dt}{n^3} = \frac{n'\,dt'}{n'^3} \quad \text{ou} \quad \frac{dt}{dt'} = \frac{n^2}{n'^2}.$$

Donc si l'on observe le mouvement de la chaleur dans les deux corps en mesurant les temps écoulés avec des unités différentes, et si ces deux unités de temps sont proportionnelles aux carrés des dimensions, les molécules comparées auront toujours des températures égales, après des temps correspondants, c'est-à-dire après des temps formés d'un même nombre d'unités.

Nous avons comparé jusqu'ici deux molécules homologues situées dans l'intérieur des deux corps. La même conséquence s'applique aux molécules extrêmes dont les faces inclinées coïncident avec la superficie du solide. Nous supposons que ces faces extrêmes sont retenues à la température fixe zéro; ou plus généralement nous supposons que l'on assujettit deux particules extérieures et homologues à une même température fixe dont la valeur pourrait être différente pour deux autres particules homologues. Or on reconnaît, comme précédemment, que les quantités de chaleur qui pénètrent les deux molécules extrêmes comparées, sont :

1° en raison directe de l'étendue des surfaces traversées; qu'il en est de même des quantités de chaleur sorties, et par conséquent des différences qui occasionnent le changement de température; 2° que les vitesses du flux sont entre elles comme les différences des températures u et v de deux points, μ et ν dont la distance Δ serait la même dans les deux corps, en sorte que les vitesses de ce flux dans les deux molécules sont en raison inverse de la dimension; 3° que les quantités de chaleur qui font varier la température se partagent entre les masses qui sont proportionnelles aux cubes des dimensions. Donc si les durées dt et dt' des instants sont proportionnelles aux carrés des dimensions, il arrivera toujours qu'à la fin des deux instants différents dt et dt' les températures des deux molécules homologues seront égales entre elles comme elles l'étaient au commencement de ces mêmes instants. Donc les deux corps seront toujours observés dans un état thermométrique semblable, si l'on compte les temps écoulés en faisant usage de deux unités différentes, et si le rapport de ces unités est celui des carrés des dimensions; c'est conformément à cette loi que la température varierait dans deux corps entièrement semblables qui auraient été semblablement échauffés, et dont les surfaces extérieures seraient assujetties à des températures constantes.

Si les solides que l'on compare ne reçoivent point à leur surface des températures fixes, mais si la chaleur se dissipe à travers cette surface, nous ajoutons à l'hypothèse une condition spéciale. On suppose dans ce cas que le coefficient H, mesure de la conducibilité extérieure, n'est pas la même pour les deux corps, mais qu'on lui attribue des valeurs H et H' en raison inverse des dimensions. Ainsi le plus petit

des deux corps aura une conducibilité extérieure H plus grande que H′ qui mesure la conducibilité extérieure du second. Il en résulte que deux particules homologues placées à la superficie perdront, dans le milieu qui les environne, des quantités de chaleur inégales. La vitesse du flux *extérieur* dans le moindre corps sera plus grande que dans le second, et le rapport de ces vitesses sera celui de n' à n. Il en sera de même du flux *intérieur*, comme on la vu dans le cas précédent. Les aires de deux éléments homologues de la superficie seront proportionnelles aux carrés des dimensions. Donc toutes les conséquences seront les mêmes que pour les molécules intérieures: donc en mesurant les temps écoulés avec des unités différentes dont le rapport sera celui du carré des dimensions, on trouvera toujours les deux solides dans un état thermométrique semblable après des temps correspondants.

Il faut remarquer que la condition relative au coefficient H, mesure de la conducibilité extérieure, s'accorde avec l'hypothèse principale, qui consiste en ce que deux points homologues quelconques ont les mêmes propriétés spécifiques et une même température initiale. En effet, quelle que puisse être la cause qui fait passer la chaleur du solide dans le milieu environnant, il est certain que cette cause affecte jusqu'à une profondeur très-petite l'enveloppe extérieure du solide. Les points extrêmement voisins de la superficie contribuent tous à l'émission de la chaleur, et l'effet produit est d'autant plus grand, que la température de ces points est plus élevée audessus de celle du milieu supposée constante. Il s'ensuit que, dans le plus petit des deux solides comparés, les molécules extrêmement voisines de la surface ont plus d'action sur le milieu; car si l'on marque dans ce moindre solide sur une droite N

un point intérieur μ, distant de la superficie d'une très-petite quantité δ, et dans l'autre solide sur la ligne homologue N' un point intérieur μ' distant de la superficie de la même quantité δ, l'excès de la température de μ' sur celle du milieu sera plus grand que l'excès de la température de μ sur celle du milieu, et par conséquent l'émission de la chaleur à la surface du moindre corps sera plus rapide qu'à la surface du plus grand.

Toutefois nous ne connaissons point assez distinctement la nature des forces qui, à la superficie des solides, modifient l'émission ou l'introduction de la chaleur, pour réduire à un calcul exact les effets de ce genre. C'est pour cela que dans l'énoncé du théorème nous comprenons une condition spéciale relative à la valeur du coefficient. C'est pour la même raison que nous avons considéré seulement les corps dont la superficie est convexe. Si des portions de la superficie étaient concaves, et si la chaleur se dissipait par voie d'irradiation, elle se porterait sur d'autres parties du même solide. Nous n'examinons point ici les cas de ce genre, et nous supposons que les valeurs de H et H' sont en raison inverse de la dimension des solides. Au reste, ce coefficient peut être différent pour différents points de la surface. Il suffit que, pour deux points homologues quelconques des deux surfaces, les valeurs de H et H' soient dans le rapport de n' à n, qui est la raison inverse des dimensions.

Nous avons rapporté plus haut la solution que l'on trouve en intégrant les équations du mouvement de la chaleur dans la sphère; mais nous avons réduit cette solution au cas où la surface est assujettie dans tous les points à une température constante zéro. On a vu comment la formule ainsi ré-

duite s'accorde avec le théorème général que l'on vient de démontrer. On peut aussi considérer le cas plus général où la chaleur du solide se dissipe à travers la surface dans un milieu dont la température est constante. On attribuera au coefficient qui mesure la conducibilité extérieure une valeur déterminée H, et l'on aura pour exprimer les températures variables du solide l'équation suivante :

$$(1)\quad v = 2\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin.(n_i x)}{x} \frac{e^{-\frac{k}{cd} n_i^2 t}}{X - \frac{1}{2n_i}\sin.(2n_i X)} \int_0^X d\alpha . \alpha F \alpha . \sin.(n_i \alpha),$$

la valeur de n_i est une racine de l'équation déterminée

$$(2)\qquad \frac{n_i X}{\tang.(n_i X)} = 1 - \frac{H}{k} X.$$

Les quantités x, v, t, k, c, d, ont la même signification que dans l'article précédent. Le coefficient H exprime la conducibilité de la surface relative au milieu dont la température constante est zéro. La fonction $F\alpha$ représente, comme nous l'avons dit, le système des températures initiales. L'équation (2) donne pour la valeur de n_i, une infinité de racines, et nous avons démontré plusieurs fois, soit par le calcul, soit par des considérations propres à la théorie de la chaleur, que toutes ces racines sont réelles ; la température variable v est le double de la somme de tous les termes dont la valeur est indiquée.

Supposons maintenant que l'on compare les mouvements de la chaleur dans deux sphères différentes, dont l'une a pour rayon x et l'autre a pour rayon x' égale à mx. Si la chaleur initiale est tellement distribuée dans ces deux corps, que la température commune aux points d'une surface sphérique

intérieure dans le premier soit égale à la température de la surface semblablement placée dans le second, et si les coefficients k, c, d étant les mêmes, le coefficient H qui appartient à la moindre sphère a dans la plus grande une valeur différente H′, il sera facile de connaître dans quel rapport doivent être les temps écoulés pour que la température v ait une même valeur dans l'une et l'autre sphère. Soient respectivement t et t', les temps écoulés après lesquels on mesure les températures dans les deux corps, on écrira les relations

$$X' = mX, \quad x' = mx \quad H' = \frac{H}{m}, \quad t' = m^2 t.$$

On conservera, selon l'hypothèse, les valeurs de k, c, d et $F\alpha$, et l'on reconnaîtra que la valeur de v ne change point. Ainsi les temps écoulés étant mesurés avec des unités différentes, et le rapport de ces unités étant celui des carrés des dimensions, les deux sphères seront toujours dans un état thermométrique semblable après des temps exprimés par un même nombre d'unités; ce qui est conforme à la proposition générale.

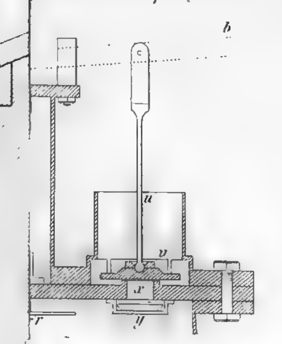
On pourrait déduire cette proposition de la solution propre à chacune des questions particulières; mais on voit combien il est préférable de rendre la démonstration indépendante des solutions : car il y a un grand nombre de cas où, dans l'état actuel de l'analyse mathématique, on ne pourrait point former explicitement ces solutions; mais la vérité de la proposition générale n'en est pas moins certaine, quelles que puissent être la figure des corps convexes, l'hétérogénéité des masses et leurs propriétés relatives à la chaleur. Les applications des sciences mathématiques présentent certaines

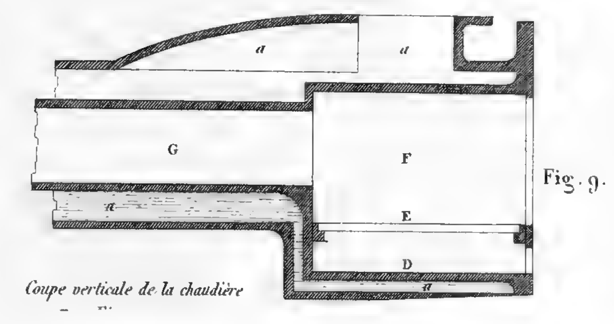
questions rares, à la vérité, que l'on résout par des considérations théoriques très-simples, en obtenant des résultats beaucoup plus généraux que ceux qui se déduiraient d'une analyse difficile. Nous pourrions en citer un exemple non moins remarquable, et que nous n'avons point encore publié; il appartient à l'une des questions les plus importantes de la théorie des probabilités, celle qui concerne la comparaison de l'avantage *mathématique* moyen à l'avantage *relatif*. Au reste, lorsque les principes des théories sont connus depuis long-temps, les conséquences les plus générales sont presque toujours celles que donnent les solutions analytiques.



FIN.

ement.


upe verticale de la partie supérieure de la
pacité Q dans de plus grandes dimensions.
b
c
u
v
x
y
r


Coupe verticale de la partie antérieure de la chaudière
dans le sens de sa longueur A,B. Fig. 2.
a
a
G
F
Fig. 9.
a
E
D
a
Coupe verticale de la chaudière

ET...
...ut des cons-
...t des résultats
...urront d'une
...exemple non
...ent encore pu-
...us importantes
...rne la compo-
...vantages ...
...s sont connus
...générales sont
...ns analytiques

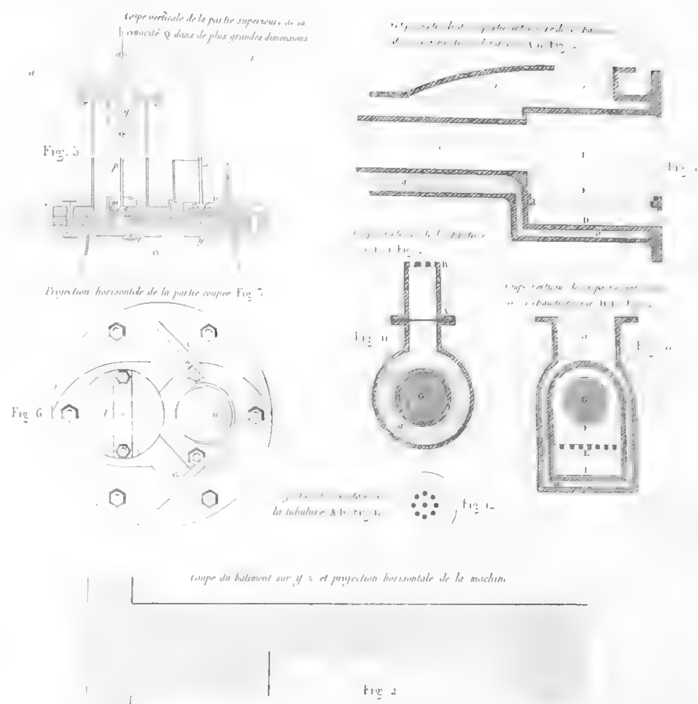
Machine à vapeur de M.r de Manoury-Dectot,

servant aux abattoirs de Grenelle à élever d'un puits l'eau nécessaire aux besoins de l'établissement

Fig. 1

Coupe verticale des parties Q, S, T, V Fig. 1, ou O P Fig. 2 dans des proportions augmentées

Fig. 3



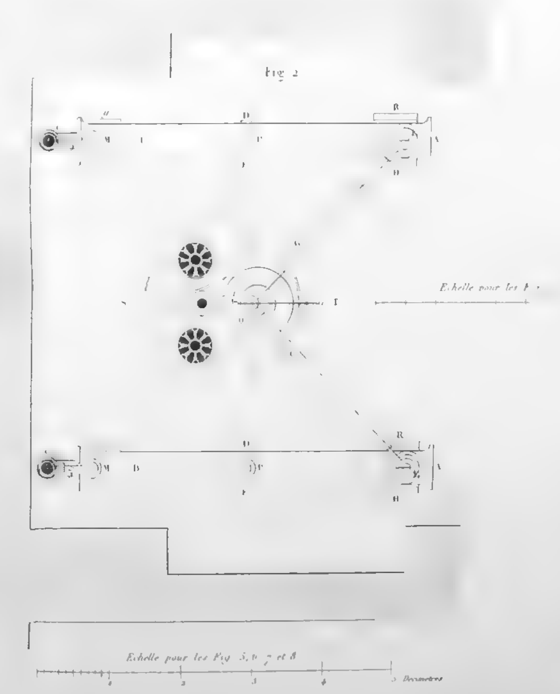


Fig. 4

Fig. 7

Fig. 8

Echelle pour les Fig. 1 et 2

Echelle pour les Fig. 3 et 4

Gravé par Adam

D
C
E
A
B
S
L
Q
K
P
N
O
M
I
J
T
R
X
Z
U
V
H
G
F
S
L
K
N

Gravé par Adam



Fig. 1ère

O T S i s C P E' T'

Fig. 5.

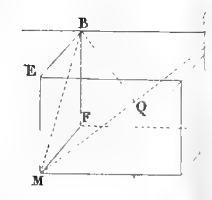
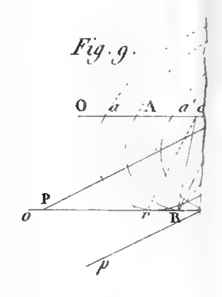
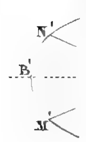


Fig. 9.





ces.
ges,

50 c.
5 fr.
ma-

5 fr.
5 fr.

5 fr.
s, et

5 fr.

15 fr.
nie des

vation

50 c.

50 c.
és par

nie. —
anches
la fin
puisé.)
nie. —
acier,
ies, les
sur un
. 50 c.
procédé
. 50 c.
. 1 fr.
yens de
. 1 fr.
lre pour
. 75 c.
tive à la
bonates
herches
légué de
. 75 c.
relatives
FAUCON.
. 75 c.
Maladie
n rouge,
. 75 c.
aites par
la vigne
istent au
raitement
. . 2 fr.

Mémoire de M. Fresnel sur la double réfraction

Fig. 4

Fig. 9

Fig. 10

Fig. 11

Fig. 13

Fig. 14

XI. — COMITÉ DE COGNAC (Station viticole. Séance du 21 mars 1875). Exposé des expériences faites à Cognac et des résultats obtenus par M. MAX. CORNU et M. MOUILLEFERT. In-4; 1875. 1 fr.

XII. — DUMAS, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. — **Note sur la composition et les propriétés physiologiques des produits du goudron de houille.** In-4; 1875. . . . . 50 c.

XIII. — DUCLAUX, Professeur à la Faculté des Sciences de Lyon. — **Études sur la nouvelle Maladie de la Vigne dans le sud-est de la France.** In-4, avec une planche représentant, coloriés en rouge, les pays vignobles atteints par le Phylloxera en 1874. 75 c.

XIV. — BOULEY, Membre de l'Institut. — **Rapport** sur les réclamations dont a été l'objet le décret relatif à l'importation en Algérie des plants d'arbres fruitiers ou forestiers venant de France. In-4; 1875. . . . . 75 c.

XV. — DUMAS, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, et MAX. CORNU. — **Instruction pratique sur les moyens à employer pour combattre le Phylloxera, et spécialement pendant l'hiver.** In-4; 1876. . . . . 75 c.

XVI. — MILLARDET, *Délégué de l'Académie.* — **Études sur les Vignes d'origine américaine qui résistent au Phylloxera.** In-4; 1876. . . . . 2 fr.

XVII. — GIRARD (Maurice), *Délégué de l'Académie.* — **Indications générales sur les vignobles des Charentes**; avec 3 planches représentant, teintes en rouge, les portions du territoire des Charentes où le Phylloxera a été reconnu à la fin de chacune des années 1872, 1873 et 1874. In-4; 1876. 2 fr. 50 c.

XVIII. — CORNU (Maxime) et MOUILLEFERT, *Délégués de l'Académie.* — **Expériences faites à la station viticole de Cognac dans le but de trouver un procédé efficace pour combattre le Phylloxera.** In-4; 1876 . . . . 5 fr.

XIX. — AZAM, Docteur en Médecine. — **Le Phylloxera dans le département de la Gironde.** In-4, avec une grande planche représentant, au moyen de teintes noires, rouges et bleues, l'état du fléau en 1873 et son développement en 1874 et en 1875; 1876. . . . . 75 c.

XX. — BALBIANI. — **Sur l'éclosion de l'œuf d'hiver du Phylloxera de la Vigne.** In-4; 1876. (*Voir* n° XXIII.)

XXI. — **Extraits des Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences de l'Institut de France.** (Séances des 2 novembre 1875 et 2 juillet 1876) . . . . 1 fr.

SOMMAIRE : Sur la parthénogénèse du Phylloxera comparée à celle des autres Pucerons; par M. BALBIANI. — Résultats obtenus, au moyen du sulfocarbonate de potassium, sur les vignes phylloxérées de Mézel, par M. AUBERGIER. — Observations sur la lettre de M. Aubergier; par M. DUMAS. — Sur le mode d'emploi des sulfocarbonates, par M. J.-B. JAUBERT. — État actuel des vignes soumises au traitement du sulfocarbonate de potassium depuis l'année dernière; par M. P. MOUILLEFERT. — Résultats obtenus à Cognac avec les sulfocarbonates de sodium et de baryum appliqués aux vignes phylloxérées; par M. P. MOUILLEFERT. — Expériences relatives à la destruction du Phylloxera; par M. MARION.

XXII. — BOUTIN (aîné), *Délégué de l'Académie.* — **Études d'analyses comparatives sur la vigne saine et sur la vigne phylloxérée.** In-4; 1877. . . . . 1 fr.

XXIII. — BALBIANI, Délégué de l'Académie des Sciences, Professeur au Collége de France. — **Mémoires sur le Phylloxera,** présentés à l'Académie des Sciences, en 1876. In-4; 1876. . . . 2 fr.

SOMMAIRE : Sur l'éclosion prochaine des œufs d'hiver du Phylloxera (mars 1876). — Sur l'éclosion de l'œuf d'hiver du Phylloxera (avril 1876). — Sur la parthénogénèse du Phylloxera comparée à celle des autres Pucerons. — Nouvelles observations sur le Phylloxera du chêne comparé au Phylloxera de la vigne. — Remarques au sujet d'une Note récente de M. Lichtenstein sur la reproduction des Phylloxeras. — Recherches sur la structure et sur la vitalité des œufs du Phylloxera.

XXIV. — DUCLAUX, Professeur à la Faculté des Sciences de Lyon, délégué de l'Académie. — **Études sur la nouvelle Maladie de la Vigne dans le sud-est de la France.** Pays vignobles atteints par le Phylloxera en 1875 et 1876. In-4, avec 2 planches; 1876. . . . . 1 fr. 25 c.

XXV. — COMMISSION DU PHYLLOXERA. — **Avis sur les mesures à prendre pour s'opposer à l'extension des ravages du Phylloxera.** In-4; 1877. . . . . 75 c.

XXVI. — CORNU (Maxime), *Délégué de l'Académie.* — **Études sur le Phylloxera vastatrix.** In-4 de 358 pages, avec 24 planches en couleur. 1878 . . . . 10 fr.

INSTITUT DE FRANCE. — **Instruction sur les paratonnerres,** adoptée par l'Académie des Sciences (Ire Partie, 1823, par *Gay-Lussac.* — IIe Partie, 1854, par M. *Pouillet.* — IIIe Partie, 1867, par M. *Pouillet*). In-18 jésus, avec 58 figures dans le texte et une planche; 1874. . . . . 2 fr. 50 c.

PRÉFECTURE DE LA SEINE. — **Assainissement de la Seine. Épuration et utilisation des eaux d'égoût,** 4 beaux volumes in-8 jésus; avec 17 pl., dont 10 en chromolithographie; 1876-1877. 26 fr.

PRÉFECTURE DE LA SEINE. — **Assainissement de la Seine. Épuration et utilisation des eaux d'égoût.** — Rapport de la Commission d'études chargée d'étudier les procédés de culture horticole à l'aide des eaux d'égout. In-8 jésus avec pl.; 1878. . . . . 1 fr. 50

RAPPORT DE LA COMMISSION D'ÉTUDES chargée d'étudier l'influence exercée dans la presqu'île de Gennevilliers par l'irrigation en eau d'égoût, sur la valeur vénale et locative des terres de culture. In-8 jésus avec 3 planches en chromolithographie; 1878 . . . . 3 fr.
